учебник для XXI века

А.Г.Сергеев · В.В.Крохин

МЕТРОЛОГИЯ

Учебное пособие

А.Г. Сергеев
В.В. Крохин

МЕТРОЛОГИЯ

Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений

Москва • «Логос» • 2002

УДК 389.001
ББК 30.10
С32

Рецензенты:
доктор технических наук *В.Г. Фирстов*
кандидат физико-математических наук *Ю.В. Немчинов*

Сергеев А.Г., Крохин В.В.
С32 Метрология: Учеб. пособие для вузов. – М.: Логос, 2002. – 408 с.: ил.
ISBN 5-94010-039-2

Рассматриваются основные понятия метрологии, теория воспроизведения единиц физических величин и передачи их размеров, погрешности измерений, обработка результатов измерений, построение и использование средств измерений. Основные темы проиллюстрированы примерами, позволяющими закрепить теоретический материал.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению «Метрология, стандартизация и сертификация» и специальности «Метрология и метрологическое обеспечение». Рекомендуется для использования в учебном процессе по естественно-научным, техническим и экономическим специальностям при изучении тематики, связанной с измерением, стандартизацией и управлением качеством. Представляет интерес для широкого круга специалистов.

ББК 30.10

ISBN 5-94010-039-2

Предисловие

Измерения — один из важнейших путей познания природы человеком. Они играют огромную роль в современном обществе.

Наука и промышленность не могут существовать без измерений. Каждую секунду в мире производятся многие миллиарды измерительных операций, результаты которых используются для обеспечения надлежащего качества и технического уровня выпускаемой продукции, обеспечения безопасной и безаварийной работы транспорта, для медицинских и экологических диагнозов и других важных целей. Практически нет ни одной сферы деятельности человека, где бы интенсивно не использовались результаты измерений, испытаний и контроля. Для их получения задействованы многие миллионы человек и большие финансовые средства. Примерно 15% общественного труда затрачивается [1] на проведение измерений. По оценкам экспертов [2] от 3 до 6% валового национального продукта (ВНП) передовых индустриальных стран тратится на измерения и связанные с ними операции.

Диапазон измеряемых величин и их количество постоянно растут. Так, например, длина измеряется от 10^{-10} до 10^{17} м, температура — от 0,5 до 10^6 К, электрическое сопротивление — от 10^{-6} до 10^{17} Ом, сила электрического тока — от 10^{-16} до 10^4 А, мощность — от 10^{-15} до 10^9 Вт. С ростом диапазона измеряемых величин возрастает и сложность измерений. Они, по сути дела, перестают быть одноактным действием и превращаются в сложную процедуру подготовки и проведения измерительного эксперимента, обработки и интерпретации полученной информации. Поэтому следует говорить об измерительных технологиях, понимаемых как последовательность действий, направленных на получение измерительной информации требуемого качества.

Другой причиной важности измерений является их значимость. Основа любой формы управления, анализа, прогнозирования, планирования, контроля или регулирования — достоверная исходная информация, которая может быть получена лишь путем измерения требуемых физических величин (ФВ), параметров и показателей. И естественно, что только высокая и гарантированная точность результатов измерений обеспечивает правильность принимаемых решений. Современные наука и техника позволяют выполнять многочисленные и точные измерения, однако затраты на них становятся соизмеримыми с затратами на исполнительные операции.

Важной задачей метрологии является создание эталонов ФВ, привязанных к физическим константам и имеющих диапазоны, необходимые для современной науки и техники. Стоимость поддержания мировой системы эталонов весьма велика. Сумма расходов индустриальных стран на функционирование эталонов и служб передачи размеров единиц следующая: США и Япония тратят на эти цели около 0,004% ВНП, или 240 млн долларов; крупные европейские страны — 0,006% ВНП; в некоторых быстроразвивающихся странах Азии эти затраты достигают 0,01% ВНП.

Сотрудничество с зарубежными странами, совместная разработка научно-технических программ требуют взаимного доверия к измерительной информации. Ее высокое качество, точность и достоверность, единообразие принципов и способов оценки точности результатов измерений имеют первостепенное значение.

Метрологии посвящено много публикаций, основную массу которых составляют научно-технические труды [2–10], освещающие отдельные вопросы теории измерений. Среди лучших изданий такого плана следует отметить работы С.Г. Рабиновича [3], П.В. Новицкого и И.А. Зограф [4, 5], В.А. Грановского [6], М.А. Земельмана [7], Н.П. Мифа [8].

Учебников и учебных пособий по теоретической метрологии весьма мало [11–17], и большинство из них издано более десяти лет тому назад. Это обуславливает необходимость издания учебного пособия “Метрология”, поскольку дисциплины, изучающие метрологию, присутствуют практически во всех учебных планах технических и экономических специальностей.

Авторы выражают искреннюю признательность заведующему кафедрой метрологии, сертификации и диагностики Московской государственной академии приборостроения и информатики, доктору технических наук профессору В.Г. Фирстову и начальнику отдела Всероссийского научно-исследовательского института метрологической службы, кандидату физико-математических наук Ю.В. Немчинову за ценные замечания, высказанные ими при рецензировании рукописи.

Список используемых сокращений

АЦП — аналого-цифровой преобразователь

ГСИ — Государственная система обеспечения единства измерений

ГЭ — государственный эталон

МО — математическое ожидание

МПИ — межповерочный интервал

МХ — метрологическая характеристика

СИ — средство измерений. В сочетании "система СИ" данное сокращение означает "система интернациональная" и используется для обозначения действующей системы единиц физических величин

СКО — среднее квадратическое отклонение

СО — стандартный образец

ФВ — физическая величина

ЦАП — цифроаналоговый преобразователь

ИС — измерительный сигнал

Глава 1. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ МЕТРОЛОГИИ

1.1. Предмет метрологии

Общепринятое определение метрологии дано в ГОСТ 16263–70 "ГСИ. Метрология. Термины и определения": *метрология* — наука об измерениях, методах, средствах обеспечения их единства и способах достижения требуемой точности. Греческое слово "метрология" образовано от слов "метрон" — мера и "логос" — учение.

Метрология делится на три самостоятельных и взаимно дополняющих раздела, основным из которых является "*Теоретическая метрология*". В нем излагаются общие вопросы теории измерений. Раздел "*Прикладная метрология*" посвящен изучению вопросов практического применения в различных сферах деятельности результатов теоретических исследований. В заключительном разделе "*Законодательная метрология*" рассматриваются комплексы взаимосвязанных и взаимообусловленных общих правил, требований и норм, а также другие вопросы, нуждающиеся в регламентации и контроле со стороны государства, направленные на обеспечение единства измерений и единообразия средств измерений (СИ).

Предметом метрологии является извлечение количественной информации о свойствах объектов и процессов с заданной точностью и достоверностью. *Средства метрологии* — это совокупность средств измерений и метрологических стандартов, обеспечивающих их рациональное использование.

Академик Б.М. Кедров предложил [18, 19] так называемый "треугольник наук", в "вершинах" которого находятся естественные, социальные и философские науки. По этой классификации метрология попадает на сторону "естественные — социальные науки". Это связано с тем, что социальная значимость результатов, получаемых метрологией, очень велика. Например, отрицательные последствия от недостоверных результатов измерений в отдельных случаях могут быть катастрофическими. Правомерно и помещение метрологии на стороне "естественные — философские науки". Это обусловлено значением метрологии для теории познания.

Говоря о "месте" любой науки в системе наук, Б.М. Кедров указывает [19]: "Место в системе наук выражает собой, во-первых, совокупность всех связей и отношений между данной наукой и непосредственно соприкасающимися с ней науками, а через них и с более отдаленными от нее, следовательно, со всей суммой человеческих знаний; это отвечает рассмотрению вопроса с его структурной стороны; во-вторых, определенную ступень развития научного познания, отражающую соответствующую ступень развития самого внешнего мира, а тем самым наличие переходов между данной наукой и непосредственно примыкающими к ней в общем ряду наук; это отвечает рассмотрению вопроса с его исторической или генетической стороны". Без измерений не может обойтись ни одна наука, поэтому метрология как наука об измерениях находится в тесной связи со всеми другими науками.

Основное понятие метрологии — измерение. Согласно ГОСТ 16263–70, *измерение* — это нахождение значения физической величины (ФВ) опытным путем с помощью специальных технических средств. Значимость измерений выражается в трех аспектах: философском, научном и техническом.

Философский аспект состоит в том, что измерения являются важнейшим универсальным методом познания физических явлений и процессов. В этом смысле метрология как наука об измерениях занимает особое место среди остальных наук. Возможность измерения обуславливается предварительным изучением заданного свойства объекта измерений, построением абстрактных моделей как самого свойства, так и его носителя — объекта измерения в целом. Поэтому место измерения определяется не среди первичных (теоретических или эмпирических) методов познания, а среди вторичных (квантитативных), обеспечивающих достоверность измерения. С помощью вторичных познавательных процедур решаются задачи формирования данных (фиксации результатов познания). Измерение с этой точки зрения представляет собой метод кодирования сведений, получаемых с помощью различных методов познания, т.е. заключительную стадию процесса познания, связанную с регистрацией получаемой информации [20].

Научный аспект измерений состоит в том, что с их помощью в науке осуществляется связь теории и практики. Без измерений невозможна проверка научных гипотез и соответственно развитие науки.

Измерения обеспечивают получение количественной информации об объекте управления или контроля, без которой невозможно точное воспроизведение всех заданных условий технического процесса, обеспечение высокого качества изделий и эффективного управления объектом. Все это составляет *технический аспект* измерений.

1.2. Структура теоретической метрологии

Как отмечалось выше, теоретическая метрология является основным разделом метрологии. Ее структура представлена в виде схемы на рис.1.1.

Основные представления метрологии. Как и в любой науке, в метрологии необходимо сформулировать основные понятия, термины и постулаты, разработать учение о физических единицах и методологию. Данный раздел особенно важен ввиду того, что в основе отдельных областей измерений лежат специфические представления и в теоретическом плане области развиваются изолированно. При этих условиях недостаточная разработанность основных представлений заставляет решать аналогичные задачи, которые, по сути, являются общими, заново в каждой области.

• *Основные понятия и термины.* Этот подраздел занимается обобщением и уточнением понятий, сложившихся в отдельных областях измерений с учетом специфики метрологии. Главной задачей является создание единой системы основных понятий метрологии, которая должна служить базой для ее развития. Значение системы понятий определяется значимостью самой теории измерений и тем, что указанная система стимулирует взаимопроникновение методов и результатов, наработанных в отдельных областях измерений.

• *Постулаты метрологии.* В этом подразделе развивается аксиоматическое построение теоретических основ метрологии, выделяются такие постулаты, на основе которых можно построить содержательную и полную теорию и вывести важные практические следствия.

• *Учение о физических величинах.* Основной задачей подраздела является построение единой системы ФВ, т.е. выбор основных величин системы и уравнений связи для определения производных величин. Система ФВ служит основой для построения системы единиц ФВ, рациональный выбор которой важен для успешного развития теории и практики метрологического обеспечения.

• *Методология измерений.* В подразделе разрабатывается научная организация измерительных процессов. Вопросы метрологической методологии являются весьма существенными, поскольку она объединяет области измерений, различные по физической природе измеряемых величин и методам измерений. Это создает определенные трудности при систематизации и объединении понятий, мето-

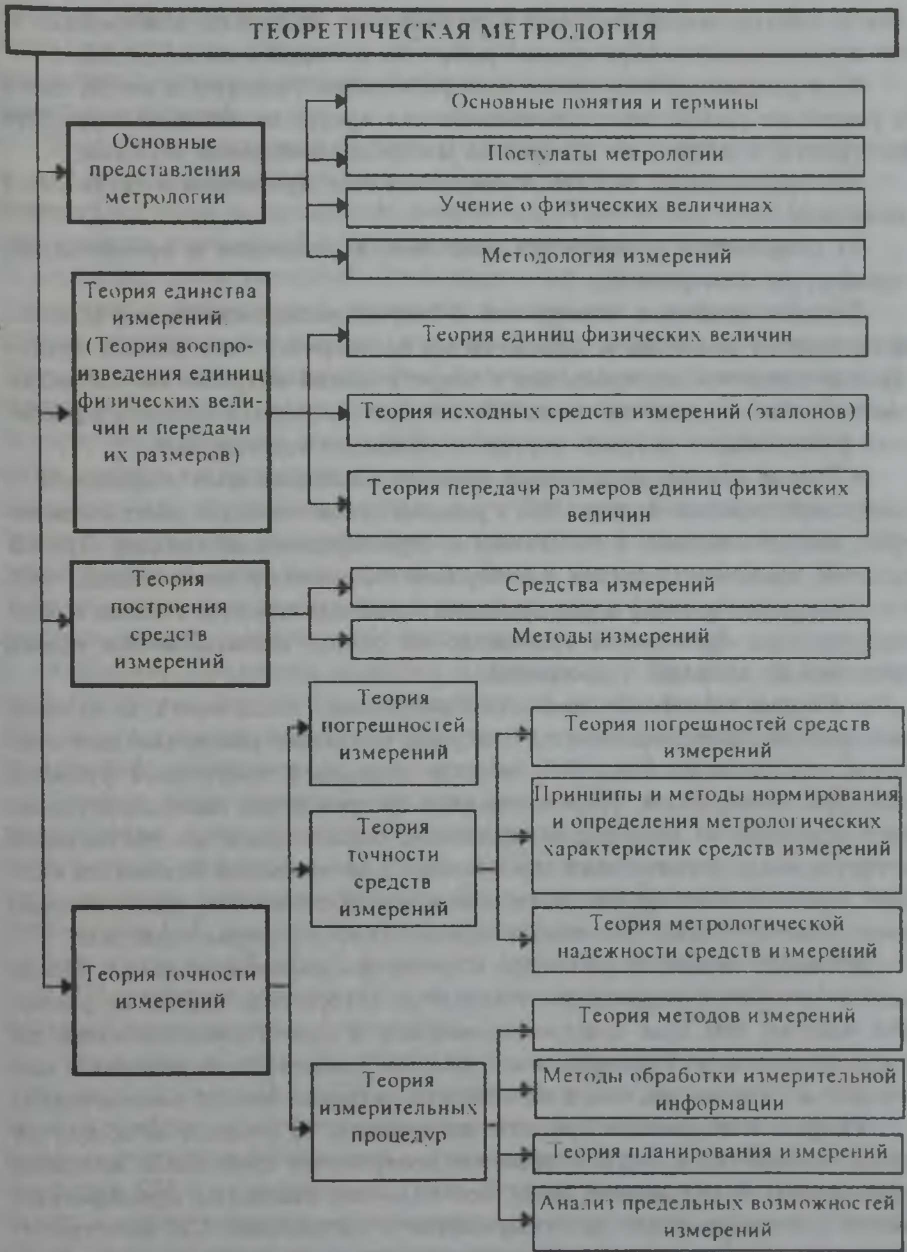


Рис.1.1. Структура теоретической метрологии

дов и опыта, накопленного в различных областях измерений. К числу основных направлений работ по методологии относятся:

1) переосмысление основ измерительной техники и метрологии в условиях существенного обновления арсенала методов и средств измерений и широкого внедрения микропроцессорной техники;

2) структурный анализ измерительных процессов с системных позиций;

3) разработка принципиально новых подходов к организации процедуры измерений.

Теория единства измерений. (Теория воспроизведения единиц физических величин и передачи их размеров.) Этот раздел традиционно является центральным в теоретической метрологии. Он включает в себя: теорию единиц ФВ, теорию исходных средств измерений (эталонов) и теорию передачи размеров единиц ФВ.

• *Теория единиц физических величин.* Основная цель подраздела — совершенствование единиц ФВ в рамках существующей системы величин, заключающееся в уточнении и переопределении единиц. Другой задачей является развитие и совершенствование системы единиц ФВ, т.е. изменение состава и определений основных единиц. Работы в этом направлении проводятся постоянно на основе использования новых физических явлений и процессов.

• *Теория исходных средств измерений (эталонов).* В данном подразделе рассматриваются вопросы создания рациональной системы эталонов единиц ФВ, обеспечивающих требуемый уровень единства измерений. Перспективное направление совершенствования эталонов — переход к эталонам, основанным на стабильных естественных физических процессах. Для эталонов основных единиц принципиально важным является достижение максимально возможного уровня для всех метрологических характеристик.

• *Теория передачи размеров единиц физических величин.* Предметом изучения подраздела являются алгоритмы передачи размеров единиц ФВ при централизованном и децентрализованном их воспроизведении. Указанные алгоритмы должны быть основаны как на метрологических, так и на технико-экономических показателях.

Теория построения средств измерений. В разделе обобщается опыт конкретных наук в области построения *средств и методов измерений.* В последние годы все большее значение приобретают знания, накопленные при разработке электронных СИ электрических и особенно неэлектрических величин. Это связано с бурным развитием микропроцессорной и вычислительной техники и ее активным использованием при построении СИ, что открывает новые возможности при обработке результатов. Важной задачей является разработка новых и совершенствование известных измерительных преобразователей.

Теория точности измерений. В данном разделе метрологии обобщены методы, развиваемые в конкретных областях измерений. Он состоит их трех подразделов: теории погрешностей, теории точности средств измерений и теории измерительных процедур.

• *Теория погрешностей.* Этот подраздел является одним из центральных в метрологии, поскольку результаты измерений объективны настолько, насколько правильно оценены их погрешности. Предметом теории погрешностей является классификация погрешностей измерений, изучение и описание их свойств. Сложившееся исторически деление погрешностей на случайные и систематические, хотя и вызывает справедливые нарекания, тем не менее продолжает активно использоваться в метрологии. Как известная альтернатива такому делению погрешностей может рассматриваться развиваемое в последнее время описание погрешностей на основе теории нестационарных случайных процессов. Важной частью подраздела является теория суммирования погрешностей.

• *Теория точности средств измерений.* Подраздел включает: теорию погрешностей средств измерений, принципы и методы определения и нормирования метрологических характеристик средств измерений, методы анализа их метрологической надежности.

Теория погрешностей средств измерений наиболее детально разработана в метрологии. Значительные знания накоплены и в конкретных областях измерений, на их основе развиты общие методы расчета погрешностей СИ. В настоящее время в связи с усложнением СИ, развитием микропроцессорных измерительных устройств актуальной стала задача по расчету погрешностей цифровых СИ вообще и измерительных систем и измерительно-вычислительных комплексов в частности.

Принципы и методы определения и нормирования метрологических характеристик СИ достаточно хорошо разработаны. Однако они требуют модификации с учетом специфики метрологии и в первую очередь тесной связи определения метрологических характеристик СИ с их нормированием. К числу не до конца решенных задач следует отнести определение динамических характеристик СИ и градуировочных характеристик первичных измерительных преобразователей. По мере совершенствования средств обработки электрических измерительных сигналов наиболее существенные метрологические проблемы концентрируются вокруг выбора первичного преобразователя. Ввиду разнообразия принципов действия и типов СИ, а также повышения требуемой точности измерений появляется проблема выбора нормируемых метрологических характеристик СИ.

Теория метрологической надежности средств измерений по своей целевой направленности связана с общей теорией надежности. Однако специфика метрологических отказов и прежде всего непостоянство во времени их интенсивности делают невозможным автоматическое перенесение методов классической теории надежности в теорию метрологической надежности. Необходима разработка специальных методов анализа метрологической надежности СИ.

• *Теория измерительных процедур.* Повышение сложности измерительных задач, постоянный рост требований к точности измерений, усложнение методов и средств измерений обуславливают проведение исследований, направленных на обеспечение рациональной организации и эффективного выполнения измерений. При этом главную роль играет анализ измерений как совокупности взаимосвязанных этапов, т.е. как процедуры. Подраздел включает теорию методов измерений; методы обработки измерительной информации; теорию планирования измерений; анализ предельных возможностей измерений.

Теория методов измерений — подраздел, посвященный разработке новых методов измерений и модификации существующих, что связано с ростом требований к точности измерений, диапазонам, быстродействию, условиям проведения измерений. С помощью современных средств измерений реализуются сложные совокупности классических методов. Поэтому остается актуальной традиционная задача совершенствования существующих методов и исследования их потенциальных возможностей с учетом условий реализации.

Методы обработки измерительной информации, используемые в метрологии, основываются на методах, которые заимствуются из математики, физики и других дисциплин. В связи с этим актуальна задача обоснованности выбора и применения того или иного способа обработки измерительной информации и соответствия требуемых исходных данных теоретического способа тем, которыми реально располагает экспериментатор.

Теория планирования измерений — область метрологии, которая весьма активно развивается. К числу ее основных задач относятся уточнение метрологического содержания задач планирования измерений и обоснование заимствований математических методов из общей теории планирования эксперимента.

Анализ предельных возможностей измерений на данном уровне развития науки и техники позволяет решить такую главную задачу, как исследование предельной точности измерений при помощи конкретных типов или экземпляров средств измерений.

1.3. Краткий очерк истории развития метрологии

Измерения являются одним из самых древних занятий в познавательной деятельности человека. Их возникновение относится к истокам материальной культуры человечества.

В древнейшие времена люди обходились только счетом однородных объектов — голов скота, числа воинов и т.п. Такой счет не требовал введения понятия физической величины и установления условных единиц измерения. Не было потребности в изготовлении и использовании специальных технических средств для проведения счета. Однако по мере развития общества появилась необходимость в количественной оценке различных величин — расстояний, веса, размеров, объемов и т.д. Эту оценку старались свести к счету, для чего выбирались природные и антропологические единицы. Например, время измерялось в сутках, годах; линейные размеры — в локтях, ступнях; расстояния — в шагах, сутках пути. Позже, в процессе развития промышленности, были созданы специальные устройства — средства измерений, предназначенные для количественной оценки различных величин. Так появились часы, весы, меры длины и другие измерительные устройства.

На определенном этапе своего развития измерения стали причиной возникновения метрологии. Долгое время последняя существовала как описательная наука, констатирующая сложившиеся в обществе соглашения о мерах используемых величин. Развитие науки и техники привело к использованию множества мер одних и тех же величин, применяемых в различных странах. Так, расстояние в России измерялось верстами, а в Англии — милями. Все это существенно затрудняло сотрудничество между государствами в торговле, науке.

С целью унифицировать единицы ФВ, сделать их независимыми от времени и разного рода случайностей во Франции была разработана метрическая система мер. Эта система строилась на основе естественной единицы — метра, равного одной сорокамиллионной части меридиана, проходящего через Париж. За единицу массы принимался килограмм — масса кубического дециметра чистой воды при температуре +4°С. Учредительное собрание Франции 26 марта 1791 г. утвердило предложения Парижской академии наук. Это явилось серьезной предпосылкой для проведения международной унификации единиц ФВ.

В 1832 г. К. Гаусс предложил методику построения систем единиц ФВ как совокупности основных и производных величин. Он построил систему единиц, названную *абсолютной*, в которой за основу были приняты три произвольные, независимые друг от друга единицы: длины — миллиметр, массы — миллиграмм и времени — секунда.

В 1835 г. в России был издан указ "О системе Российских мер и весов", в котором были утверждены эталоны длины (платиновая сажень) и массы (платиновый фунт). В 1842 г. на территории Петропавловской крепости в Санкт-Петербурге в специально построенном здании открылось первое метрологическое учреждение России — Депо образцовых мер и весов. В нем хранились эталоны и их копии, изготавливались образцовые меры для передачи в другие города, проводились сличения российских мер с иностранными. Деятельность Депо регламентировалась "Положением о мерах и весах", которое положило начало государственному подходу к обеспечению единства измерений в стране. В 1848 г. в России вышла первая книга по метрологии — "Общая метрология", написанная Ф.И. Петрушевским. В этой работе описаны меры и денежные знаки различных стран.

В 1875 г. семнадцать государств, в том числе и Россия, на дипломатической конференции подписали Метрическую конвенцию, к которой в настоящее время примкнула 41 страна мира. Согласно этой конвенции устанавливается международное сотрудничество подписавших ее стран. Для этого было создано Международное бюро мер и весов (МБМВ), находящееся в г. Севре близ Парижа. В нем хранятся международные прототипы ряда мер и эталоны единиц некоторых ФВ. В соответствии с конвенцией для руководства деятельностью МБМВ был учрежден Международный комитет мер и весов (МКМВ), в который вошли ученые из различных стран. Сейчас при МКМВ действуют семь консультативных комитетов: по единицам, определению метра, секунды, термометрии, электричеству, фотометрии и по эталонам для измерения ионизирующих излучений.

Очень много для развития отечественной метрологии сделал Д.И. Менделеев. Период с 1892 по 1917 г. называют менделеевским этапом развития метрологии. В 1893 г. на базе Депо образцовых мер и весов была утверждена Главная палата мер и весов, управляющим которой до последних дней жизни был Д.И. Менделеев. Она стала одним из первых в мире научно-исследовательских учреждений метрологического профиля.

До 1918 г. метрическая система внедрялась в России факультативно, наряду со старой русской и английской (дюймовой) системами. Значительные изменения в метрологической деятельности стали происходить после подписания Советом народных комиссаров РСФСР декрета "О введении международной метрической системы мер и весов". Внедрение метрической системы в России происходило с 1918 по 1927 г. После Великой Отечественной войны и до сего времени метрологическая работа в нашей стране проводится под руководством Государственного комитета по стандартам (Госстандарт).

В 1960 г. XI Международная конференция по мерам и весам приняла Международную систему единиц ФВ — систему СИ. Сегодня метрическая система узаконена более чем в 124 странах мира.

В настоящее время на базе Главной палаты мер и весов существует высшее научное учреждение страны — Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева (ВНИИМ). В лабораториях института разрабатываются и хранятся государственные эталоны единиц измерений, определяются физические константы и свойства веществ и материалов. Тематика работ института охватывает линейные, угловые, оптические и фотометрические, акустические, электрические и магнитные измерения, измерения массы, плотности, силы, давления, вязкости, твердости, скорости, ускорения и ряда других величин.

В 1955 г. под Москвой был создан второй метрологический центр страны — ныне Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений (ВНИИФТРИ). Он разрабатывает эталоны и средства точных измерений в ряде важнейших областей науки и техники: радиоэлектронике, службе времени и частоты, акустике, атомной физике, физике низких температур и высоких давлений.

Третьим метрологическим центром России является Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы (ВНИИМС) — головная организация в области прикладной и законодательной метрологии. На него возложена координация и научно-методическое руководство метрологической службой страны. Кроме перечисленных существует ряд региональных метрологических институтов и центров.

К международным метрологическим организациям относится и Международная организация законодательной метрологии (МОЗМ), образованная в 1956 г. При МОЗМ в Париже работает Международное бюро законодательной метрологии. Его деятельностью руководит Международный комитет законодательной метрологии. Некоторые вопросы метрологии решает Международная организация по стандартизации (ИСО).

Контрольные вопросы

1. Обоснуйте важность теоретической метрологии.
2. Что изучает теоретическая метрология?
3. Каково место метрологии среди других наук?
4. Что такое измерение? Приведите примеры измерений, постоянно встречающихся в повседневной жизни.
5. В чем заключается значимость метрологии?
6. Перечислите, из каких основных разделов состоит теоретическая метрология. Какие задачи в них решаются?
7. Сформулируйте основные этапы развития метрологии.
8. Какие основные метрологические учреждения существуют в нашей стране? Какова их сфера деятельности?

Глава 2. ОСНОВНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕТРОЛОГИИ

2.1. Физические свойства и величины

2.1.1. Классификация величин

Все объекты окружающего мира характеризуются своими свойствами. *Свойство* — философская категория, выражающая такую сторону объекта (явления, процесса), которая обуславливает его различие или общность с другими объектами (явлениями, процессами) и обнаруживается в его отношениях к ним. Свойство — категория качественная. Для количественного описания различных свойств процессов и физических тел вводится понятие величины. *Величина* — это свойство чего-либо, которое может быть выделено среди других свойств и оценено тем или иным способом, в том числе и количественно. Величина не существует сама по себе, она имеет место лишь постольку, поскольку существует объект со свойствами, выраженными данной величиной.

Анализ величин [21, 22] позволяет разделить их на два вида: реальные и идеальные (рис. 2.1).

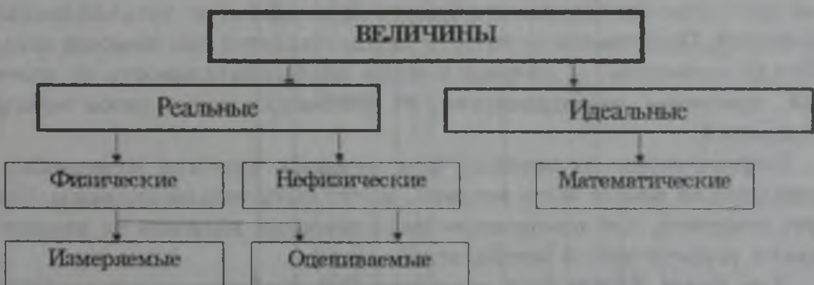


Рис. 2.1. Классификация величин

Идеальные величины главным образом относятся к математике и являются обобщением (моделью) конкретных реальных понятий. Они вычисляются тем или иным способом.

Реальные величины в свою очередь делятся на *физические* и *нефизические*. Физическая величина в общем случае может быть определена как величина, свойственная материальным объектам (процессам, явлениям), изучаемым в естественных (физика, химия) и технических науках. К нефизическим следует отнести величины, присущие общественным (нефизическим) наукам — философии, социологии, экономике и т.п.

Стандарт ГОСТ 16263–70 трактует *физическую величину*, как одно из свойств физического объекта, в качественном отношении общее для многих физических объектов, а в количественном — индивидуальное для каждого из них. Индивидуальность в количественном отношении понимают в том смысле, что свойство может быть для одного объекта в определенное число раз больше или меньше, чем для другого. Таким образом, физические величины — это измеренные свойства физических объектов или процессов, с помощью которых они могут быть изучены.

Физические величины целесообразно разделить на *измеряемые* и *оцениваемые*. Измеряемые ФВ могут быть выражены количественно в виде определенного числа установленных единиц измерения. Возможность введения и использования последних является важным отличительным признаком измеряемых ФВ. Физические величины, для которых по тем или иным причинам не может быть введена единица измерения, могут быть только оценены. Под *оцениванием* в таком случае понимается операция приписывания данной величине определенного числа, проводимая по установленным правилам. Оценивание величины осуществляется при помощи шкал. *Шкала величины* — упорядоченная последовательность ее значений, принятая по соглашению на основании результатов точных измерений.

Нефизические величины, для которых единица измерения в принципе не может быть введена, могут быть только оценены. Следует отметить, что оценивание нефизических величин не входит в задачи теоретической метрологии.

Для более детального изучения ФВ необходимо классифицировать, выявить общие метрологические особенности их отдельных групп. Возможные классификации ФВ показаны на рис. 2.2.

По *видам явлений* они делятся на следующие группы:

• *вещественные*, т.е. описывающие физические и физико-химические свойства веществ, материалов и изделий из них. К этой груп-

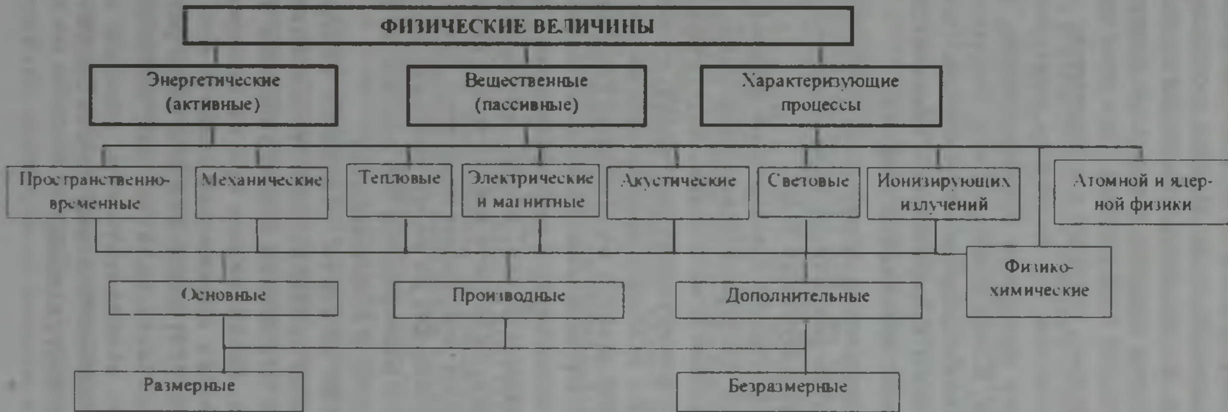


Рис. 2.2. Классификация ФВ

пе относятся масса, плотность, электрическое сопротивление, емкость, индуктивность и др. Иногда указанные ФВ называют *пассивными*. Для их измерения необходимо использовать вспомогательный источник энергии, с помощью которого формируется сигнал измерительной информации. При этом пассивные ФВ преобразуются в активные, которые и измеряются;

- *энергетические*, т.е. величины, описывающие энергетические характеристики процессов преобразования, передачи и использования энергии. К ним относятся ток, напряжение, мощность, энергия. Эти величины называют *активными*. Они могут быть преобразованы в сигналы измерительной информации без использования вспомогательных источников энергии;

- *характеризующие протекание процессов во времени*. К этой группе относятся различного вида спектральные характеристики, корреляционные функции и др.

По *принадлежности к различным группам физических процессов* ФВ делятся на пространственно-временные, механические, тепловые, электрические и магнитные, акустические, световые, физико-химические, ионизирующих излучений, атомной и ядерной физики.

По степени условной независимости от других величин данной группы ФВ делятся на основные (условно независимые), производные (условно зависимые) и дополнительные. В настоящее время в системе СИ используется семь физических величин, выбранных в качестве основных: длина, время, масса, температура, сила электрического тока, сила света и количества вещества. К дополнительным физическим величинам относятся плоский и телесный углы. Подробно деление ФВ по этому признаку рассмотрено в гл. 3.

По *наличию размерности* ФВ делятся на размерные, т.е. имеющие размерность, и безразмерные.

Физические объекты обладают неограниченным числом свойств, которые проявляются с бесконечным разнообразием. Это затрудняет их отражение совокупностями чисел с ограниченной разрядностью, возникающее при их измерении. Среди множества специфических проявлений свойств есть и несколько общих. Н.Р. Кэмпбелл [13] установил для всего разнообразия свойств Х физического объекта наличие трех наиболее общих проявлений в отношениях эквивалентности, порядка и аддитивности. Эти отношения в математической логике аналитически описываются простейшими постулатами.

1. *Отношение эквивалентности* — это отношение, в котором данное свойство X у различных объектов A и B оказывается одинаковым или неодинаковым. Постулаты отношения эквивалентности:

а) дихотомии (сходства и различия): либо $X(A) \approx X(B)$, либо $X(A) \not\approx X(B)$;

б) симметричности (симметричности отношения эквивалентности): если $X(A) \approx X(B)$, то $X(B) \approx X(A)$;

в) транзитивности по качеству (перехода отношения эквивалентности): если $X(A) \approx X(B)$ и $X(B) \approx X(C)$, то $X(A) \approx X(C)$.

2. *Отношение порядка* — это отношение, в котором данное свойство X у различных объектов оказывается больше или меньше. Постулаты отношения порядка:

а) антисимметричности: если $X(A) > X(B)$, то $X(B) < X(A)$;

б) транзитивности по интенсивности свойства (переход отношения порядка): если $X(A) > X(B)$ и $X(B) > X(C)$, то $X(A) > X(C)$.

3. *Отношение аддитивности* — это отношение, когда однородные свойства различных объектов могут суммироваться. Постулаты отношения аддитивности:

а) монотонности (однонаправленности аддитивности): если $X(A) = X(C)$ и $X(B) > 0$, то $X(A) + X(B) > X(C)$;

б) коммутативности (переместимости слагаемых): $X(A) + X(B) = X(B) + X(A)$;

в) дистрибутивности: $X(A) + X(B) = X(A + B)$;

г) ассоциативности: $[X(A)+X(B)]+X(C) = X(A)+[X(B)+X(C)]$.

Кэмпбелл показал, что в зависимости от проявления наиболее общих отношений эквивалентности, порядка и аддитивности следует различать три вида свойств и величин: $X_{экв}$ — свойства, проявляющие себя только в отношении эквивалентности; $X_{инт}$ — интенсивные величины, проявляющие себя в отношении эквивалентности и порядка; $X_{экс}$ — экстенсивные величины, проявляющие себя в отношении эквивалентности, порядка и аддитивности.

2.1.2. Свойства, проявляющие себя только в отношении эквивалентности. Понятие счета

Если свойство проявляет себя только в отношении эквивалентности, то обладающие им объекты могут быть: обнаружены, классифицированы, подвергнуты контролю по классам свойств эквивалентности, отражены соответствующими формальными объектами — числами.

Примером объектов, обладающих свойствами эквивалентности, могут служить, например, виды животных: заяц, медведь и др. Каждая группа таких объектов отличается характерными свойствами, наименованиями и распознается по эквивалентности тем или иным способом.

Свойства, проявляющиеся в отношении эквивалентности, отображаются изоморфно, т. е. взаимооднозначно в обоих направлениях. При этом данному эмпирическому объекту X_1 соответствует только данный формальный объект N_1, например в виде числа из множества натуральных чисел $N_н$, и наоборот: $X_1 \in X_{экв} \rightarrow N_1 \in (1 \ldots N_н)$. Для отображения числами объектов, которые обладают свойствами, проявляющими себя лишь в отношении эквивалентности, используется *шкала наименований* (рассматривается далее).

Основным информативным параметром совокупности объектов с отношением эквивалентности является их количество, которое определяется путем счета. При счете численность качественно однотипных объектов отображается соответствующим числом из натурального ряда чисел. *Счет* — это процедура определения численности качественно однотипных объектов в данной их совокупности. Для проведения счета необходимо [20] априорно реализовать последовательность теоретических и эмпирических методов, а именно:

- наблюдения за объектом счета;
- абстрагирования от всех свойств объектов, кроме учитываемого;
- анализа и сравнения — для выявления отдельного объекта;
- индукции — для установления повторяемости объектов;
- обобщения — для выделения группы общих свойств.

После этого становится возможным применение эмпирико-теоретических методов формализации представлений о множестве объектов в виде ряда целых чисел. Результатом счета является число объектов. Основными характеристиками счета являются достоверность и скорость.

2.1.3. Интенсивные величины, удовлетворяющие отношениям эквивалентности и порядка. Понятия величины и контроля

Многие свойства, помимо отношения эквивалентности, проявляют себя и в отношении наличия у них количественной ординаты свойства — интенсивности. При расчленении объекта такие свойства обычно не изменяются и называются *интенсивными величинами*. Путем сравнения интенсивных величин можно определить их соотношение, упорядочить по интенсивности данного свойства. При сравнении интенсивных величин выявляется отношение порядка (больше, меньше или равно), т.е. определяется соотношение между величинами. Примерами интенсивных величин являются твердость материала, запах и др.

Интенсивные величины могут быть обнаружены, классифицированы по интенсивности, подвергнуты контролю, количественно оценены монотонно возрастающими или убывающими числами.

На основании понятия "интенсивная величина" вводятся понятия физической величины (см. 2.1.1) и ее размера. *Размер физической величины* — количественное содержание в данном объекте свойства, соответствующего понятию ФВ.

Интенсивные величины отображаются путем количественного, главным образом экспертного, оценивания, при котором свойства с большим размером отображаются большим числом, чем свойства с меньшим размером. Интенсивные величины оцениваются при помощи шкал порядка и интервалов, рассмотренных далее.

Объекты, характеризующиеся интенсивными величинами, могут быть подвергнуты контролю. *Контроль* — это процедура установления соответствия между состоянием объекта и нормой. Для реализации процедуры простейшего однопараметрового контроля свойства X необходимы образцовые объекты, которые характеризуют параметры, равные соответственно нижней $X_н$ и верхней $X_в$ границам нормы, и устройство сравнения. Результат контроля Q определяется следующим уравнением:

$$Q = \begin{cases} \text{ниже нормы } (X < X_н); \\ \text{норма } (X > X_н \text{ и } X < X_в); \\ \text{выше нормы } (X > X_в). \end{cases}$$

2.1.4. Экстенсивные величины, удовлетворяющие отношениям эквивалентности, порядка и аддитивности. Понятия о единице величины и измерении

Если физическая величина проявляется в отношениях эквивалентности, порядка и аддитивности, то она может быть: обнаружена, классифицирована, проконтролирована и измерена. Эти величины, называемые *экстенсивными*, характеризуют обычно физические вещественные или энергетические свойства объекта, например массу тела, электрическое сопротивление проводника и др.

При измерении экстенсивной величины несчетное множество ее размеров отображается на счетное подмножество в виде совокупности чисел Q, которое также должно удовлетворять отношениям эквивалентности, порядка и аддитивности. Числа Q — это результаты измерений, они могут быть использованы для любых математических операций. Совокупность таких чисел Q должна обладать следующими свойствами:

1. Для проявления в отношении эквивалентности совокупность чисел Q, отображающая различные по размеру однородные величины, должна быть совокупностью одинаково именованных чисел. Это наименование является единицей ФВ или ее доли. *Единица физической величины* [Q] — это ФВ фиксированного размера, которой условно присвоено числовое значение, равное единице. Она применяется для количественного выражения однородных ФВ.

2. Для проявления в отношениях эквивалентности и порядка число q_1, отображающее большую по размеру величину $Q_1>Q_2$, выбирается большим, чем число q_2 , отображающее меньшую по размеру величину Q_2. При этом в обоих случаях используется одна единица ФВ. Для выполнения данного условия в качестве искомой совокупности $q_1,\ldots, q_n$ выбирают упорядоченное множество действительных чисел с естественным отношением порядка.

3. Для проявления в отношениях эквивалентности, порядка и аддитивности отвлеченное число, равное оценке суммарной измеряемой величины Q, возникающей в результате сложения составляющих однородных величин Q_i, должно быть равно сумме числовых оценок q_i этих составляющих. Сумма именованных чисел Q_i, отражающих составляющие, должна быть равна именованному числу Q, отражающему суммарную величину:

$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i; \quad Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i = \sum_{i=1}^{n} q_i[Q_i] = q[Q] \text{ при } [Q] = [Q_i].$$

Если реализовано условие $[Q] = [Q_i]$, т. е. имеет место равенство размеров единиц у всех именованных чисел, отражающих суммарную величину Q и ее составляющие Q_i, то в этом случае вводятся следующие понятия:

значение физической величины Q — это оценка ее размера в виде некоторого числа принятых для нее единиц;

числовое значение физической величины q — отвлеченное число, выражающее отношение значения величины к соответствующей единице данной ФВ.

Уравнение

$$Q = q[Q] \tag{2.1}$$

называют *основным уравнением измерения.* Суть простейшего измерения состоит в сравнении размера ФВ Q с размерами выходной величины регулируемой многозначной меры $q[Q]$. В результате сравнения устанавливают, что $q[Q] < Q < (q + 1)[Q]$. Отсюда следует, что $q = \mathrm{Int}\big(Q/[Q]\big)$, где $\mathrm{Int}(X)$ — функция, выделяющая целую часть числа X.

Условием реализации процедуры элементарного прямого измерения является выполнение следующих операций:

- воспроизведение ФВ заданного размера $q[Q]$;
- сравнение измеряемой ФВ Q с воспроизводимой мерой величиной $q[Q]$.

Таким образом, на основе использования общих постулатов эквивалентности, порядка и аддитивности получено понятие прямого измерения, которое может быть сформулировано следующим образом: *измерение* — познавательный процесс, заключающийся в сравнении путем физического эксперимента данной ФВ с известной ФВ, принятой за единицу измерения.

Ограниченность числового значения q измеряемой величины Q приводит при отображении к *гомоморфизму*, т.е. к неоднозначности при отображении. Измерение является гомоморфным отображением, так как данному размеру Q в диапазоне от $q\,[Q]$ до $(q+1)\,[Q]$ соответствует только одно значение $Q_0 = q\,[Q]$ (рис. 2.3), а данному Q_0 — множество размеров Q в указанном диапазоне.

Гомоморфизм вносит вероятностный аспект в отображение не только случайной, но и постоянной величины и является причиной появления неизбежной методической погрешности измерения — погрешности квантования. Эта погрешность возникает из-за принципиального несовершенства измерения как метода отображения непрерывного размера величины числом с ограниченным количеством разрядов.

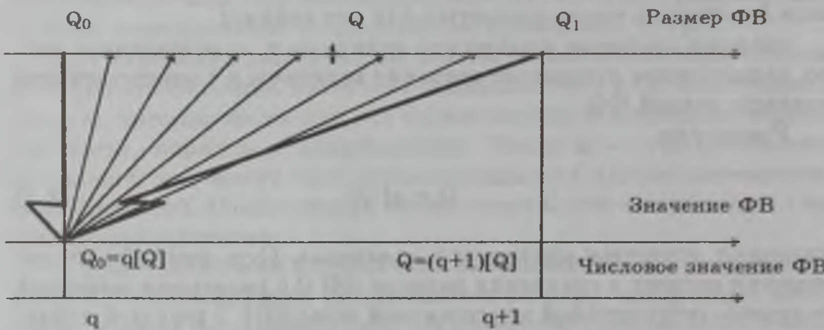


Рис. 2.3. Гомоморфизм операции измерения

2.1.5. Шкалы измерений

В практической деятельности необходимо проводить измерения различных величин, характеризующих свойства тел, веществ, явлений и процессов. Как было показано в предыдущих разделах, некоторые свойства проявляются только качественно, другие — количественно. Разнообразные проявления (количественные или качественные) любого свойства образуют множества, отображения элементов которых на упорядоченное множество чисел или в более общем случае условных знаков образуют *шкалы измерения* этих свойств. Шкала измерений количественного свойства является шкалой ФВ. *Шкала физической величины* — это упорядоченная последовательность значений ФВ, принятая по соглашению на основании результатов точных измерений. Термины и определения теории шкал измерений изложены в документе МИ 2365–96.

В соответствии с логической структурой проявления свойств различают пять основных типов шкал измерений.

1. *Шкала наименований (шкала классификации)*. Такие шкалы используются для классификации эмпирических объектов, свойства которых проявляются только в отношении эквивалентности. Эти свойства нельзя считать физическими величинами, поэтому шкалы такого вида не являются шкалами ФВ. Это самый простой

тип шкал, основанный на приписывании качественным свойствам объектов чисел, играющих роль имен.

В шкалах наименований, в которых отнесение отражаемого свойства к тому или иному классу эквивалентности осуществляется с использованием органов чувств человека, наиболее адекватен результат, выбранный большинством экспертов. При этом большое значение имеет правильный выбор классов эквивалентной шкалы — они должны надежно различаться наблюдателями, экспертами, оценивающими данное свойство. Нумерация объектов по шкале наименований осуществляется по принципу: "не приписывай одну и ту же цифру разным объектам". Числа, приписанные объектам, могут быть использованы для определения вероятности или частоты появления данного объекта, но их нельзя использовать для суммирования и других математических операций.

Поскольку данные шкалы характеризуются только отношениями эквивалентности, то в них отсутствует понятия нуля, "больше" или "меньше" и единицы измерения. Примером шкал наименований являются широко распространенные атласы цветов, предназначенные для идентификации цвета.

2. ***Шкала порядка (шкала рангов)***. Если свойство данного эмпирического объекта проявляет себя в отношении эквивалентности и порядка по возрастанию или убыванию количественного проявления свойства, то для него может быть построена шкала порядка. Она является монотонно возрастающей или убывающей и позволяет установить отношение больше/меньше между величинами, характеризующими указанное свойство. В шкалах порядка существует или не существует нуль, но принципиально нельзя ввести единицы измерения, так как для них не установлено отношение пропорциональности и соответственно нет возможности судить во сколько раз больше или меньше конкретные проявления свойства.

В случаях, когда уровень познания явления не позволяет точно установить отношения, существующие между величинами данной характеристики, либо применение шкалы удобно и достаточно для практики, используют условные (эмпирические) шкалы порядка. *Условная шкала* — это шкала ФВ, исходные значения которой выражены в условных единицах. Например, шкала вязкости Энглера, 12-бальная шкала Бофорта для силы морского ветра.

Широкое распространение получили шкалы порядка с нанесенными на них реперными точками. К таким шкалам, например, относится шкала Мооса для определения твердости минералов, которая содержит 10 опорных (реперных) минералов с различными условными числами твердости: тальк — 1; гипс — 2; кальций — 3; флюорит — 4; апатит — 5; ортоклаз — 6; кварц — 7; топаз — 8; корунд — 9; алмаз — 10. Отнесение минерала к той или иной градации твердости осуществляется на основании эксперимента, который состоит в том, что испытуемый материал царапается опорным. Если после царапанья испытуемого минерала кварцем (7) на нем остается след, а после ортоклаза (6) — не остается, то твердость испытуемого материала составляет более 6, но менее 7. Более точного ответа в этом случае дать невозможно.

В условных шкалах одинаковым интервалам между размерами данной величины не соответствуют одинаковые размерности чисел, отображающих размеры. С помощью этих чисел можно найти вероятности, моды, медианы, квантили, однако их нельзя использовать для суммирования, умножения и других математических операций.

Определение значения величин при помощи шкал порядка нельзя считать измерением, так как на этих шкалах не могут быть введены единицы измерения. Операцию по приписыванию числа требуемой величине следует считать *оцениванием.* Оценивание по шкалам порядка является неоднозначным и весьма условным, о чем свидетельствует рассмотренный пример.

3. ***Шкала интервалов (шкала разностей).*** Эти шкалы являются дальнейшим развитием шкал порядка и применяются для объектов, свойства которых удовлетворяют отношениям эквивалентности, порядка и аддитивности. Шкала интервалов состоит из одинаковых интервалов, имеет единицу измерения и произвольно выбранное начало — нулевую точку. К таким шкалам относится летоисчисление по различным календарям, в которых за начало отсчета принято либо сотворение мира, либо рождество Христово и т.д. Температурные шкалы Цельсия, Фаренгейта и Реомюра также являются шкалами интервалов.

На шкале интервалов определены действия сложения и вычитания интервалов. Действительно, по шкале времени интервалы можно суммировать или вычитать и сравнивать, во сколько раз один интервал больше другого, но складывать даты каких-либо событий просто бессмысленно.

Шкала интервалов величины Q описывается уравнением $Q = Q_0 + q[Q]$, где q — числовое значение величины; Q_0 — начало отсчета шкалы; [Q] — единица рассматриваемой величины. Такая шкала полностью определяется заданием начала отсчета Q_0 шкалы и единицы данной величины $[Q]$.

Задать шкалу практически можно двумя путями. При первом из них выбираются два значения Q_0 и Q_1 величины, которые относительно просто реализованы физически. Эти значения называются *опорными точками*, или *основными реперами*, а интервал $(Q_1 - Q_0)$ — *основным интервалом*. Точка Q_0 принимается за начало отсчета, а величина $(Q_1 - Q_0)/n = [Q]$ за единицу Q. При этом n выбирается таким, чтобы $[Q]$ было целой величиной.

Перевод одной шкалы интервалов $Q = Q_{01} + q_1[Q]_1$ в другую $Q = Q_{02} + q_2[Q]_2$ осуществляется по формуле

$$q_1 = \left(q_2 - \frac{Q_{02} - Q_{01}}{[Q]_1}\right)\frac{[Q]_1}{[Q]_2}. \tag{2.2}$$

Пример 2.1. Шкала Фаренгейта является шкалой интервалов. На ней Q_0—температура смеси льда, поваренной соли и нашатыря, Q_1— температура человеческого тела. Единица измерения — градус Фаренгейта :

$$[Q_F] = (Q_1 - Q_0)/96 = 1°F.$$

Температура таяния смеси льда, соли и нашатыря оказалась равной 32°F, а температура кипения воды — 212°F.

На шкале Цельсия Q_0 — температура таяния льда, Q_1 — температура кипения воды. Градус Цельсия $[Q_C] = (Q_1 - Q_2)/100 = 1°C$.

Требуется получить формулу для перехода от одной шкалы к другой.

Формула для перехода определяется в соответствии с выражением (2.2). Значение разности температур по шкале Фаренгейта между точкой кипения воды и точкой таяния льда составляет 212°F−32°F = 180°F. По шкале Цельсия этот интервал температур равен 100°C. Следовательно, 100°C = 180°F и отношение размеров единиц

$$\frac{[Q]_1}{[Q]_2} = \frac{°F}{°C} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}.$$

Числовое значение интервала между началами отсчета по рассматриваемым шкалам, измеренного в градусах Фаренгейта ($[Q]_1$=°F), равно 32. Переход от температуры по шкале Фаренгейта к температуре по шкале Цельсия производится по формуле

$$t_C = \frac{5}{9}\left(t_F - 32\right).$$

При втором пути задания шкалы единица воспроизводится непосредственно как интервал, его некоторая доля или некоторое число интервалов размеров данной величины, а начало отсчета выбирают каждый раз по-разному в зависимости от конкретных условий изучаемого явления. Пример такого подхода — шкала времени, в которой 1 с = 9 192 631 770 периодов излучения, соответствующих переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133. За начало отсчета принимается начало изучаемого явления.

4. ***Шкала отношений.*** Эти шкалы описывают свойства эмпирических объектов, которые удовлетворяют отношениям эквивалентности, порядка и аддитивности (шкалы второго рода — аддитивные), а в ряде случаев и пропорциональности (шкалы первого рода — пропорциональные). Их примерами являются шкала массы (второго рода), термодинамической температуры (первого рода).

В шкалах отношений существует однозначный естественный критерий нулевого количественного проявления свойства и единица измерений, установленная по соглашению. С формальной точки зрения шкала отношений является шкалой интервалов с естественным началом отсчета. К значениям, полученным по этой шкале, применимы все арифметические действия, что имеет важное значение при измерении ФВ.

Шкалы отношений — самые совершенные. Они описываются уравнением $Q = q[Q]$, где Q — ФВ, для которой строится шкала, [Q] — ее единица измерения, q — числовое значение ФВ. Переход от одной шкалы отношений к другой происходит в соответствии с уравнением $q_2 = q_1 [Q_1] / [Q_2]$.

5. ***Абсолютные шкалы.*** Некоторые авторы [22,23] используют понятие абсолютных шкал, под которыми понимают шкалы, обладающие всеми признаками шкал отношений, но дополнительно

имеющие естественное однозначное определение единицы измерения и не зависящие от принятой системы единиц измерения. Такие шкалы соответствуют относительным величинам: коэффициенту усиления, ослабления и др. Для образования многих производных единиц в системе СИ используются безразмерные и счетные единицы абсолютных шкал.

Отметим, что шкалы наименований и порядка называют *неметрическими (концептуальными)*, а шкалы интервалов и отношений — *метрическими (материальными)*. Абсолютные и метрические шкалы относятся к разряду линейных. Практическая реализация шкал измерений осуществляется путем стандартизации как самих шкал и единиц измерений, так и, в необходимых случаях, способов и условий их однозначного воспроизведения.

2.2. Измерение и его основные операции

Все измеряемые ФВ можно разделить на две группы:

- непосредственно измеряемые, которые могут быть воспроизведены с заданными размерами и сравнимы с подобными, например длина, масса, время;
- преобразуемые с заданной точностью в непосредственно измеряемые величины, например температура, плотность. Такое преобразование осуществляется с помощью операции измерительного преобразования.

Суть простейшего прямого измерения состоит в сравнении размера ФВ Q с размерами выходной величины регулируемой многозначной меры $q[Q]$ (см. 2.1.4). Условием реализации процедуры прямого измерения является выполнение следующих элементарных операций:

- измерительного преобразования измеряемой ФВ X в другую ФВ Q, однородную или неоднородную с ней;
- воспроизведения ФВ $Q_м$ заданного размера $N[Q]$, однородной с преобразованной величиной Q;
- сравнения однородных ФВ: преобразованной Q и воспроизводимой мерой $Q_м = N[Q]$.

Структурная схема измерения показана на рис. 2.4. Для получения результата измерения необходимо обеспечить выполнение при $N = q$ условия:

$$\Delta = Q - q[Q] = F(X) - q[Q] = \min(F[X] - N[Q]),$$

т.е. погрешность сравнения величин Q и $Q_м$ должна быть минимизирована. В этом случае результат измерений находится как $X = F^{-1}\{q[Q]\}$, где F^{-1} — операция, обратная операции F, осуществляемой при измерительном преобразовании.

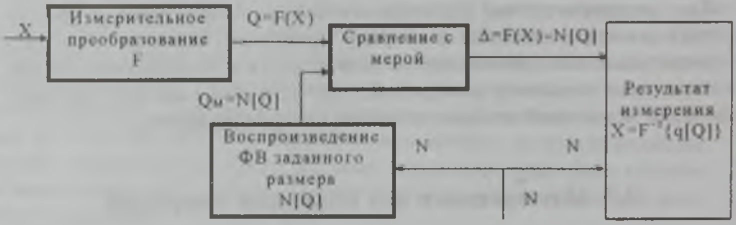


Рис. 2.4. Структурная схема измерения

Измерительное преобразование — операция, при которой устанавливается взаимно однозначное соответствие между размерами в общем случае неоднородных преобразуемой и преобразованной ФВ. Измерительное преобразование описывается уравнением вида $Q = F(X)$, где F — некоторая функция, или функционал (см. рис. 2.4). Однако чаще стремятся сделать преобразование линейным: $Q = KX$, где K — постоянная величина.

Основное назначение измерительного преобразования — получение и, если это необходимо, преобразование информации об измеряемой величине. Его выполнение осуществляется на основе выбранных физических закономерностей. В измерительное преобразование в общем случае могут входить следующие операции:

- изменение физического рода преобразуемой величины;
- масштабное линейное преобразование;
- масштабно-временное преобразование;
- нелинейное или функциональное преобразование;
- модуляция сигнала;
- дискретизация непрерывного сигнала;
- квантование.

Операция измерительного преобразования осуществляется посредством *измерительного преобразователя* — технического устройства, построенного на определенном физическом принципе и выполняющего одно частное измерительное преобразование. Измерительные преобразователи рассмотрены в разд. 11.5.

Воспроизведение физической величины заданного размера $N[\dot{Q}]$ — это операция, которая заключается в создании требуемой ФВ, с заданным значением, известным с оговоренной точностью. Операцию воспроизведения величины определенного размера можно формально представить как преобразование кода N в заданную физическую величину $Q_м$, основанное на единице данной ФВ [Q]: $Q_м = N[Q]$ (см. рис. 2.4).

Степень совершенства операции воспроизведения ФВ заданного размера определяется постоянством размера каждой ступени квантования меры [Q] и степенью многозначности, т.е. числом N воспроизводимых известных значений. С наиболее высокой точностью воспроизводятся основные ФВ: длина, масса, время, частота, напряжение и ток (см. разд.11.5).

Средство измерений, предназначенное для воспроизведения ФВ заданного размера, называется *мерой*.

Сравнение измеряемой ФВ с величиной, воспроизводимой мерой $Q_м$, — это операция, заключающаяся в установлении отношения этих двух величин: $Q > Q_м$, $Q < Q_м$ или $Q = Q_м$. Точное совпадение сравниваемых величин, как правило, не встречается в практике измерений. Это обусловлено тем, что величина, воспроизводимая мерой, является квантованной и может принимать значения, кратные единице [Q]. В результате сравнения близких или одинаковых величин Q и $Q_м$ может быть лишь установлено, что $|Q - Q_м| < [Q]$.

Методом сравнения называется совокупность приемов использования физических явлений и процессов для определения соотношения однородных величин. Наиболее часто это соотношение устанавливается по знаку разности сравниваемых величин. Далеко не каждую ФВ можно сравнить при этом с себе подобной. Все ФВ в зависимости от возможности создания разностного сигнала делятся на три группы. К первой группе относятся ФВ, которые можно вычитать и таким образом непосредственно сравнивать без предварительного преобразования. Это — электрические, магнитные и механические величины. Ко второй группе относятся ФВ, неудобные для вычитания, но удобные для коммутации, а именно: световые потоки, ионизирующие излучения, потоки жидкости и газа. Третью группу образуют ФВ, характеризующие состояние объектов или их свойств, которые физически невозможно вычитать. К таким ФВ относятся влажность, концентрация веществ, цвет, запах и др.

Параметры сигналов первой группы наиболее удобны для сравнения, второй — менее удобны, а третьей — непосредственно сравнивать невозможно. Однако последние необходимо сравнивать и измерять, поэтому их приходится преобразовывать в другие величины, поддающиеся сравнению.

2.3. Элементы процесса измерений

Измерение — сложный процесс, включающий в себя взаимодействие целого ряда его структурных элементов. К ним относятся: измерительная задача, объект измерения, принцип, метод и средство измерения и его модель, условия измерения, субъект измерения, результат и погрешность измерения. Эти элементы и их взаимосвязи показаны на рис. 2.5 в виде структурной схемы. Из нее видно, что процесс измерения протекает по двум параллельным ветвям, содержащим соответствующие друг другу элементы, относящиеся к реальности (верхняя ветвь) и ее отражению, или познанию (нижняя ветвь). Элементы обеих ветвей, неразрывно связанных между собой, соответствуют друг другу по типу "реальность — отражение (модель)".

Первым начальным элементом каждого измерения является его *задача* (*цель*). Задача любого измерения заключается в определении значения выбранной (измеряемой) ФВ с требуемой точностью в заданных условиях. Постановку задачи измерения осуществляет субъект измерения — человек. При постановке задачи конкретизируется объект измерения, в нем выделяется измеряемая ФВ и определяется (задается) требуемая погрешность измерения.

Объект измерения — это реальный физический объект, свойства которого характеризуются одной или несколькими измеряемыми ФВ. Он обладает многими свойствами ($Св_1$, ..., $Св_i$, см. рис. 2.5) и находится в многосторонних и сложных связях с другими объектами. *Субъект измерения* — человек принципиально не в состоянии представить себе объект целиком, во всем многообразии его свойств и связей. Вследствие этого взаимодействие субъекта с объектом возможно только на основе математической модели объекта. *Математическая мо*

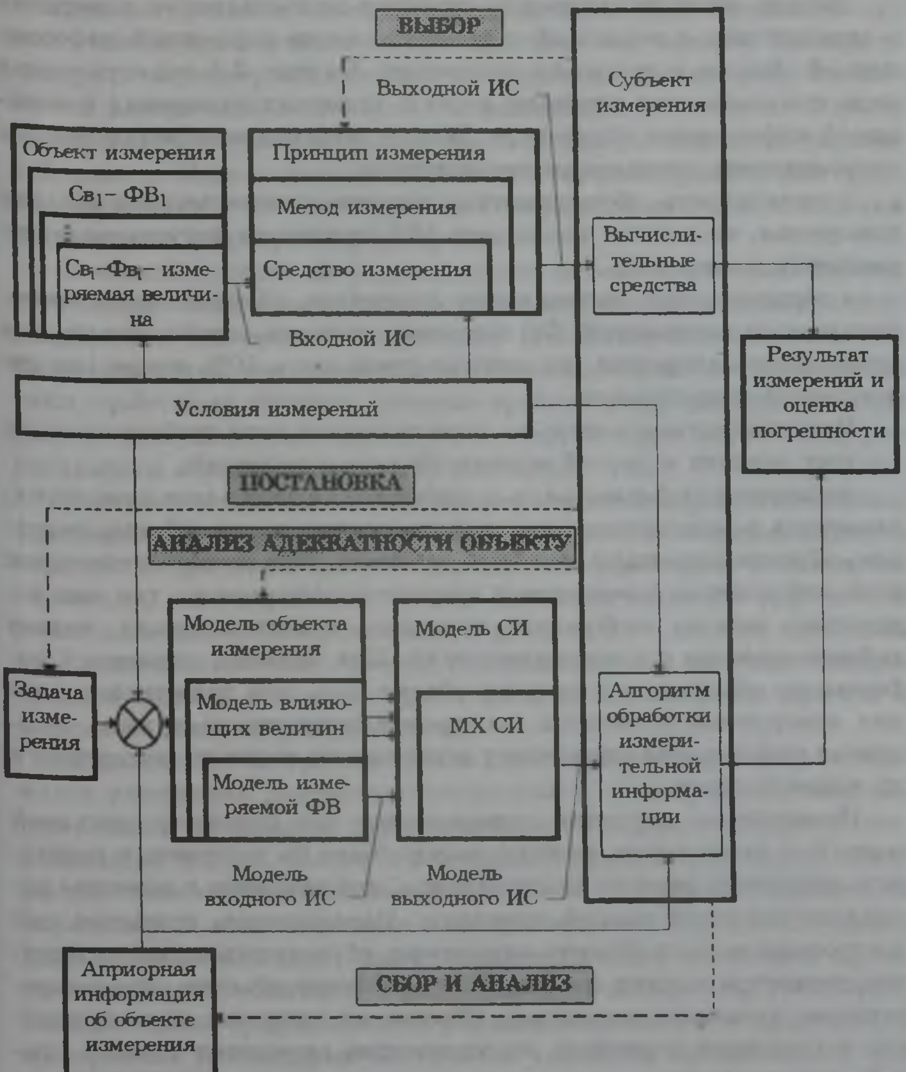


Рис. 2.5. Основные элементы процесса измерения:
СИ — средство измерений, МХ — метрологические характеристики, ИС — измерительный сигнал, ФВ — физическая величина, Св —свойство

дель объекта измерения — это совокупность математических символов (образов) и отношений между ними, которая адекватно описывает интересующие субъекта свойства объекта измерения.

Модель объекта измерения строится до выполнения измерения в соответствии с решаемой задачей на основе априорной информации об объекте и условиях измерения. На рис. 2.5 это отражено в виде суммирования сведений о цели, условиях измерения и априорной информации об объекте. Модель объекта измерения должна удовлетворять следующим требованиям:

- погрешность, обусловленная несоответствием модели объекту измерения, не должна превышать 10% предельно допускаемой погрешности измерения;
- составляющая погрешности измерения, обусловленная нестабильностью измеряемой ФВ в течение времени, необходимого для проведения измерения, не должна превышать 10% предельно допускаемой погрешности.

Если выбранная модель не удовлетворяет этим требованиям, то следует перейти к другой модели объекта измерений.

Априорная информация, т.е. информация об объекте измерения, известная до проведения измерения, является важнейшим фактором, обуславливающим его эффективность. При полном отсутствии этой информации измерение в принципе невозможно, так как неизвестно, что же необходимо измерить, а следовательно, нельзя выбрать нужные средства измерений. При наличии априорной информации об объекте в полном объеме, т.е. при известном значении измеряемой величины, измерения попросту не нужны. Указанная информация определяет достижимую точность измерений и их эффективность.

Измеряемая величина определяется как параметр принятой модели, а ее значение, которое можно было бы получить в результате абсолютно точного эксперимента, принимается в качестве истинного значения данной величины. Идеализация, принятая при построении модели объекта измерения, обуславливает несоответствие параметра модели исследуемому свойству объекта. Это несоответствие называют *пороговым*. Обычно на практике из-за трудности оценивания пороговое несоответствие стремятся сделать пренебрежимо малым.

Цель построения модели объекта измерения состоит в выявлении (представлении) конкретной ФВ, подлежащей определению. Собственно следует говорить не о модели объекта измерения в целом, а о модели его измеряемого свойства или измеряемой ФВ.

Модель объекта измерения необязательно должна быть математической. Ее характер должен определяться видом и свойствами объекта измерений, а также целью измерений. Моделью может служить любое приближенное описание объекта, которое позволяет выделить параметр модели (или функционал параметров), являющийся измеряемой величиной и отражающий то свойство объекта измерений, которое необходимо оценить для решения измерительной задачи. Модель должна достаточно хорошо отражать две группы свойств (ФВ) объекта измерений: определяемые при измерении и влияющие на результат измерения.

Основной проблемой моделирования объектов измерений является выбор таких моделей, которые можно считать адекватно описывающими измеряемые величины (свойства) данного объекта. Важно отметить, что адекватность модели обуславливается не только теми свойствами объекта, которые требуется определить в рамках данной измерительной задачи, но и теми, которые могут влиять на результаты измерения искомой величины.

Построение адекватных моделей объектов измерений до настоящего времени является сложной творческой и неформализуемой задачей. Ее решение требует высокой квалификации, опыта и, естественно, инженерной интуиции. При этом зачастую приходится решать две взаимоисключающие задачи: модель должна адекватно отражать все свойства объекта, необходимые для решения измерительной задачи, и в то же время быть по возможности простой и содержать минимум параметров.

В большинстве практических инженерных задач модели объектов измерений достаточно очевидны и, как правило, несложны. Объект измерения характеризуется набором свойств и описывающих их ФВ. На рис. 2.5 одна из них (i-я) является измеряемой величиной. *Измеряемая величина* — это ФВ, подлежащая определению в соответствии с измерительной задачей. До недавнего времени понятие "физическая величина" считалось достаточным для постановки и решения всех измерительных задач. Однако из-за существенного расширения области применения измерений, усложнения их задач и усиления требований к точности и достоверности в ряде случаев оно перестало удовлетворять потребности в экспериментальном определении различных свойств разнообразных объектов.

При планировании современных измерений требуется введение более конкретных понятий, определяемых целями измерений, чем весьма общего понятия "физическая величина". В настоящее время под измеряемой величиной понимается параметр или функционал параметра модели объекта измерений, отражающий то его свойство, количественную оценку которого необходимо получить в результате измерений. Измеряемая величина всегда имеет размерность определенной ФВ, но представляет собой некоторую ее конкретизацию, обусловленную свойствами объекта измерений, которые связаны с поставленной целью измерений.

Для иллюстрации вышесказанного рассмотрим ряд примеров.

Пример 2.2. Объект измерения — поршень грузопоршневого манометра. Цель измерения — определение эффективной площади поршня.

Априорная информация состоит в том, что поперечное сечение поршня незначительно отличается от круга. В соответствии с этой информацией в качестве модели поршня принимается прямой цилиндр, поперечное сечение которого близко к кругу. Эффективную площадь поршня в некоторых случаях определяют по среднему диаметру его поперечного сечения. В соответствии с целью измерения в качестве параметра модели — измеряемой величины — принимается средний диаметр поперечного сечения поршня. Значение измеряемой величины в этом случае можно выразит функционалом вида

$$d = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} d(a_i),$$

где $d(a_i)$ — диаметр, имеющий угловую координату $a_i = 30(i-1)$, т.е. функцию аргумента a_i, выраженную в градусах.

Пример 2.3. Объект измерения — переменное напряжение. Цель измерения — оценка мощности, которая может быть выделена в нагрузку.

До проведения измерений (априорная информация) известно, что переменное напряжение является периодическим и имеет форму, близкую к синусоидальной. В связи с этим в качестве модели принимается функция синуса, а качестве параметра — измеряемой величины — его среднее квадратическое значение, определяемое по формуле

$$U = U_m\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\sin^2\omega t\, d(\omega t)} = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где U_m и ω — амплитуда и круговая частота синусоидального напряжения соответственно.

Если априорная информация о форме напряжения отсутствует, то моделью напряжения может быть, например, произвольная периодическая функция u(t). Тогда значение измеряемой величины должно быть выражено функционалом вида

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt},$$

где T — период функции.

Измерительная информация, т.е. информация о значениях измеряемой ФВ, содержится в измерительном сигнале. *Измерительный сигнал* — это сигнал, содержащий количественную информацию об измеряемой ФВ. Он поступает на вход СИ, при помощи которого преобразуется в выходной сигнал, имеющий форму, удобную либо для непосредственного восприятия человеком (субъектом измерения), либо для последующей обработки и передачи. Субъект измерения осуществляет выбор принципа, метода и средства измерений.

Принцип измерений — совокупность физических принципов, на которых основаны измерения, например применение эффекта Джозефсона для измерения электрического напряжения или эффекта Доплера для измерения скорости.

Метод измерения — это прием или совокупность приемов сравнения измеряемой ФВ с ее единицей в соответствии с реализованным принципом измерения. Метод измерения должен по возможности иметь минимальную погрешность и способствовать исключению систематических погрешностей или переводу их в разряд случайных.

Методы измерения можно классифицировать по различным признакам. Известна [13] классификация по основным измерительным операциям. Она тесно связана с элементарными СИ, реализующими эти операции. Данная классификация ориентирована на структурное описание средств измерений и поэтому важна для измерительной техники, а также метрологии информационно-измерительных систем.

Для метрологического анализа более важными являются традиционные классификации, основанные на следующих признаках. Первый из них — физический принцип, положенный в основу измерения. По нему все методы измерений делятся на электрические, магнитные, акустические, оптические, механические и т.д. В качестве второго признака классификации используется режим взаимодействия средства и объекта измерений. В этом случае все методы измерений подразделяются на статические и динамические. Третьим признаком может служить применяемый в СИ вид измерительных сигналов. В соответствии с ним методы делятся на аналоговые и цифровые.

Наиболее разработанной является классификация по совокупности приемов использования принципов и средств измерений. По этой классификации различают *метод непосредственной оценки* и *методы сравнения* (рис. 2.6). Эти устоявшиеся в литературе названия, как справедливо отмечено в [24], не совсем удачны, поскольку наводят на мысль о возможности измерения без сравнения. Представляется [24] более правильным говорить о опосредованном и непосредственном сравнении с мерой. При этом непосредственным и опосредованным сравнение может быть как во времени, так и в отношении физической природы измеряемых величин.

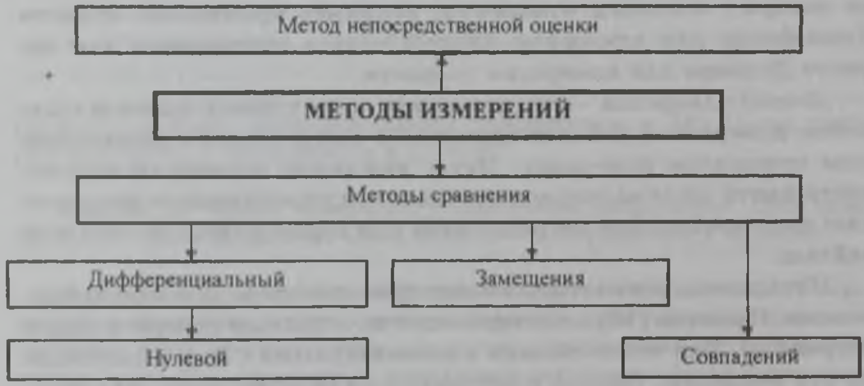


Рис. 2.6. Классификация методов измерения

Сущность метода непосредственной оценки состоит в том, что о значении измеряемой величины судят по показанию одного (прямые измерения) или нескольких (косвенные измерения) средств измерений, которые заранее проградуированы в единицах измеряемой величины или единицах других величин, от которых она зависит. Это наиболее распространенный метод измерения. Его реализуют большинство средств измерений.

Простейшими примерами метода непосредственной оценки могут служить измерения напряжения электромеханическим вольтметром магнитоэлектрической системы или частоты импульсной последовательности методом дискретного счета, реализованным в электронно-счетном частотомере.

Другую группу образуют методы сравнения: дифференциальный, нулевой, совпадений, замещения. К ним относятся все те методы, при которых измеряемая величина сравнивается с величиной, воспроизводимой мерой. Следовательно, отличительной особенностью этих методов сравнения является непосредственное участие мер в процессе измерения.

При *дифференциальном методе* измеряемая величина X сравнивается непосредственно или косвенно с величиной $X_м$, воспроизводимой мерой. О значении величины X судят по измеряемой прибором разности $\Delta X = X - X_м$ и по известной величине $X_м$, воспроизводимой мерой. Следовательно, $X = X_м + \Delta X$. При дифференциальном методе производится неполное уравновешивание измеряемой величины. Он сочетает в себе часть признаков метода непосредственной оценки и может дать весьма точный результат измерения, если только измеряемая величина и величина, воспроизводимая мерой, мало отличаются друг от друга. Например, если разность этих двух величин составляет 1% и измеряется с погрешностью до 1%, то тем самым погрешность измерения искомой величины уменьшается до 0,01% (если не учитывать погрешность меры).

Примером дифференциального метода может служить измерение вольтметром разности двух напряжений, из которых одно известно с большой точностью, а другое представляет собой искомую величину.

Нулевой метод является разновидностью дифференциального метода. Его отличие состоит в том, что результирующий эффект сравнения двух величин доводится до нуля. Это контролируется специальным измерительным прибором высокой точности — нуль-индикатором. В данном случае значение измеряемой величины равно значению, которое воспроизводит мера. Высокая чувствительность нуль-индикаторов, а также выполнение меры с высокой точностью позволяют получить малую погрешность измерения.

Пример нулевого метола — взвешивание на весах, когда на одном плече находится взвешиваемый груз, а на другом — набор эталонных грузов. Другой пример — измерение сопротивления с помощью уравновешенного моста.

Метод замещения заключается в поочередном измерении прибором искомой величины и выходного сигнала меры, однородного с измеряемой величиной. По результатам этих измерений вычисляется искомая величина. Поскольку оба измерения производятся одним и тем же прибором в одинаковых внешних условиях, а искомая величина определяется по отношению показаний прибора, погрешность результата измерения уменьшается в значительной мере. Так как погрешность прибора неодинакова в различных точках шкалы, наибольшая точность измерения получается при одинаковых показаниях прибора.

Пример метода замещения — измерение большого электрического активного сопротивления путем поочередного измерения силы тока, протекающего через контролируемый и образцовый резисторы. Питание цепи при измерениях должно осуществляться от одного и того же источника постоянного тока. Выходное сопротивление источника тока и измерительного прибора — амперметра должно быть очень мало по сравнению с измеряемыми сопротивлениями.

При *методе совпадений* разность между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, определяют, используя совпадение отметок шкал или периодических сигналов. Этот метод широко используется в практике неэлектрических измерений. Примером может служить измерение длины при помощи штангенциркуля с нониусом. Примером использования данного метода в электрических измерениях является измерение частоты вращения тела посредством стробоскопа.

Метод измерений реализуется в *средстве измерений* —техническом средстве, используемом при измерениях и имеющем нормированные метрологические свойства (ГОСТ 16263–70). Такое определение представляется не совсем удачным. По сути дела, под СИ следует понимать техническое средство, предназначенное для измерений и позволяющее решать измерительную задачу путем сравнения измеряемой величины с единицей или шкалой ФВ [24].

Средство измерений является обобщенным понятием, объединяющим самые разнообразные конструктивно законченные устройства, которые обладают одним из двух признаков:

• вырабатывают сигнал (показание), несущий информацию о размере (значении) измеряемой величины;

• воспроизводят величину заданного (известного) размера.

Объединение технических средств по этим двум признакам сделано только из соображений целесообразности общего метрологического анализа, удобства изложения и регламентации метрологических требований и правил, единых для всех видов СИ.

При использовании СИ весьма важно знать степень соответствия выходной измерительной информации истинному значению определяемой величины. Для ее установления введено правило, по которому требуется нормировать метрологические характеристики всех средств измерений. *Метрологические характеристики* — это характеристики свойств СИ, которые оказывают влияние на результат измерений и его погрешности и предназначены для оценки технического уровня и качества СИ, а также определения результатов измерений и расчетной оценки характеристик инструментальной составляющей погрешности измерений.

Средство измерений входит в обе ветви структуры измерения (см. рис. 2.5). В реальности оно взаимодействует с объектом измерений, в результате чего появляется входной (для СИ) сигнал и отклик на него — выходной сигнал, подлежащий обработке с целью нахождения результата измерения и оценки его погрешности. В области отражений СИ описывается моделью, необходимой для эффективной обработки опытных данных. Эта модель представлена совокупностью его метрологических характеристик.

Средства измерений могут быть элементарными (меры, устройства сравнения и измерительные преобразователи) и комплексными (регистрирующие и показывающие измерительные приборы, системы, измерительно-вычислительные комплексы). Детально СИ рассматриваются в гл. 11.

В процессе измерения важную роль играют *условия измерения* — совокупность влияющих величин, описывающих состояние окружающей среды и средства измерений. *Влияющая величина* — это физическая величина, не измеряемая данным СИ, но оказывающая влияние на его результаты.

Изменение условий измерения приводит к изменению состояния объекта измерения. Это в свою очередь определяет влияние условий измерения на выделенную ФВ и через нее — на измеряемую величину и отклонение значения действительной величины от той, что была определена при формировании измерительной задачи. Влияние условий измерения на СИ проявляется в изменении его метрологических характеристик. При этом та часть погрешности измерения, которая возникает из-за изменения условий, называется *дополнительной погрешностью.*

В соответствии с установленными для конкретных ситуаций диапазонами значений влияющих величин различают нормальные, рабочие и предельные условия измерений. *Нормальные условия измерений* — это условия, при которых влияющие величины имеют нормальные или находящиеся в пределах нормальной области значения. *Нормальная область значений влияющей величины* — это область значений, в пределах которой изменением результата измерений под воздействием влияющей величины можно пренебречь в соответствии с установленными нормами точности. Нормальные условия измерений задаются в нормативно-технической документации на СИ. При нормальных условиях определяется *основная погрешность* данного СИ. В табл. 2.1 приведены номинальные значения ряда влияющих ФВ при нормальных условиях.

Рабочими называются условия измерений, при которых влияющие величины находятся в пределах своих рабочих областей. *Рабочая область значений влияющей величины* — это область, в пределах которой нормируется дополнительная погрешность или изменение показаний СИ. *Предельные условия измерений* — это условия, характеризуемые экстремальными значениями измеряемой и влияющих величин, которые СИ может выдержать без разрушений и ухудшения его метрологических характеристик.

Конечной целью любого измерения является его *результат* — значение ФВ, полученное путем ее измерения. Результат измерения представляется именованным или неименованным числом. Совместно с результатом измерений при необходимости приводят данные об условиях измерений.

При использовании термина "результат измерения" следует четко указать, к чему он относится: показанию СИ, исправленному или не исправленному результату, и проводилось ли усреднение результатов нескольких измерений. Следует отметить, что *исправленным результатом измерений* называется полученное с помощью СИ значение величины и уточненное путем введения в него необходимых поправок на действие предполагаемых систематических погрешностей.

Качество измерений характеризуется точностью, достоверностью, правильностью, сходимостью и воспроизводимостью, а также разме-

Таблица 2.1

Номинальные значения влияющих величин при нормальных условиях

Влияющая величина	Значение
1. Температура для всех видов измерений, °С (К)	20 (293)
2. Давление окружающего воздуха для измерения ионизирующих излучений, теплофизических, температурных, магнитных, электрических измерений, измерения давления и параметров движения, кПа (мм рт. ст.)	100 (750)
3. Давление окружающего воздуха для линейных, угловых измерений, измерения массы, силы света и измерений в других областях, кроме указанных в п. 2, кПа (мм рт. ст.)	101,3 (760)
4. Относительная влажность воздуха для линейных, угловых измерений, измерений массы, измерений в спектроскопии, %	58
5. Относительная влажность воздуха для измерения электрического сопротивления, %	55
6. Относительная влажность воздуха для измерений температуры, силы, твердости, переменного электрического тока, ионизирующих излучений, параметров движения, %	65
7. Относительная влажность воздуха для всех видов измерений, кроме указанных в п. 4–6, %	60
8. Плотность воздуха, кг/м^3	1,2
9. Ускорение свободного падения, м/с^2	9,8
10. Магнитная индукция (Тл) и напряженность электростатического поля (В/м) для измерений параметров движения, магнитных и электрических величин	0
11. Магнитная индукция и напряженность электростатического поля для всех видов измерений, кроме указанных в п.10	Соответствует характеристикам поля Земли в данном географическом районе
12. Частота питающей сети переменного тока, Гц	50±1%
13. Среднеквадратическое значение напряжения питающей сети переменного тока, В	220±10%

ром допускаемых погрешностей. *Точность измерения* — характеристика качества измерения, отражающая близость к нулю погрешности его результата. Точность измерения является величиной качественной. Высокая точность измерения соответствует малым погрешностям и наоборот. Иногда точность количественно оценивают обратной величиной модуля относительной погрешности. Например, если погрешность составляет 0,001, то точность равна 1000. Однако количественная оценка точности широкого распространения не получила.

Достоверность измерений определяется степенью доверия к результату измерения и характеризуется вероятностью того, что истинное значение измеряемой величины находится в указанных пределах. Данная вероятность называется *доверительной*.

Правильность измерений — это характеристика измерений, отражающая близость к нулю систематических погрешностей результатов измерений.

Сходимость результата измерений — характеристика качества измерений, отражающая близость друг к другу результатов измерений одной и той же величины, выполняемых повторно одними и теми же методами и средствами измерений и в одних и тех же условиях. Сходимость измерений отражает влияние случайных погрешностей на результат измерения.

Воспроизводимость результатов измерений — характеристика качества измерений, отражающая близость друг к другу результатов измерений одной и той же величины, полученных в разных местах, разными методами и средствами измерений, разными операторами, но приведенных к одним и тем же условиям.

Количественная близость измеренного и истинного значений измеряемой величины описывается погрешностью результата измерений. *Погрешность* — это отклонение ΔX результата измерения $X_{изм}$ от истинного значения $X_{ис}$ измеряемой величины, определяемое по формуле $\Delta X = X_{изм} - X_{ис}$.

В общем виде погрешность измерения может быть описана исходя из основного уравнения измерения (2.1). Неидеальность измерительной процедуры, следствием которой является погрешность результата измерения $\Delta\bar{Q}$ выражается введением в уравнение (2.1) погрешностей всех его элементов:

$$\bar{Q} = Q + \Delta_{\bar{Q}} = (q + \Delta_q)([Q] + \Delta_{[Q]}) = q[Q] + \left\{\Delta_q[Q] + q\Delta_{[Q]} + \Delta_q\Delta_{[Q]}\right\},$$

где $\bar{Q}$ — результат измерения; $[Q]$— единица измерения величины; Δ_q— погрешность нахождения числового значения измеряемой величины; $\Delta_{[Q]}$— погрешность реализации в данном измерении единицы измеряемой величины.

Истинное значение и результат измерения принадлежат и к ветви реальностей (см. рис.2.5), и к ветви отражений (моделей). Вследствие принципиальной неадекватности любой модели отражаемой реальности невозможно, оперируя с реальными объектами и СИ в реальных условиях, обеспечить тождественность полученного результата и истинного значения измеряемой величины. Следовательно, принципиально нельзя точно определить погрешность измерения, поскольку в противном случае введением в результат поправки можно найти истинное значение.

Учение о погрешностях измерений и средств измерений является одной из центральных тем в теоретической метрологии. Оно подробно рассмотрено в гл. 4–6.

Результат измерения и оценка его погрешности находятся субъектом измерения с помощью вычислительных средств (ветвь реальности), работающих по определенному алгоритму обработки измерительной информации (модельная ветвь).

Субъект измерения — человек — объединяет в себе обе ветви процесса измерения (реальности и отражения), активно воздействует на него и осуществляет:

- постановку измерительной задачи;
- сбор и анализ априорной информации об объекте измерения;
- анализ адекватности объекту измерения выбранной модели;
- обработку результатов измерений.

2.4. Основные этапы измерений

Измерение — последовательность сложных и разнородных действий, состоящая из ряда этапов [24]. Первым этапом любого измерения является *постановка измерительной задачи*. Он включает в себя:

- сбор данных об условиях измерения и исследуемой ФВ, т.е. накопление априорной информации об объекте измерения и ее анализ;
- формирование модели объекта и определение измеряемой величины, что является наиболее важным, особенно при решении сложных измерительных задач. Измеряемая величина определяется с помощью принятой модели как ее параметр или характеристика. В простых случаях, т.е. при измерениях невысокой точности, модель объекта в явном виде не выделяется, а пороговое несоответствие пренебрежимо мало;
- постановку измерительной задачи на основе принятой модели объекта измерения;
- выбор конкретных величин, посредством которых будет находиться значение измеряемой величины;
- формулирование уравнения измерения.

Вторым этапом процесса измерения является *планирование измерения.* В общем случае оно выполняется в следующей последовательности:

• выбор методов измерений непосредственно измеряемых величин и возможных типов СИ;

• априорная оценка погрешности измерения;

• определение требований к метрологическим характеристикам СИ и условиям измерений;

• выбор СИ в соответствии с указанными требованиями;

• выбор параметров измерительной процедуры (числа наблюдений для каждой измеряемой величины, моментов времени и точек выполнения наблюдений);

• подготовка СИ к выполнению экспериментальных операций;

• обеспечение требуемых условий измерений или создание возможности их контроля.

Эти первые два этапа, являющиеся подготовкой к измерениям, имеют принципиальную важность, поскольку определяют конкретное содержание следующих этапов измерения. Подготовка проводится на основе априорной информации. Качество подготовки зависит от того, в какой мере она была использована. Эффективная подготовка является необходимым, но недостаточным условием достижения цели измерения. Ошибки, допущенные при подготовке измерений, с трудом обнаруживаются и корректируются на последующих этапах.

Третий, главный этап измерения — *измерительный эксперимент.* В узком смысле он является отдельным измерением. В общем случае последовательность действий во время этого этапа следующая:

• взаимодействие средств и объекта измерений;

• преобразование сигнала измерительной информации;

• воспроизведение сигнала заданного размера;

• сравнение сигналов и регистрация результата.

Последний этап измерения — *обработка экспериментальных данных.* В общем случае она осуществляется в последовательности, которая отражает логику решения измерительной задачи:

• предварительный анализ информации, полученной на предыдущих этапах измерения;

• вычисление и внесение возможных поправок на систематические погрешности;

• формулирование и анализ математической задачи обработки данных;

• построение или уточнение возможных алгоритмов обработки данных, т.е. алгоритмов вычисления результата измерения и показателей его погрешности;

• анализ возможных алгоритмов обработки и выбор одного из них на основании известных свойств алгоритмов, априорных данных и предварительного анализа экспериментальных данных;

• проведение вычислений согласно принятому алгоритму, в итоге которых получают значения измеряемой величины и погрешностей измерений;

• анализ и интерпретация полученных результатов;

• запись результата измерений и показателей погрешности в соответствии с установленной формой представления.

Некоторые пункты данной последовательности могут отсутствовать при реализации конкретной процедуры обработки результатов измерений.

Задача обработки данных подчинена цели измерения и после выбора СИ однозначно вытекает из измерительной задачи и, следовательно, является вторичной. Подробно обработка результатов измерений различных типов рассмотрена в гл. 8.

Перечисленные выше этапы существенно различаются по выполняемым операциям и их трудоемкости. В конкретных случаях соотношение и значимость каждого из этапов заметно варьирует. Для многих технических измерений вся процедура измерения сводится к экспериментальному этапу, поскольку анализ и планирование, включая априорное оценивание погрешности, выбор нужных методов и средств измерений осуществляются предварительно, а обработка данных измерений, как правило, минимизируется.

Выделение этапов измерения имеет непосредственное практическое значение — способствует своевременному осознанному выполнению всех действий и оптимальной реализации измерений. Это в свою очередь позволяет избежать серьезных методических ошибок, связанных с переносом проблем одного этапа на другой.

2.5. Постулаты теории измерений

Как и любая другая наука, метрология строится на основе ряда основополагающих постулатов, описывающих ее исходные аксиомы. Построению и исследованию этих аксиом—постулатов посвящено большое число научных исследований [25]. Однако считать, что исследования в этой области закончены, не представляется возможным. Приведенные в [25] и рассмотренные далее постулаты метрологии будут в дальнейшем безусловно уточняться и дополняться [18].

Следует отметить, что любая попытка сформулировать исходные положения (постулаты) теории измерений встречает принципиальные затруднения. Это связано с тем, что, с одной стороны, постулаты должны представлять собой объективные утверждения, а с другой — предметом метрологии являются измерения, т.е. вид деятельности людей, предпринимаемой ими для достижения субъективных целей. Следовательно, необходимо сформулировать объективные утверждения, которые бы служили фундаментом научной дисциплины, имеющей существенный субъективный элемент.

Первым постулатом метрологии является постулат α: *в рамках принятой модели объекта исследования существует определенная измеряемая физическая величина и ее истинное значение.* Если, например, считать, что деталь представляет собой цилиндр (модель — цилиндр), то она имеет диаметр, который может быть измерен. Если же деталь нельзя считать цилиндрической, например ее сечение представляет собой эллипс, то измерять ее диаметр бессмысленно, поскольку измеренное значение не несет полезной информации о детали. И, следовательно, в рамках новой модели диаметр не существует. Измеряемая величина существует лишь в рамках принятой модели, т. е. имеет смысл только до тех пор, пока модель признается адекватной объекту. Так как при различных целях исследований данному объекту могут быть сопоставлены различные модели, то из постулата α вытекает следствие α_1: *для данной физической величины объекта измерения существует множество измеряемых величин (и соответственно их истинных значений).*

Итак, из первого постулата метрологии следует, что измеряемому свойству объекта измерений должен соответствовать некоторый параметр его модели. Данная модель в течение времени, необходимого для измерения, должна позволять считать этот ее параметр неизменным. В противном случае измерения не могут быть проведены. Указанный факт описывается постулатом β: *истинное значение измеряемой величины постоянно.*

Выделив постоянный параметр модели, можно перейти к измерению соответствующей величины. Для переменной ФВ необходимо выделить или выбрать некоторый постоянный параметр и измерить его. В общем случае такой постоянный параметр вводится с помощью некоторого функционала. Примером таких постоянных параметров переменных во времени сигналов, вводимых посредством функционалов, являются средневыпрямленные или среднеквадратические значения. Данный аспект отражается в следствии β_1: *для измерения переменной физической величины необходимо определить ее постоянный параметр — измеряемую величину.*

При построении математической модели объекта измерения неизбежно приходится идеализировать те или иные его свойства. Модель никогда не может полностью описывать все свойства объекта измерений. Она отражает с определенной степенью приближения некоторые из них, имеющие существенное значение для решения данной измерительной задачи. Модель строится до измерения на основе априорной информации об объекте и с учетом цели измерения. Измеряемая величина определяется как параметр принятой модели, а его значение, которое можно было бы получить в результате абсолютно точного измерения, принимается в качестве истинного значения данной измеряемой величины. Эта неизбежная идеализация, принятая при построении модели объекта измерения, обуславливает неизбежное несоответствие между параметром модели и реальным свойством объекта, которое называется *пороговым*. Принципиальный характер понятия "пороговое несоответствие" устанавливается постулатом γ: *существует несоответствие измеряемой величины исследуемому свойству объекта (пороговое несоответствие измеряемой величины).* Пороговое несоответствие принципиально ограничивает достижимую точность измерений при принятом определении измеряемой ФВ.

Изменения и уточнения цели измерения, в том числе и такие, которые требуют повышения точности измерений, приводят к необходимости изменять или уточнять модель объекта измерений и переопределять понятие измеряемой величины. Основной причиной переопределения является то, что пороговое несоответствие ранее принятого определения не позволяет повысить точность измерения до уровня требуемой. Вновь введенный измеряемый параметр модели также может быть измерен лишь с погрешностью, которая в лучшем случае равна погрешности, обусловленной пороговым несоответствием. Поскольку принципиально невозможно построить абсолютно адекватную модель объекта измерения, то нельзя устранить пороговое несоответствие между измеряемой ФВ и описывающим ее параметром модели объекта измерений. Отсюда вытекает важное следствие γ_1: *истинное значение измеряемой величины отыскать невозможно.*

Модель можно построить только при наличии априорной информации об объекте измерения. При этом чем больше информации, тем более адекватной будет модель и соответственно точнее и правильнее будет выбран ее параметр, описывающий измеряемую ФВ. Следовательно, увеличение априорной информации уменьшает пороговое несоответствие. Данная ситуация отражается в следствии γ_2: *достижимая точность измерения определяется априорной информацией об объекте измерения.*

Из этого следствия вытекает, что при отсутствии априорной информации измерение принципиально невозможно. В то же время максимально возможная априорная информация заключается в известной оценке измеряемой величины, точность которой равна требуемой. В этом случае необходимости в измерении нет.

В заключение подчеркнем, что приведенные постулаты и их следствия являются лишь одной из попыток построить теоретический фундамент метрологии и их не следует считать истиной в конечной инстанции.

2.6. Классификация измерений

Обоснованная классификация любых объектов представляет собой их условное группирование по заданным признакам, осуществляемое с определенной целью. При различных целях одни и те же объекты могут быть классифицированы по-разному. Классификация не является самоцелью, она диктуется потребностями теории и практики. Целесообразность классификации измерений, т.е. подразделение этого понятия на группы, обуславливается удобством при разработке методик выполнения измерений и обработки результатов. Измерения могут быть классифицированы по ряду признаков.

Наибольшее распространение получила *классификация по общим приемам получения результатов измерений.* Согласно этому признаку, измерения делятся на прямые, косвенные, совместные и совокупные. Целью такого деления является удобство выделения методических погрешностей измерений, возникающих при определении результатов измерений.

Прямыми называются измерения, при которых искомое значение величины находят непосредственно по показаниям СИ. Например, масса, измеряемая при помощи весов, температура — термометром, напряжение — вольтметром.

Косвенные измерения — это измерения, при которых значение измеряемой величины находят на основании известной зависимости между ней и величинами, подвергаемыми прямым измерениям, которые проводились в одинаковых условиях. Такие измерения имеют весьма важное значение для метрологической практики. На их основе, например, устанавливают значения, приписываемые эталонам единиц производных ФВ, исходя из значений единиц основных величин, воспроизводимых первичными эталонами. Широко применяются и менее точные косвенные измерения.

В общем случае зависимость, связывающую измеряемую величину Y и величины X_1, X_2, ..., X_n, подвергаемые прямым измерениям, можно представить в виде

$$Y = F(X_1, X_2, \ldots, X_n). \tag{2.3}$$

Например, измерение плотности $\rho = m/V$ по результатам прямых измерений массы m и объема V; измерение активного сопротивления $R=U/I$ по результатам прямых измерений напряжения U и тока I.

По виду функциональной зависимости F различают косвенные измерения:

- с линейной зависимостью $Y = \sum_{i=1}^{n} K_i X_i$, где K_i — постоянный коэффициент i-го аргумента;
- с нелинейной зависимостью $Y = \prod_{i=1}^{n} f(X_i)$, где $f(X_i)$ — некоторые функции;
- измерения с зависимостями смешанного типа $Y = \sum_{j=1}^{m} \left[\prod_{i=1}^{n_j} f(X_i) \right]$.

Вид связи между Y и X_i определяет методику расчета погрешностей косвенных измерений.

В современных микропроцессорных измерительных приборах очень часто вычисления искомой измеряемой величины производятся “внутри” прибора. В этом случае результат измерения определяется способом, характерным для прямых измерений, и нет необходимости и возможности отдельного учета методической погрешности расчета. Она входит в погрешность измерительного прибора. Измерения, проводимые такого рода средствами измерений, относятся к прямым. К косвенным относятся только такие измерения, при которых расчет осуществляется вручную или автоматически, но после получения результатов прямых измерений. При этом может быть учтена отдельно погрешность расчета. Характерный пример такого случая — измерительные системы, для которых нормированы метрологические характеристики их компонентов по отдельности. Суммарная погрешность измерений рассчитывается по нормированным метрологическим характеристикам всех компонентов системы.

Совокупными называются проводимые одновременно измерения нескольких одноименных величин, при которых их искомые значения находят решением системы уравнений, получаемых при прямых измерениях различных сочетаний этих величин. *Совместными* называются проводимые одновременно измерения двух или нескольких неодноименных величин для установления зависимости между ними. Как видно из приведенных определений, эти два вида измерений весьма близки друг к другу. В обоих случаях искомые значения находятся в результате решения системы уравнений, коэффициенты в которых получены путем прямых измерений. Отличие состоит в том, что при совместных измерениях одновременно определяются несколько одноименных величин, а при совокупных — разноименных.

Косвенные, совместные и совокупные измерения объединяются одним принципиально важным общим свойством: их результаты определяются расчетом по известным функциональным зависимостям между измеряемыми величинами и величинами, подвергаемыми прямым измерениям. Различие между этими видами измерений заключается только в виде функциональной зависимости, используемой при расчетах. При косвенных измерениях она выражается одним уравнением в явном виде (2.3), при совместных и совокупных — системой неявных уравнений. Поэтому уже неоднократно высказывались мнения [7] о сокращении приведенной выше классификации. Все измерения делят на прямые и косвенные, которые в свою очередь подразделяются на несколько групп, различающихся между собой видом уравнений, представляющих функциональные зависимости между измеряемыми величинами и величинами, подвергаемыми прямым измерениям.

По *характеристике точности* измерения делятся на равноточные и неравноточные.

Равноточными называются измерения какой-либо ФВ, выполненные одинаковыми по точности СИ и в одних и тех же условиях. Соответственно *неравноточными* называются измерения ФВ, выполненные различными по точности СИ и (или) в разных условиях. Методика обработки результатов равноточных и неравноточных измерений различна.

В зависимости от *числа измерений*, проводимых во время эксперимента, различают одно- и многократные измерения. *Однократными* называются измерения, выполненные один раз, к *многократными* относятся измерения одного и того же размера ФВ, следующие друг за другом. Известно, что при числе отдельных измерений более четырех их результаты могут быть обработаны в соответствии с требованиями математической статистики. Это означает, что при четырех и более измерениях, входящих в ряд, измерения можно считать многократными. Их проводят с целью уменьшения случайной составляющей погрешности.

По *отношению к изменению измеряемой величины* измерения делятся на статические и динамические. Целью данной классификации является возможность принятия решения о том, нужно ли при конкретных измерениях учитывать скорость изменения измеряемой величины или нет. Погрешности, вызываемые влиянием скоростей изменения измеряемой величины, называются *динамическими*.

К *статическим* относятся измерения ФВ, принимаемой в соответствии с конкретной измерительной задачей за неизменную на протяжении времени измерения. *Динамические измерения* — это измерения изменяющейся по размеру ФВ. Признаком, по которому измерение относят к статическому или динамическому, является динамическая погрешность при данной скорости или частоте изменения измеряемой величины и заданных динамических свойствах СИ. Предположим, что она пренебрежимо мала (для решаемой измерительной задачи). В этом случае измерение можно считать статическим. При невыполнении указанных требований оно является динамическим.

В зависимости от *метрологического назначения* измерения делятся на технические и метрологические. *Технические* измерения проводятся рабочими СИ. *Метрологические* измерения выполняются при помощи эталонов с целью воспроизведения единиц ФВ для передачи их размера рабочим СИ.

При метрологических измерениях в обязательном порядке учитываются погрешности, а при технических — принимается наперед заданная погрешность, достаточная для решения данной практической задачи. Поэтому при технических измерениях нет необходимости определять и анализировать погрешности получаемых результатов. Технические измерения являются наиболее массовым видом.

В зависимости от ***выражения результатов измерений*** последние подразделяются на абсолютные и относительные. *Абсолютное* измерение основано на прямых измерениях одной или нескольких основных величин и (или) использовании значений физических констант. Понятие "абсолютное измерение" применяется как противоположное понятию "относительное измерение" и рассматривается как определение величины в ее единицах.

Относительное измерение — это измерение отношения определяемой величины к одноименной. Например: измерение активности радионуклида в источнике по отношению к активности радионуклида в однотипном источнике, аттестованном в качестве образцовой меры активности. Относительные измерения при прочих равных условиях могут быть выполнены более точно, чем абсолютные, поскольку в суммарную погрешность не входит погрешность меры величины.

2.7. Понятие об испытании и контроле

Испытанием называется экспериментальное определение количественных и (или) качественных характеристик свойств объекта испытаний как результата воздействия на него при его функционировании, а также моделировании объекта и (или) воздействий (ГОСТ 16504–91). Экспериментальное определение характеристик свойств объекта при испытаниях может проводиться путем использования измерений, оценивания и контроля.

Объектом испытаний является продукция или процессы ее производства и функционирования. В зависимости от вида продукции и программы испытаний объектом может быть как единичное изделие, так и их партия. Объектом испытания может также быть макет или модель изделия.

Важнейшими признаками любых испытаний являются:

• принятие на основе их результатов определенных решений по объекту испытаний, например о его годности или забраковке, о возможности предъявления на следующие испытания и т.д.;

• задание требуемых реальных или моделируемых условий испытаний. Под *условиями испытаний* понимается совокупность воздействующих факторов и (или) режимов функционирования объекта при испытаниях. В нормативно-технических документах на испытания конкретных объектов должны быть определены нормальные условия испытаний.

Существует большое число разновидностей испытаний. Они классифицируются по различным признакам. По ***назначению*** испытания делятся на исследовательские, контрольные, сравнительные и определительные. По ***уровню проведения*** различают следующие категории испытаний: государственные, межведомственные и ведомственные. По ***виду этапов разработки испытуемой продукции*** различают предварительные и приемочные испытания. В зависимости от ***вида испытаний готовой продукции*** их подразделяют на квалификационные, приемосдаточные периодические и типовые. Определения этих видов испытаний можно найти в ГОСТ 16504–81 "Система государственных испытаний продукции. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения".

Целью испытаний следует считать нахождение истинного значения параметра (характеристики), определенного не при тех реальных условиях, в которых он фактически может находится в ходе испытаний, а в заданных номинальных условиях испытания. Реальные условия испытаний практически всегда отличаются от номинальных, поскольку установить параметры условий испытаний абсолютно точно невозможно. Следовательно, результат испытания всегда имеет погрешность, возникающую не только из-за погрешности определения искомой характеристики, но и из-за неточного установления номинальных условий испытания.

Результатом испытаний называется оценка характеристик свойств объекта, установления соответствия объекта заданным требованиям, данные анализа качества функционирования объекта в процессе испытаний. Результат испытаний характеризуется *точностью* — свойством испытаний, описывающим близость их результатов к действительным значениям характеристик объекта в определенных условиях испытаний.

Между измерением и испытанием существует большое сходство: во-первых, результаты обеих операций выражаются в виде чисел; во-вторых, погрешности и в том, и другом случае могут быть выражены как разности между результатами измерений (испытаний) и истинными значениями измеряемой величины (или определяемой характеристики при номинальных условиях эксплуатации). Однако с точки зрения метрологии между этими операциями имеется значительная разница: погрешность измерения является только одной из составляющих погрешности испытания. Поэтому можно сказать, что испытание — это более общая операция, чем измерение. Измерение можно считать частным случаем испытания, при котором условия испытаний не представляют интереса.

Пример 2.4. Рассмотрим испытания магнитных свойств магнитомягких материалов, проводимых в соответствии с ГОСТ 12119–80. Их целью является определение характеристик и параметров магнитных материалов, таких как основная кривая намагничивания, кривая удельных магнитных потерь, коэрцитивная сила, остаточная индукция, индукция насыщения и др.

Для того чтобы измерить эти характеристики и параметры, образец необходимо перемагнитить. Значения магнитных величин существенно зависят от режима перемагничивания испытуемого образца, поэтому с целью получения возможности сравнения результатов измерений различных лабораторий стандарт предписывает:

- использовать при испытаниях образцы магнитных материалов стандартизованной формы (кольцевые и полоски для аппарата Эпштейна);
- применять унифицированные первичные преобразователи магнитных свойств (см. пример 11.4 в разд. 11.5);
- проводить измерения при регламентированном законе изменения магнитной индукции в процессе перемагничивания образца. Основное распространение получил синусоидальный закон, который необходимо обеспечивать с погрешностью (по коэффициенту гармоник) не более 2%. Отличие реального закона изменения магнитной индукции от синусоидального в пределах более допустимых значений приводит к погрешностям определения магнитных параметров.

Контроль — это процесс определения соответствия значения параметра изделия установленным требованиям или нормам. Сущность всякого контроля состоит в проведении двух основных этапов. На первом из них получают информацию о фактическом состоянии некоторого объекта, о признаках и показателях его свойств. Эта информация называется *первичной.* На втором — первичная информация сопоставляется с заранее установленными требованиями, нормами, критериями. При этом выявляется соответствие или несоответствие фактических данных требуемым. Информация о их расхождении называется *вторичной*. Она используется для выработки соответствующих решений по поводу объекта контроля. В ряде случаев граница между этапами контроля неразличима. При этом первый этап может быть выражен нечетко или практически не наблюдаться. Характерным примером такого рода является контроль размера детали калибром, сводящийся к операции сопоставления фактического и предельно допустимого значений параметра.

Контроль состоит из ряда элементарных действий: измерительного преобразования контролируемой величины; операции воспроизведения уставок контроля; операции сравнения; определения результата контроля.

Измерения и контроль тесно связаны друг с другом, близки по своей информационной сущности и содержат ряд общих операций (например, сравнение, измерительное преобразование). В то же время их процедуры во многом различаются:

- результатом измерения является количественная характеристика, а контроля — качественная;
- измерение осуществляется в широком диапазоне значений измеряемой величины, а контроль — обычно в пределах небольшого числа возможных состояний;
- контрольные приборы, в отличие от измерительных, применяются для проверки состояния изделий, параметры которых заданы и изменяются в узких пределах;
- основной характеристикой качества процедуры измерения является точность, а процедуры контроля — достоверность.

Контроль может быть классифицирован по ряду признаков.

В зависимости от ***числа контролируемых параметров*** он подразделяется на *однопараметровый*, при котором состояние объекта определяется по размеру одного параметра, и *многопараметровый*, при котором состояние объекта определяется размерами многих параметров.

По ***форме сравниваемых сигналов*** контроль подразделяется на *аналоговый*, при котором сравнению подвергаются аналоговые сигналы, и *цифровой*, при котором сравниваются цифровые сигналы.

В зависимости от ***вида воздействия на объект*** контроль подразделяется на *пассивный*, при котором воздействие на объект не производится, и *активный*, при котором воздействие на объект осуществляется посредством специального генератора тестовых сигналов.

В практике большое распространение получил так называемый *допусковый* контроль [26], суть которого состоит в определении путем измерения или испытания значения контролируемого параметра объекта и сравнение полученного результата с заданными граничными допустимыми значениями. Частным случаем допускового контроля является поверка средств измерений, в процессе которой исследуется попадание погрешностей средства измерений в допускаемые пределы.

По расположению зоны контролируемого состояния различают допусковый контроль состояний:

- ниже допускаемого значения $X < X_н$;
- выше допускаемого значения $X > X_в$;
- между верхним и нижним допускаемыми значениями $X_н < X < X_в$.

Результатом контроля является не число, а одно из взаимоисключающих утверждений:

- "контролируемая характеристика (параметр) находится в пределах допускаемых значений", результат контроля — "годен";
- "контролируемая характеристика (параметр) находится за пределами допускаемых значений", результат контроля —"не годен" или "брак".

Для определенности примем, что решение "годен" должно приниматься, если выполняется условие $X_н \le X \le X_в$, где X, $X_в$ $X_н$— истинное значение и допускаемые верхнее и нижнее значения контролируемого параметра. На самом же деле с допускаемыми значениями $X_в$ и $X_н$ сравнивается не истинное значение X (поскольку оно неизвестно), а его оценка $X_о$, полученная в результате измерений. Значение $X_о$ отличается от X на величину погрешности измерения: $X = X_о + \Delta$. Решение "годен" при проведении контроля принимается в случае выполнения неравенства $X_н \le X_о \le X_в$. Отсюда следует, что при допусковом контроле возможны четыре исхода.

1. Принято решение "годен", когда значение контролируемого параметра находится в допускаемых пределах, т.е. имели место события $X_н \le X \le X_в$ и $X_н \le X_о \le X_в$. Если известны плотности вероятностей законов распределения f(X) контролируемого параметра X и погрешности его измерения $f(\Delta)$, то при взаимной независимости этих законов и заданных допустимых верхнем и нижнем значениях параметра вероятность события "годен"

$$P_г = \int\limits_{X_н}^{X_в} f(X)\left[\int\limits_{X_н - X}^{X_в - X} f(\Delta)\,d\Delta\right]dX.$$

2. Принято решение "брак", когда значение контролируемого параметра находится вне пределов допускаемых значений, т.е. имели место события $X < X_н$ или $X > X_в$ и $X_о < X_н$ или $X_о > X_в$. При оговоренных допущениях вероятность события "негоден" или "брак"

$$P_{нг} = \int\limits_{-\infty}^{X_н} f(X)\left[\int\limits_{-\infty}^{X_н - X} f(\Delta)d\Delta + \int\limits_{X_в - X}^{\infty} f(\Delta)d\Delta\right]dX + \int\limits_{X_в}^{\infty} f(X)\left[\int\limits_{-\infty}^{X_н - X} f(\Delta)d\Delta + \int\limits_{X_в - X}^{\infty} f(\Delta)d\Delta\right]dX.$$

3. Принято решение "брак", когда истинное значение контролируемого параметра лежит в пределах допускаемых значений, т.е. $X_о < X_н$ или $X_о > X_в$ и $X_н \le X \le X_в$ и забракован исправный объект. В этом случае принято говорить, что имеет место ошибка I рода. Ее вероятность

$$P_1 = \int\limits_{X_н}^{X_в} f(X)\left[\int\limits_{-\infty}^{X_н - X} f(\Delta)d\Delta\right]dX + \int\limits_{X_н}^{X_в} f(X)\left[\int\limits_{X_в - X}^{\infty} f(\Delta)d\Delta\right]dX.$$

4. Принято решение "годен", когда истинное значение контролируемого параметра лежит вне пределов допускаемых значений, т.е. имели место события $X < X_н$ или $X > X_в$ и $X_н \le X_о \le X_в$ и неисправный объект признан годным. В этом случае говорят, что произошла ошибка II рода, вероятность которой

$$P_2 = \int\limits_{-\infty}^{X_н} f(X)\left[\int\limits_{X_н - X}^{X_в - X} f(\Delta)d\Delta\right]dX + \int\limits_{X_в}^{\infty} f(X)\left[\int\limits_{X_н - X}^{X_в - X} f(\Delta)d\Delta\right]dX.$$

Очевидно, что ошибки I и II родов имеют разное значение для изготовителей и потребителей (заказчиков) контролируемой продукции [26]. Ошибки I рода ведут к прямым потерям изготовителя, так как ошибочное признание негодным в действительности годного изделия приводит к дополнительным затратам на исследование, доработку и регулировку изделия. Ошибки II рода непосредственно сказываются на потребителе, который получает некачественное изделие. При нормальной организации отношений между потребителем и производителем брак, обнаруженный первым из них, приводит к рекламациям и ущербу для изготовителя.

Рассмотренные вероятности $P_г$, $P_{нг}$, P_1 и P_2 при массовом контроле партии изделий характеризуют средние доли годных, негодных, неправильно забракованных и неправильно пропущенных изделий среди всей контролируемой их совокупности. Очевидно, что $P_г+P_{нг}+P_1+P_2= 1$.

Достоверность результатов допускового контроля описывается различными показателями [9, 26, 56], среди которых наибольшее распространение получили вероятности ошибок I (P_1) и II (P_2) родов и риски изготовителя и заказчика (потребителя):

$$R_{изг} = \frac{P_1}{P_1 + P_{нг}}; \quad R_{зак} = \frac{P_2}{P_2 + P_г}.$$

Одна из важнейших задач планирования контроля — выбор оптимальной точности измерения контролируемых параметров. При завышении допускаемых погрешностей измерения уменьшается стоимость средств измерений, но увеличиваются вероятности ошибок при контроле, что в конечном итоге приводит к потерям. При занижении допускаемых погрешностей стоимость средств измерений возрастает, вероятность ошибок контроля уменьшается, увеличивает себестоимости выпускаемой продукции. Очевидно, что существует некоторая оптимальная точность, соответствующая минимуму суммы потерь от брака и стоимости контроля.

Приведенные формулы позволяют осуществить целенаправленный поиск таких значений погрешности измерения, которые бы при заданных верхнем и нижнем значениях контролируемого параметра обеспечили бы допускаемые значения вероятностей ошибок I и II родов ($P_{1д}$ и $P_{2д}$) или соответствующих рисков. Этот поиск производится путем численного или графического интегрирования. Следовательно, для рационального выбора точностных характеристик средств измерений, используемых при проведении контроля, в каждом конкретном случае должны быть заданы допускаемые значения $P_{1д}$ и $P_{2д}$.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение физической величины. Приведите примеры величин, принадлежащих к различным группам физических процессов.
2. Что такое экстенсивные и интенсивные физические величины? В чем их сходство и различие? Приведите примеры ФВ каждого вида.
3. Проанализируйте определения счета, оценивания и измерения. Выделите их общие и отличительные признаки.
4. Что такое шкала физической величины? Приведите примеры различных шкал ФВ.
5. Назовите основные операции процедуры измерения. Расскажите, как они реализуются при измерении размера детали штангенциркулем.
6. Приведите примеры измерительных преобразователей, многозначных мер и устройств сравнения, используемых в известных вам средствах измерений.
7. Какие элементы процесса измерений принадлежат к ветви реального, а какие — к ветви отражения реальности? Как они соотносятся друг с другом?
8. По каким признакам классифицируются методы измерений? Какие методы измерений вам известны?
9. Что такое средство измерений? Приведите примеры средств измерений различных ФВ.
10. Что такое условия измерений? Какие они бывают?
11. Что такое результат измерения и чем он характеризуется?
12. Сформулируйте основные этапы измерения применительно к процессу измерения микрометром диаметра детали.
13. Перечислите признаки, по которым могут быть классифицированы измерения. Расскажите о классификации измерений по каждому из названных признаков.
14. Дайте определения прямых, косвенных, совместных и совокупных измерений. Приведите примеры измерений каждого вида.
15. Что такое испытание и чем оно отличается от измерения?
16. Что такое контроль и чем он отличается от измерения? Какие виды контроля существуют?
17. Что такое вероятность ошибок I и II родов? Что они характеризуют?

Глава 3. ТЕОРИЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ЕДИНИЦ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН И ПЕРЕДАЧИ ИХ РАЗМЕРОВ (ТЕОРИЯ ЕДИНСТВА ИЗМЕРЕНИЙ)

3.1. Системы физических величин и их единиц

В науке, технике и повседневной жизни человек имеет дело с разнообразными свойствами окружающих нас физических объектов. Эти свойства отражают процессы взаимодействия объектов между собой. Их описание производится посредством физических величин. Для того чтобы можно было установить для каждого объекта различия в количественном содержании свойства, отображаемого физической величиной, в метрологии введены понятия ее размера и значения.

Размер физической величины — это количественное содержание в данном объекте свойства, соответствующего понятию "физическая величина". Например, каждое тело обладает определенной массой, вследствие чего тела можно различать по их массе, т.е. по размеру интересующей нас ФВ.

Значение физической величины — это оценка ее размера в виде некоторого числа принятых для нее единиц. Его получают в результате ее измерения или вычисления в соответствии с основным уравнением измерения $Q = q[Q]$, связывающим между собой значение ФВ Q, числовое значение q и выбранную для измерения единицу $[Q]$. В зависимости от размера единицы будет меняться числовое значение ФВ, тогда как размер ее будет одним и тем же.

Единица физической величины — это ФВ фиксированного размера, которой условно присвоено числовое значение, равное единице, и которая применяется для количественного выражения однородных ФВ. Размер единиц ФВ устанавливается путем их законодательно закрепленного определения метрологическими органами государства.

Важной характеристикой ФВ является ее *размерность* $\dim Q$ — выражение в форме степенного многочлена, отражающее связь данной величины с основными ФВ; коэффициент пропорциональности в нем принят равным единице:

$$\dim Q = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} I^{\eta} \ldots,$$

где L, M, T, I — условные обозначения основных величин данной системы; α, β, γ, η — целые или дробные, положительные или отрицательные вещественные числа. Показатель степени, в которую возведена размерность основной величины, называют *показателем размерности*. Если все показатели размерности равны нулю, то такую величину называют *безразмерной*.

Размерность ФВ является более общей характеристикой, чем определяющее ее уравнение связи, поскольку одна и та же размерность может быть присуща величинам, имеющим разную качественную природу и различающимся по форме определяющего уравнения. Например, работа силы F на расстоянии L описывается уравнением $A_1 = FL$. Кинетическая энергия тела массой m, движущегося со скоростью v, равна $A_2 = mv^2 / 2$. Размерности этих качественно различных величин одинаковы.

Над размерностями можно производить действия умножения, деления, возведения в степень и извлечение корня. Понятие размерности широко используется:

- для перевода единиц из одной системы в другую;
- для проверки правильности сложных расчетных формул, полученных в результате теоретического вывода;
- при выяснении зависимости между величинами;
- в теории физического подобия.

Описание свойства, характеризуемого данной ФВ, осуществляется на языке других, ранее определенных величин. Эта возможность обуславливается наличием объективно существующих взаимосвязей между свойствами объектов, которые, будучи переведенными на язык величин, становятся моделями, образующими в своей совокупности систему уравнений, описывающих данный раздел физики. Различают два типа таких уравнений:

1. *Уравнения связи между величинами* — уравнения, отражающие законы природы, в которых под буквенными символами понимаются ФВ. Они могут быть записаны в виде, не зависящем от выбора единиц измерений входящих в них ФВ:

$$Q = K\, X^{a} Y^{b} Z^{g} \ldots$$

Коэффициент K не зависит от выбора единиц измерений, он определяет связь между величинами. Например, площадь треугольника S равна половине произведения основания L на высоту h: $S = 0{,}5Lh$. Коэффициент $K = 0{,}5$ появился в связи с выбором не единиц измерений, а формы самих фигур.

2. *Уравнения связи между числовыми значениями физических величин* — уравнения, в которых под буквенными символами понимают числовые значения величин, соответствующие выбранным единицам. Вид этих уравнений зависит от выбранных единиц измерения. Они могут быть записаны в виде:

$$Q = K_e K\, X^a Y^b Z^g \ldots,$$

где K_e — числовой коэффициент, зависящий от выбранной системы единиц. Например, уравнение связи между числовыми значениями площади треугольника и его геометрическими размерами имеет вид при условии, что площадь измеряется в квадратных метрах, а основание и высота соответственно в метрах и миллиметрах:

1) $S = 0{,}5Lh$, т.е. $K_e=1$;

2) $S = 0{,}5 \cdot 10^{-6}\, Lh$, т.е. $K_e=10^{-6}$ м^2/мм^2.

С помощью уравнений связи между числовыми значениями ФВ формулируются определения одних величин на языке других и указываются способы их нахождения. Совокупность ФВ, образованная в соответствии с принятыми принципами, когда одни величины принимаются за независимые, а другие являются их функциями, называется *системой физических величин*.

Обосновано, но в общем произвольным образом выбираются несколько ФВ, называемых *основными*. Остальные величины, называемые *производными*, выражаются через основные на основе известных уравнений связи между ними. Примерами производных величин могут служить: плотность вещества, определяемая как масса вещества, заключенного в единице объема; ускорение — изменение скорости за единицу времени и др.

В названии системы ФВ применяют символы величин, принятых за основные. Например, система величин механики, в которой в качестве основных используются длина (L), масса (M) и время (T), называется системой LMT. Действующая в настоящее время международная система СИ должна обозначаться символами LMTIQNJ, соответствующими символам основных величин: длине

(L), массе (M), времени (T), силе электрического тока (I), температуре (Q), количеству вещества (N) и силе света (J).

Совокупность основных и производных единиц ФВ, образованная в соответствии с принятыми принципами, называется *системой единиц физических величин*. Единица основной ФВ является *основной единицей* данной *системы*. В Российской Федерации используется система единиц СИ, введенная ГОСТ 8.417–81 "ГСИ. Единицы физических величин". В качестве основных единиц приняты метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, моль и канделла (табл. 3.1).

Таблица 3.1

Основные и дополнительные единицы физических величин системы СИ

Величина			Единица		
				Обозначение	
Наименование	Размерность	Рекомендуемое обозначение	Наименование	русское	международное
	Основные				
Длина	L	l	метр	м	m
Масса	M	m	килограмм	кг	kg
Время	T	t	секунда	с	s
Сила электрического тока	I	I	ампер	А	A
Термодинамическая температура	θ	T	кельвин	К	K
Количество вещества	N	n, ν	моль	моль	mol
Сила света	J	J	канделла	кд	cd
	Дополнительные				
Плоский угол	—	—	радиан	рад	rad
Телесный угол	—	—	стерадиан	ср	sr

Производная единица — это единица производной ФВ системы единиц, образованная в соответствии с уравнениями, связывающими ее с основными единицами или же с основными и уже определенными производными. Производные единицы системы СИ, имеющие собственное название, приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Производные единицы системы СИ, имеющие специальное название

Величина		Единица		
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение	Выражение через единицы СИ
Частота	T^{-1}	герц	Гц	$с^{-1}$
Сила, вес	LMT^{-2}	ньютон	Н	$м \cdot кг \cdot с^{-2}$
Давление, механическое напряжение	$L^{-1}MT^{-2}$	паскаль	Па	$м^{-1} \cdot кг \cdot с^{-2}$
Энергия, работа, количество теплоты	L^2MT^{-2}	джоуль	Дж	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2}$
Мощность	L^2MT^{-3}	ватт	Вт	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3}$
Количество электричества	TI	кулон	Кл	$с \cdot А$
Электрическое напряжение, потенциал, электродвижущая сила	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	вольт	В	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-1}$
Электрическая емкость	$L^{-2}M^{-1}T^4I^2$	фарад	Ф	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^4 \cdot А^2$
Электрическое сопротивление	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	ом	Ом	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-3} \cdot А^{-2}$
Электрическая проводимость	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$	сименс	См	$м^{-2} \cdot кг^{-1} \cdot с^3 \cdot А^2$
Поток магнитной индукции	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	вебер	Вб	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Магнитная индукция	$MT^{-2}I^{-1}$	тесла	Тл	$кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-1}$
Индуктивность	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	генри	Гн	$м^2 \cdot кг \cdot с^{-2} \cdot А^{-2}$
Световой поток	J	люмен	лм	$кд \cdot ср$
Освещенность	$L^{-2}J$	люкс	лк	$м^{-2} \cdot кд \cdot ср$
Активность радионуклида	T^{-1}	беккерель	Бк	$с^{-1}$
Поглощенная доза ионизирующего излучения	L^2T^{-2}	грей	Гр	$м^2 \cdot с^{-2}$
Эквивалентная доза излучения	L^2T^{-2}	зиверт	Зв	$м^2 \cdot с^{-2}$

Для установления производной единицы следует:

• выбрать ФВ, единицы которых принимаются в качестве основных;

• установить размер этих единиц;

• выбрать определяющее уравнение, связывающее величины, измеряемые основными единицами, с величиной, для которой устанавливается производная единица. При этом символы всех величин, входящих в определяющее уравнение, должны рассматриваться не как сами величины, а как их именованные числовые значения;

• приравнять единице (или другому постоянному числу) коэффициент пропорциональности K_e, входящий в определяющее уравнение. Это уравнение следует записывать в виде явной функциональной зависимости производной величины от основных.

Установленные таким способом производные единицы могут быть использованы для введения новых производных величин. Поэтому в определяющие уравнения наряду с основными единицами могут входить и производные, единицы которых определены ранее.

Производные единицы бывают когерентными и некогерентными. *Когерентной* называется производная единица ФВ, связанная с другими единицами системы уравнением, в котором числовой множитель принят равным единице. Например, единицу скорости образуют с помощью уравнения, определяющего скорость прямолинейного и равномерного движения точки: $v = L/t$, где L — длина пройденного пути, t — время движения. Подстановка вместо L и t их единиц в системе СИ дает $v = 1$ м/с. Следовательно, единица скорости является когерентной.

Если уравнение связи содержит числовой коэффициент, отличный от единицы, то для образования когерентной единицы системы СИ в правую часть уравнения подставляют величины со значениями в единицах СИ, дающие после умножения на коэффициент общее числовое значение, равное единице. Например, если для образования когерентной единицы энергии применяют уравнение $E = 0{,}5mv^2$, где m — масса тела, v — его скорость, то когерентную единицу энергии можно образовать двумя путями:

$$E = 0{,}5(2mv^2) = 0{,}5\,(1\text{м/с})^2 = 1\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2} = 1\ \text{Дж};$$

$$E = 0{,}5m(2v^2) = 0{,}5(1\,\text{кг})(2\ \text{м/с})^2 = 1\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2} = 1\ \text{Дж}.$$

Следовательно, когерентной единицей СИ является джоуль, равный ньютону, умноженному на метр. В рассмотренных случаях он равен кинетической энергии тела массой 2 кг, движущегося со скоростью 1 м/с, или же тела массой 1 кг, движущегося со скоростью $\sqrt{2}$ м/с.

Единицы ФВ делятся на системные и внесистемные. *Системная единица* — единица ФВ, входящая в одну из принятых систем. Все основные, производные, кратные и дольные единицы являются системными. *Внесистемная единица* — это единица ФВ, не входящая ни в одну из принятых систем единиц. Внесистемные единицы по отношению к единицам СИ разделяют на четыре вида:

• допускаемые наравне с единицами СИ, например: единицы массы — тонна; плоского угла — градус, минута, секунда; объема — литр и др. Внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ, приведены в табл. 3.3;

Таблица 3.3

Внесистемные единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ

Наименование величины	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Масса	тонна	т	10^3 кг
	атомная единиц массы	а. е. м.	$1{,}66057 \cdot 10^{-27}$ кг (приблизительно)
Время	минута	мин	60 с
	час	ч	3600 с
	сутки	сут	86400 с
Плоский угол	градус	...°	$(\pi/180)$ рад $= 1{,}745329... \cdot 10^{-2}$ рад
	минута	...′	$(\pi/10800)$ рад $= 2{,}908882... \cdot 10^{-4}$ рад
	секунда	...″	$(\pi/648000)$ рад $= 4{,}848137... \cdot 10^{-6}$ рад
	град	град	$(\pi/200)$ рад
Объем	литр	л	10^{-3} м^3
Длина	астрономическая единица	а. е.	$1{,}45598 \cdot 10^{11}$ м (приблизительно)
	световой год	св. год	$9{,}4605 \cdot 10^{15}$ м (приблизительно)
	парсек	пк	$3{,}0857 \cdot 10^{16}$ м (приблизительно)
Оптическая сила	диоптрия	дптр	1 м$^{-1}$
Площадь	гектар	га	10^4 м^2
Энергия	электрон-вольт	эВ	$1{,}60219 \cdot 10^{-19}$ Дж (приблизительно)
Полная мощность	вольт-ампер	В·А	—
Реактивная мощность	вар	вар	—

• допускаемые к применению в специальных областях, например: астрономическая единица, парсек, световой год — единицы длины в астрономии; диоптрия — единица оптической силы в оптике; электрон-вольт — единица энергии в физике и т.д.;

• временно допускаемые к применению наравне с единицами СИ, например: морская миля — в морской навигации; карат — единица массы в ювелирном деле и др. Эти единицы должны изыматься из употребления в соответствии с международными соглашениями;

• изъятые из употребления, например: миллиметр ртутного столба — единица давления; лошадиная сила — единица мощности и некоторые другие.

Различают кратные и дольные единицы ФВ. *Кратная единица* — это единица ФВ, в целое число раз превышающая системную или внесистемную единицу. Например, единица длины километр равна 10^3 м, т.е. кратна метру. *Дольная единица* — единица ФВ, значение которой в целое число раз меньше системной или внесистемной единицы. Например, единица длины миллиметр равна 10^{-3} м, т.е. является дольной. Приставки для образования кратных и дольных единиц СИ приведены в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка	Обозначение приставки		Множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		международное	русское			международное	русское
10^{18}	экса	E	Э	10^{-1}	деци	d	д
10^{15}	пета	P	П	10^{-2}	санти	c	с
10^{12}	тера	T	Т	10^{-3}	милли	m	м
10^{9}	гига	G	Г	10^{-6}	микро	μ	мк
10^{6}	мега	M	М	10^{-9}	нано	n	н
10^{3}	кило	k	к	10^{-12}	пико	p	п
10^{2}	гекто	h	г	10^{-15}	фемто	f	ф
10^{1}	дека	da	да	10^{-18}	атто	a	а

В системе СИ впервые введено понятие *дополнительных единиц*, к которым отнесены единицы плоского и телесного углов —

радиан и стерадиан. Однако определения того, что же следует считать дополнительными единицами, не дано.

3.2. Принципы построения систем единиц физических величин

Пусть имеется n уравнений связи между числовыми значениями N физических величин. В каждом уравнении имеется свой коэффициент пропорциональности, которому можно придать любое значение и, в частности, приравнять единице. Следовательно, в уравнениях связи коэффициенты являются известными числами, а ФВ — неизвестными. Реально всегда число N физических величин больше числа n уравнений связи. Если для N–n ФВ выбрать свои независимые единицы, то они становятся известными числами и n уравнений решаются относительно оставшихся n ФВ. Такая система считается оптимальной с теоретической точки зрения. Эти N–n ФВ называются, как известно, *основными*, а остальные n — *производными*.

На практике может оказаться удобным выбрать в качестве основных не N–n ФВ, а большее их число, равное N–n+p. В этом случае уже нельзя придать всем коэффициентам любые численные значения, так как p коэффициентов становятся такими же неизвестными, как и оставшиеся в данном случае n–p производных ФВ.

Число основных единиц тесно связано с числом коэффициентов, стоящих в выражениях для физических законов и определениях. Коэффициенты пропорциональности, зависящие от выбора основных единиц и определяющих уравнений, называются *фундаментальными*, или *мировыми постоянными* [27, 28]. В системе СИ к ним относятся гравитационная постоянная, постоянная Планка, постоянная Больцмана и световая эффективность. Их следует отличать от так называемых специфических постоянных, характеризующих различные свойства отдельных веществ, например массу электрона, его заряда и др.

Следует помнить, что фундаментальные константы присутствуют в выражениях для всех физических законов, но соответствующим выбором единиц определенное их число приравнено к каким-либо постоянным числам, чаще всего к единице. Далее будет показано, что чем больше основных единиц принято при построении системы, тем больше фундаментальных констант будет стоять в формулах. Сокращение числа основных единиц обязательно сопровождается уменьшением числа фундаментальных постоянных.

В предельном случае можно для каждой из ФВ выбрать свою единицу. Но тогда вместо системы единиц получится набор единиц, все п коэффициентов станут экспериментально определяемыми мировыми константами, производные величины исчезнут, а закономерные связи окажутся для практики малополезными. Поэтому ученые стремятся к созданию теоретически оптимальной системы единиц или по возможности близкой к ней.

Правила, по которым тот или иной комплекс единиц выбирают в качестве основного, не могут быть обоснованы теоретически. Единственными аргументами в пользу выбора могут служить лишь эффективность и целесообразность использования данной системы. Для практических целей измерения в качестве основных величин и единиц следует выбирать такие, которые можно воспроизвести с наибольшей точностью. Образование системы единиц базируется на объективных закономерных связях между физическими величинами и на произвольной, но разумной воле людей и их соглашениях, заключительным из которых является принятое на Генеральной конференции по мерам и весам.

При построении или введении новой системы единиц ученые руководствуются только одним единственным принципом — практической целесообразностью, т.е. удобством применения единиц в деятельности человека. В основу этого принципа положены следующие базовые критерии:

- простота образования производных ФВ и их единиц, т.е. приравнивание к единице коэффициентов пропорциональности в уравнениях связи;
- высокая точность материализации основных и производных единиц и передачи их размера нижестоящим эталонам;
- неуничтожаемость эталонов основных единиц, т.е. возможность их воссоздания в случае утраты;
- преемственность единиц, сохранение их размеров и наименований при введении новой системы единиц, что связано с исключением материальных и психологических затрат;
- близость размеров основных и производных единиц к размерам ФВ, наиболее часто встречающихся в практике;

• долговременность хранения основных и производных единиц их эталонами;

• выбор в качестве основных минимального числа ФВ, отражающих наиболее общие свойства материи.

Приведенные критерии вступают в противоречие, поэтому путем соглашения выбирается наиболее выгодный для практики вариант.

3.3. Международная система единиц (система СИ)

Единая международная система единиц (система СИ) была принята XI Генеральной конференцией по мерам и весам в 1960 г. На территории нашей страны система единиц СИ действует с 1 января 1982 г. в соответствии ГОСТ 8.417–81 "ГСИ. Единицы физических величин". Система СИ возникла не на пустом месте и является логическим развитием предшествовавших ей систем единиц СГС и МКГСС и др.

В настоящее время широко применяются две системы единиц: СИ и СГС (симметричная, или гауссова). Система СГС существует более 100 лет и до сих пор используется в точных науках — физике, астрономии. Однако ее все более теснит система СИ — единственная система единиц ФВ, которая принята и используется в большинстве стран мира. Это обусловлено ее достоинствами и преимуществами перед другими системами единиц, к которым относятся:

• универсальность, т.е. охват всех областей науки и техники;

• унификация всех областей и видов измерений;

• когерентность величин;

• возможность воспроизведения единиц с высокой точностью в соответствии с их определением;

• упрощение записи формул в физике, химии, а также в технических науках в связи с отсутствием переводных коэффициентов;

• уменьшение числа допускаемых единиц;

• единая система образования кратных и дольных единиц, имеющих собственные наименования;

• облегчение педагогического процесса в средней и высшей школах, так как отпадает необходимость в изучении множества систем единиц и внесистемных единиц;

• лучшее взаимопонимание при развитии научно-технических и экономических связей между различными странами.

Исторически сложилось так, что закономерные научно обоснованные связи были установлены сначала в области геометрии и кинематики, затем динамики, термодинамики и электромагнетизма. Последовательно строились и системы единиц. В связи с этим общего решения всей совокупности уравнений связи можно было избежать, а их решение свести к последовательному определению единиц в соответствующих разделах физики.

В геометрии и кинематике для установления связей между единицами достаточно уравнения

$$v = K_e \frac{dL}{dt}, \tag{3.1}$$

где v — скорость; K_e — коэффициент пропорциональности; L — длина; t — время. Первоначально (до 1983 г.) в качестве основных были выбраны единицы измерения длины и времени, а в качестве производной — скорость (n = 1). При этом N – n = 3–1 = 2. В 1983 г. основными были названы единицы измерения времени и скорости, при этом скорости света в вакууме было придано точное, но в принципе произвольное значение c_0 = 299 792 458 м/с. Длина и ее единица — метр, по существу, стали производными. Однако формально длина в СИ остается основной ФВ и ее единица определяется следующим образом: *метр* — расстояние, которое проходит свет в вакууме за 1/299 792 458 долей секунды.

Секунда — 9 192 631 770 периодов излучения, соответствующих переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133.

Коэффициент пропорциональности K_e в уравнении (3.1) равен единице. Если бы в 1983 г. было сохранено существовавшее ранее определение метра ("криптоновый") и одновременно постулировано постоянство скорости света, K_e уже нельзя было считать равным единице — он выступал бы как экспериментально определяемая мировая константа.

Для образования системы единиц в области геометрии и кинематики к уравнению (3.1) следует добавить уравнения связи для площади (например, квадрата), объема (например, куба), ускорения и т.д. При добавлении уравнений каждый раз вводится одна новая ФВ и соответственно одно уравнение связи. При этом разность N–n = 2 сохраняется, и система единиц оптимальна.

При переходе к динамике уравнение (3.1) дополняется уравнениями второго закона Ньютона

$$F = k_1 ma \qquad (3.2)$$

и закона всемирного тяготения

$$F = k_2 \frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (3.3)$$

где k_1, k_2 — коэффициенты пропорциональности; m, m_1, m_2 — масса тел; a — ускорение; r — расстояние между телами. Добавляются два уравнения связи и вводятся две новые ФВ — масса и сила, разность $N-n = 2$ при этом не меняется. При добавлении остальных уравнений механики для давления, работы, мощности и т.д. рассматриваемая разность также не изменяется.

Оба коэффициента в уравнениях (3.2) и (3.3) можно было бы приравнять $k = 1$, при этом сила и масса стали бы производными физическими величинами. Считая, что $m = m_1 = m_2$, из уравнений (3.1) и (3.2) получаем $m = ar^2$, т.е. единица массы есть масса такой материальной точки, которая сообщает единичное ускорение любой другой материальной точке, находящейся на единичном расстоянии. Такая производная единица массы имеет размерность м^3/с и примерно равна $1{,}5 \cdot 10^{10}$ кг.

Следует отметить, что точность воспроизведения единицы массы при таком ее определении была бы весьма низкой. Поэтому, принимая во внимание второй, четвертый и пятый критерии выбора единиц ФВ, ввели "лишнюю" основную единицу — килограмм (единицу массы). При этом в одном из законов Ньютона — втором или всемирного тяготения, требовалось сохранить коэффициент пропорциональности. Он был оставлен в менее широко применяемом на практике законе всемирного тяготения. Мировая константа — гравитационная постоянная $\gamma = (6{,}6720 \pm 0{,}041) \cdot 10^{-11}$ (Н$\cdot$м^2)/кг^2. Полученная система единиц ФВ не оптимальна с точки зрения первого критерия, но с точки зрения практического удобства — оптимальна.

Килограмм в настоящее время определяется как масса международного прототипа килограмма, представляющего собой цилиндр из сплава платины и иридия. Следует отметить, что при таком определении килограмма не выполняется третий базовый критерий выбора основных единиц системы ФВ. Эталон килограмма является единственным уничтожимым из всех эталонов основных единиц системы СИ. Он подвержен старению и требует применения громоздких поверочных схем. Современное развитие науки пока не позволяет с достаточной степенью точности связать килограмм с естественными атомными константами. До сих пор килограмм является чисто договорной единицей.

Сила в системе СИ является производной ФВ и измеряется в ньютонах, имеющих размерность $м \cdot кг \cdot с^{-2}$. Другие механические единицы также производные и образуются с помощью соответствующих уравнений связи. Часть их них, имеющих собственное название, приведена в табл. 3.2.

Одна из главных ФВ, используемых при описании тепловых процессов,— *температура* T. Ее единица может быть получена как производная с использованием уже введенных ФВ геометрии и механики на основании одного из следующих уравнений.

Первое из них, называемое законом Менделеева — Клайперона,

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

где p — давление газа; V, m — соответственно его объем и масса; M — молярная масса; R — универсальная газовая постоянная, определяет абсолютную температуру как величину, пропорциональную произведению давления на объем одного моля газа. Развитие кинетической теории идеальных газов позволило определить температуру как величину, пропорциональную средней кинетической энергии W поступательного движения молекулы идеального газа:

$$W = \frac{3}{2} k_B T,$$

где k_B — постоянная Больцмана. Закон Стефана — Больцмана связывает температуру с объемной плотностью W_R электромагнитного излучения:

$$W_R = \sigma T^4,$$

где σ — постоянная Стефана — Больцмана. Закон смещения Вина связывает длину волны λ_m такого излучения, на которую приходится максимум излучения, с температурой:

$$\lambda_m = b/T,$$

где b — постоянная Вина.

В термодинамике показано, что приведенные четыре формулы определяют одну и ту же температуру, которая получила название *термодинамической*. Любой из коэффициентов R, $k_Б$, σ или b, используемых в формулах, можно было бы приравнять к единице. Это обеспечило бы разные размерности температуры как производной единицы. Однако историческое развитие науки и то исключительно важное место, которое занимает температура в современной физике и технике, сделали целесообразным выделение ее в разряд основных величин. В связи с введением "лишней" основной единицы возникает новая фундаментальная константа — постоянная Больцмана. Универсальная газовая постоянная, постоянные Стефана — Больцмана и Вина выражаются через постоянную Больцмана и другие константы [29].

Температура измеряется в кельвинах. Один кельвин равен 1/273,16 части термодинамической температуры тройной точки воды.

Следует отметить [30], что когда погрешность измерения постоянной Больцмана станет меньше погрешности определения термодинамической температуры, появится возможность перейти от термодинамической к энергетической шкале температуры посредством постулирования значения постоянной Больцмана (как это было сделано при переопределении метра через скорость света в вакууме).

Остальные тепловые единицы образуются на основании известных уравнений связи между ними и введенными ранее физическими величинами.

Для описания акустических величин не требуется вводить новые основные величины, следовательно, все используемые в акустике ФВ являются производными.

В физике электромагнитных явлений к уравнениям механики необходимо добавить: уравнение закона Кулона (основной закон электростатики), уравнение связи между электрическим током и электрическим зарядом и уравнение закона Ампера (основной закон электродинамики). В этих уравнениях введены четыре новых физических величины: электрический ток I, электрический заряд q, магнитная проницаемость μ_0, μ и диэлектрическая проницаемость ε_0, ε. Следовательно, в данном случае $N-n = 1$. Под μ и ε

понимаются относительные проницаемости, а под μ_0 и ε_0 — абсолютные проницаемости вакуума.

Для получения оптимальной системы электромагнитных единиц достаточно было к трем, выбранным в механике основным единицам добавить одну электромагнитную, выбрав ее из четырех вновь введенных величин. При выборе учитывался ряд важных моментов. Во-первых, к моменту становления системы СИ в физике, электро- и радиотехнике широко использовались так называемые практические единицы: кулон, ампер, вольт, джоуль и др. Их желательно было сохранить. Во-вторых, необходимо было объединить указанные единицы с механическими и тепловыми кратными и дольными единицами существовавшей системы СГС, создав единую для всех областей науки систему единиц.

В системе СИ за основную единицу выбрана единица абсолютной магнитной проницаемости $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, называемая *магнитной постоянной*. Однако формально основной единицей считается ампер. Это связано с тем, что при выборе основной единицы путем постулирования ее численного значения оказывается невозможным материализовать данную единицу в виде эталона. Поэтому реализация такой единицы осуществляется через какую-либо производную единицу. Так, единица скорости материализуется эталоном метра, а единица магнитной проницаемости — эталоном ампера. В разделе электромагнетизма системы СИ нет мировых констант, поскольку система оптимальна и не содержит "лишней" единицы.

По определению, *ампер* — сила неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызывает на каждом участке проводника длиной 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

Поскольку скорость света в вакууме в системе СИ принята равной 299792458 м/с, то электрическая проницаемость вакуума ε_0, называемая *электрической постоянной*, также будет точной постоянной:

$$\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c_0^2) = 8{,}854187187 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}.$$

Световые измерения, т.е. измерения параметров электромагнитных колебаний с длиной волны от 0,38 до 0,76 мкм, имеют ту особенность, что в них очень большую роль играет ощущение человека, воспринимающего световой поток посредством глаз. Поэтому световые измерения не вполне объективны. Наблюдателя интересует только та часть потока электромагнитных колебаний, которая напрямую воздействует на глаз. В связи с этим обычные энергетические характеристики являются не совсем удобными для описания результатов таких измерений. Между энергетическими и световыми величинами существует однозначная взаимосвязь, и, строго говоря, для проведения измерений световых величин не требуется введения новой основной величины. Однако, учитывая исторически сложившееся к моменту возникновения системы СИ число основных единиц ФВ, а также значительное влияние на результаты световых измерений субъекта измерений — человека, было принято решение ввести единицу силы света — канделлу. *Канделла* — сила света в заданном направлении источника, испускающего монохроматическое излучение частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц, энергетическая сила излучения которого в этом направлении составляет 1/683 $Вт \cdot ср^{-1}$.

Проведенные исследования показали, что средний глаз человека имеет наибольшую чувствительность при длине волны около 0,555 мкм, что соответствует частоте $540 \cdot 10^{12}$ Гц. Эту зависимость чувствительности глаза от длины волны излучения описывают *абсолютной световой эффективностью*, которая равна отношению светового потока (т.е. оцениваемой нашим глазом мощности излучения) к полному потоку излучения (т.е. к полной мощности электромагнитного излучения). Световая эффективность представляет собой величину, позволяющую переходить от энергетических величин к световым. Она измеряется в люменах, деленных на ватт. При существующем определении канделлы максимальной световой эффективности придано точное значение $К_м$= 683 Лм/Вт, тем самым она возведена в ранг фундаментальных констант. В связи с этим канделла определяется путем косвенных измерений и, следовательно, является производной физической величиной, формально оставаясь основной. Остальные световые величины — производные и выражаются через введенные ранее ФВ.

Последняя основная единица системы СИ — моль была дополнительно введена в систему спустя 11 лет после введения первых шести единиц на XIV Генеральной конференции по мерам и весам в 1971 г. *Моль* — количество вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится в углероде 12 массой 0,0012 кг. При применении моля структурные элементы должны быть специфицированы и могут быть атомами, молекулами, ионами, электронами и другими частицами или группами частиц.

Введение этой единицы было встречено научной общественностью очень неоднозначно [31, 33]. Дело в том, что при введении моля был допущен ряд отступлений от принципов образования систем единиц физических величин. Во-первых, не было дано четкого и однозначного определения основополагающего понятия "количество вещества". Под количеством вещества можно понимать как массу того или иного вещества, так и количество структурных единиц, содержащихся в данном веществе. Во-вторых, из определения основной единицы неясно, каким образом возможно получение объективно количественной информации о ФВ при помощи измерений.

В этой связи возникает вопрос о функции, выполняемой молем среди основных единиц СИ. Любая основная единица СИ призвана осуществлять две функции. Воспроизведенная в виде эталона она обеспечивает единство измерений не только собственной ФВ, но и всех производных величин, в формировании размерности которых она участвует. С формальных позиций при образовании удельных величин моль входит в их размерность. Тем не менее удельную величину не следует отождествлять с производной ФВ.

Удельные величины отличаются от соответствующих ФВ только количественно. Они представляют тот же качественный аспект измеряемого свойства, только отнесенный либо к единице массы, либо к единице объема, либо в рассматриваемом случае — к молю. Отсюда следует, что моль не выполняет одну из самых главных функций единицы основной ФВ. Не выполняет моль и функций обеспечения единства измерений количества вещества. В большинстве публикаций подчеркивается [32], что моль является расчетной единицей и эталона для его воспроизведения не существует. Нет также ни одного метода и средства, предназначенного для измерения моля в соответствии с его определением. Все это свидетельствует о том, что следует ожидать исключения моля из числа основных единиц физических величин.

В систему СИ введены две дополнительные единицы — радиан и стерадиан.

Радиан — это единица измерения плоского угла — угла между двумя радиусами окружности, длина дуги которой равна радиусу. На практике часто используются градус ($1° = 2\pi/360$ рад $= 0{,}017453$ рад), минута ($1' = 1°/60 = 2{,}9088 \cdot 10^{-4}$ рад) и секунда ($1'' = 1'/60 = 1°/3600 = 4{,}8481 \cdot 10^{-6}$ рад). Соответственно 1 рад $= 57°17'45'' = 57{,}2961° = (3{,}4378 \cdot 103)' = (2{,}0627 \cdot 105)''$.

Стерадиан — это единица измерения угла — угла с вершиной в центре сферы, вырезающего на поверхности сферы площадь, равную площади квадрата со стороной, равной радиусу сферы.

Во всех системах единиц плоский φ и телесный Ω углы вводятся посредством уравнений

$$\varphi = l/R; \quad \Omega = S/R^2, \tag{3.4}$$

где l — длина дуги, вырезаемой центральным плоским углом j на окружности радиуса R; S — площадь, вырезаемая центральным телесным углом на шаре с радиусом R. В соответствии с этими определениями у обоих углов нет размерности в любой системе единиц: $[\varphi]=L/L$; $[\Omega]=L^2/L^2$, т.е. их единицы не зависят от размера основных единиц.

В настоящее время нет устоявшегося мнения о том, к какому типу относятся единицы углов. Большинство [27, 34] полагают необоснованным введение в систему СИ неопределенного понятия дополнительных единиц. По мнению одних [27], эти единицы являются производными, определяемыми уравнениями (3.4), с той лишь особенностью, что они оказываются одинаковыми во всех системах единиц. Другие [34] считают единицу плоского угла основной, а единицу телесного угла — производной от нее с размерностью рад^2. Дальнейшее развитие метрологии покажет, какая из существующих точек зрения окажется истинной.

3.4. Воспроизведение единиц физических величин и передача их размеров

3.4.1. Понятие о единстве измерений

При проведении измерений необходимо обеспечить их единство. Под *единством измерений* понимается характеристика качества измерений, заключающаяся в том, что их результаты выражаются в узаконенных единицах, размеры которых в установленных пределах равны размерам воспроизведенных величин, а погрешности результатов измерений известны с заданной вероятностью и не выходят за установленные пределы. Понятие "единство измерений" довольно емкое. Оно охватывает важнейшие задачи метрологии: унификацию единиц ФВ, разработку систем воспроизведения величин и передачи их размеров рабочим средствам измерений с установленной точностью и ряд других вопросов. Единство должно обеспечиваться при любой точности, необходимой науке и технике. На достижение и поддержание на должном уровне единства измерений направлена деятельность государственных и ведомственных метрологических служб, проводимая в соответствии с установленными правилами, требованиями и нормами. На государственном уровне деятельность по обеспечению единства измерений регламентируется стандартами Государственной системы обеспечения единства измерений (ГСИ) или нормативными документами органов метрологической службы.

Для обеспечения единства измерений необходима тождественность единиц, в которых проградуированы все существующие СИ одной и той же величины. Это достигается путем точного воспроизведения и хранения в специализированных учреждениях установленных единиц ФВ и передачи их размеров применяемым СИ.

Воспроизведение единицы физической величины — это совокупность операций по материализации единицы ФВ с наивысшей в стране точностью посредством государственного эталона или исходного образцового СИ. Различают воспроизведение основной и производной единиц.

Воспроизведение основной единицы — это воспроизведение единицы путем создания фиксированной по размеру ФВ в соответствии с определением единицы. Оно осуществляется с помощью государственных первичных эталонов. Например, единица массы — 1 килограмм (точно) воспроизведена в виде платиноиридиевой гири, хранимой в Международном бюро мер и весов в качестве международного эталона килограмма. Розданные другим странам эталоны имеют номинальное значение 1 кг. На основании последних международных сличений (1979) платиноиридиевая гиря, входящая в состав Государственного эталона РФ, имеет массу 1,000000087 кг.

Воспроизведение производной единицы — это определение значения ФВ в указанных единицах на основании косвенных измерений других величин, функционально связанных с измеряемой. Так, воспроизведение единицы силы — Ньютона — осуществляется на основании известного уравнения механики $F = mg$, где m — масса тела; g — ускорение свободного падения.

Передача размера единицы — это приведение размера единицы ФВ, хранимой поверяемым средством измерений, к размеру единицы, воспроизводимой или хранимой эталоном, осуществляемое при их поверке или калибровке. Размер единицы передается "сверху вниз"— от более точных СИ к менее точным.

Хранение единицы — совокупность операций, обеспечивающая неизменность во времени размера единицы, присущего данному СИ. Хранение эталона единицы ФВ предполагает проведение взаимосвязанных операций, позволяющих поддерживать метрологические характеристики эталона в установленных пределах. При хранении первичного эталона выполняются регулярные его исследования, включая сличения с национальными эталонами других стран с целью повышения точности воспроизведения единицы и совершенствования методов передачи ее размера.

3.4.2. Эталоны единиц физических величин

Эталон — средство измерений (или комплекс СИ), предназначенное для воспроизведения и (или) хранения единицы и передачи ее размера нижестоящим по поверочной схеме СИ и утвержденное в качестве эталона в установленном порядке. Классификация, назначение и общие требования к созданию, хранению и применению эталонов устанавливает ГОСТ 8.057–80 "ГСИ. Эталоны единиц физических величин. Основные положения".

Перечень эталонов не повторяет перечня ФВ. Для ряда единиц эталоны не создаются из-за того, что нет возможности непосредственно сравнивать соответствующие ФВ, например нет эталона площади. Не создаются эталоны и в том случае, когда единица ФВ воспроизводится с достаточной точностью на основе сравнительно простых средств измерений других ФВ.

Конструкция эталона, его физические свойства и способ воспроизведения единицы определяются ФВ, единица которой воспроизводится, и уровнем развития измерительной техники в данной области измерений. Эталон должен обладать по крайней мере тремя взамосвязанными свойствами: неизменностью, воспроизводимостью и сличаемостью.

Неизменность — свойство эталона удерживать неизменным размер воспроизводимой им единицы в течение длительного интервала времени, при этом все изменения, зависящие от внешних условий, должны быть строго определенными функциями величин, доступных точному измерению. Реализация этих требований привела к идее создания "естественных" эталонов различных величин, основанных на физических постоянных.

Воспроизводимость — возможность воспроизведения единицы ФВ (на основе ее теоретического определения) с наименьшей погрешностью для существующего уровня развития измерительной техники. Это достигается путем постоянного исследования эталона в целях определения систематических погрешностей и их исключения путем введения соответствующих поправок.

Сличаемость — возможность обеспечения сличения с эталоном других СИ, нижестоящих по поверочной схеме, в первую очередь вторичных эталонов, с наивысшей точностью для существующего уровня развития техники измерения. Это свойство предполагает, что эталоны по своему устройству и действию не вносят каких-либо искажений в результаты сличений и сами не претерпевают изменений при проведении сличений.

Различают следующие виды эталонов:

- *первичный* — обеспечивает воспроизведение и хранение единицы с наивысшей в стране (по сравнению с другими эталонами той же величины) точностью. Первичные эталоны — это уникальные СИ, часто представляющие собой сложнейшие измерительные комплексы, созданные с учетом новейших достижений науки и техники. Они составляют основу государственной системы обеспечения единства измерений;
- *специальный* — обеспечивает воспроизведение единицы в особых условиях, в которых прямая передача размера единицы от первичного эталона с требуемой точностью не осуществима, и служит для этих условий первичным эталоном;
- *государственный* — это первичный или специальный эталон, официально утвержденный в качестве исходного для страны. Утверждение проводит главный метрологический орган страны. Государственные эталоны создаются, хранятся и применяются центральными метрологическими научными институтами страны. Точность воспроизведения единицы должна соответствовать уровню лучших мировых достижений и удовлетворять потребностям науки и техники. В состав государственных эталонов включаются СИ, с помощью которых воспроизводят и (или) хранят единицу ФВ, контролируют условия измерений и неизменность воспроизводимого или хранимого размера единицы, осуществляют передачу размера единицы. Государственные эталоны подлежат периодическим сличениям с государственными эталонами других стран;
- *вторичный* — хранит размер единицы, полученной путем сличения с первичным эталоном соответствующей ФВ. Вторичные эта-

лоны являются частью подчиненных средств хранения единиц и передачи их размеров, создаются и утверждаются в тех случаях, когда это необходимо для организации поверочных работ, а также для обеспечения сохранности и наименьшего износа государственного эталона. В состав вторичных эталонов включаются СИ, с помощью которых хранят единицу ФВ, контролируют условия хранения и передают размер единицы.

По своему метрологическому назначению вторичные эталоны делятся на следующие:

• *эталон-копия* — предназначен для передачи размера единицы рабочим эталонам. Он создается в случае необходимости проведения большого числа поверочных работ с целью предохранения первичного или специального эталона от преждевременного износа. Эталон-копия представляют собой копию государственного эталона только по метрологическому назначению, поэтому он не всегда является его физической копией;

• *эталон сравнения* — применяется для сличения эталонов, которые по тем или иным причинам не могут быть непосредственно сличаемы друг с другом;

• *эталон-свидетель* — предназначен для проверки сохранности и неизменности государственного эталона и замены его в случае порчи или утраты. В настоящее время только эталон килограмма имеет эталон-свидетель. Его основное назначение — обеспечивать возможность контролироля постоянства основного эталона;

• *рабочий эталон* — применяется для передачи размера единицы рабочим средствам измерений. Это самые распространенные эталоны. С целью повышения точности измерений ФВ рабочие эталоны применяются во многих территориальных метрологических органах и лабораториях министерств и ведомств.

Способы выражения погрешностей эталонов устанавливает ГОСТ 8.381–80 “ГСИ. Эталоны. Способы выражения погрешностей”. Погрешности государственных первичных и специальных эталонов характеризуются неисключенной систематической погрешностью, случайной погрешностью и нестабильностью. Неисключенная систематическая погрешность описывается границами, в которых она находится. Случайная погрешность определяется средним квадратическим отклонением (СКО) результата измерений при воспроизведении единицы с указанием числа независимых измерений. Нестабильность эталона задается изменением размера единицы, воспроизводимой или хранимой эталоном, за определенный промежуток времени.

Оценки погрешностей вторичных эталонов характеризуются отклонением размеров хранимых ими единиц от размера единицы, воспроизводимой первичным эталоном. Для вторичного эталона указывается суммарная погрешность, включающая случайные погрешности сличаемых эталонов и погрешности передачи размеров единицы от первичного (или более точного) эталона, а также нестабильность самого вторичного эталона. Суммарная погрешность вторичного эталона характеризуется либо СКО результата измерений при его сличении с первичным эталоном или вышестоящим по поверочной схеме вторичным эталоном, либо доверительной границей погрешности с доверительной вероятностью 0,99.

Передача размеров единиц ФВ от эталонов рабочим мерам и измерительным приборам осуществляется с помощью рабочих эталонов. До недавнего времени в нашей стране вместо термина "рабочие эталоны" использовался термин "образцовые средства измерений", который в большинстве других стран не применяется.

Рабочие эталоны при необходимости подразделяются на разряды 1, 2 и т.д., определяющие порядок их соподчинения в соответствии с поверочной схемой. Для различных видов измерений устанавливается, исходя из требований практики, различное число разрядов рабочих эталонов, определяемых стандартами на поверочные схемы для данного вида измерений.

3.4.3. Поверочные схемы

Обеспечение правильной передачи размера единиц ФВ во всех звеньях метрологической цепи осуществляется посредством поверочных схем. *Поверочная схема* — это нормативный документ, который устанавливает соподчинение средств измерений, участвующих в передаче размера единицы от эталона к рабочим СИ с указанием методов и погрешности, и утвержден в установленном порядке. Основные положения о поверочных схема приведены в ГОСТ 8.061–80 "ГСИ. Поверочные схемы. Содержание и построение". Поверочные схемы делятся на государственные, ведомственные и локальные.

- *Государственная поверочная схема* распространяется на все СИ данной ФВ, имеющиеся в стране. Она разрабатывается в виде государственного стандарта, состоящего из чертежа поверочной схемы и текстовой части, содержащей пояснения к чертежу.

• *Ведомственная поверочная схема* распространяется на СИ данной ФВ, подлежащие ведомственной поверке.

• *Локальная поверочная схема* распространяется на СИ данной ФВ, подлежащие поверке в отдельном органе метрологической службы.

Ведомственные поверочные схемы не должны противоречить государственным поверочным схемам для СИ одних и тех же ФВ. Они могут быть составлены при отсутствии государственной поверочной схемы. В них допускается указывать конкретные типы (экземпляры) СИ. Ведомственная и локальная поверочные схемы оформляют в виде чертежа, элементы которого приведены на рис. 3.1.

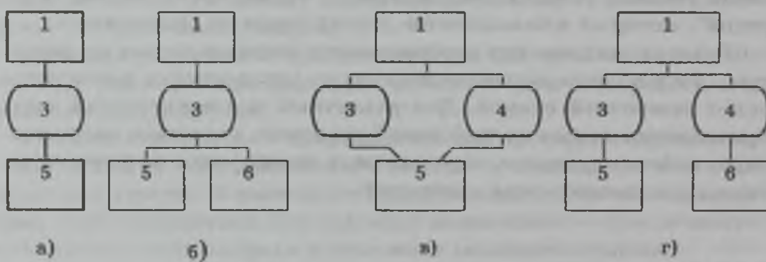


Рис. 3.1. Элементы графического изображения поверочных схем: передача размера: а) от эталона 1 к объекту 5 методом 3; б) от эталона 1 к объектам поверки 5 и 6 методом 3; в) от эталона 1 к объекту поверки 5 методом 3 или 4; г) от эталона 1 к объекту поверки 5 методом 3 и объекту поверки 6 методом 4

Поверочная схема устанавливает передачу размера единиц одной или нескольких взаимосвязанных величин. Она должна включать не менее двух ступеней передачи размера. Поверочную схему для СИ одной и той же величины, существенно отличающихся по диапазонам измерений, условиям применения и методам поверки, а также для СИ нескольких ФВ допускается подразделять на части. На чертежах поверочной схемы должны быть указаны:

• наименования СИ и методов поверки;
• номинальные значения ФВ или их диапазоны;
• допускаемые значения погрешностей СИ;

• допускаемые значения погрешностей методов поверки.

Правила расчета параметров поверочных схем и оформления чертежей поверочных схем приведены в ГОСТ 8.061–80 "ГСИ. Поверочные схемы. Содержание и построение" и в рекомендациях МИ 83–76 "Методика определения параметров поверочных схем".

3.4.4. Способы поверки средств измерений

Поверка — это операция, заключающаяся в установлении пригодности СИ к применению на основании экспериментально определяемых метрологических характеристик и контроля их соответствия предъявляемым требованиям. Основной метрологической характеристикой, определяемой при поверке СИ, является его погрешность. Она находится на основании сравнения поверяемого СИ с более точным СИ — рабочим эталоном. Различают поверки: государственную и ведомственную, периодическую и независимую, внеочередную и инспекционную, комплексную, поэлементную и др.

Основные требования к организации и порядку проведения поверки СИ приведены в правилах по метрологии ПР 50.2.006–94 "ГСИ. Поверка средств измерений. Организация и порядок проведения", а также в рекомендациях МИ 187–86 "ГСИ. Критерии достоверности и параметры методик поверки" и МИ 188–86 "ГСИ. Установление значений методик поверки".

Поверка выполняется метрологическим службами, которым дано на это право. Средство измерений, признанное годным к применению, оформляется выдачей свидетельства о поверке, нанесением поверительного клейма или иными способами, устанавливаемыми нормативно-техническими документами.

Меры могут быть поверены путем:

• сличения с более точной мерой посредством компарирующего прибора. Сличение мер с помощью компаратора осуществляется методами противопоставления или замещения. Общим для этих методов поверки СИ является выработка сигнала о наличии разности размеров сравниваемых величин. Если подбором образцовой меры этот сигнал будет сведен к нулю, то реализуется нулевой метод измерения;

• измерения воспроизводимой мерой величины измерительными приборами соответствующего класса точности. В этом случае поверка часто называется градуировкой. *Градуировка* — нанесение отметок на шкалу, соответствующих показаниям образцового

СИ или же определение по его показаниям уточненных значений величины, соответствующих нанесенным отметкам на шкале рабочего СИ;

• калибровки, когда с более точной мерой сличается лишь одна мера набора или одна из отметок шкалы многозначной меры, а действительные размеры других мер определяются их взаимным сравнением в различных сочетаниях на приборах сравнения и при дальнейшей обработке результатов измерений.

Поверка измерительных приборов проводится методом:

• непосредственного сравнения измеряемых величин и величин, воспроизводимых образцовыми мерами соответствующего класса точности. Значения величин на выходе мер выбираются равными оцифрованным отметкам шкалы прибора. Наибольшая разность между результатами измерения и соответствующими им размерами мер является в этом случае основной погрешностью прибора;

• непосредственного сличения показаний поверяемого и некоторого образцового прибора при измерении одной и той же величины. Основой данного метода служит одновременное измерение одного и того же значения ФВ поверяемым и образцовым СИ. Разность показаний этих приборов равна абсолютной погрешности поверяемого средства измерений.

Существуют и другие методы поверки, которые, однако, используются гораздо реже. Они рассмотрены в [9, 55].

Важным при поверке является выбор оптимального соотношения между допускаемыми погрешностями образцового и поверяемого СИ. Обычно, когда при поверке вводят поправки на показания образцовых средств измерений, это соотношение принимается равным 1:3 (исходя из критерия ничтожно малой погрешности). Если же поправки не вводят, то образцовые СИ выбираются из соотношения 1:5. Соотношение допускаемых погрешностей поверяемых и образцовых СИ устанавливается с учетом принятого метода поверки, характера погрешностей, допускаемых значений ошибок I и II родов и иногда может значительно отличаться от указанных ранее цифр.

3.4.5. Стандартные образцы

Для ряда областей измерений и в первую очередь для физико-химических измерений чрезвычайно перспективным средством повышения эффективности поверочных работ является применение стандартных образцов (СО). Правила работы с СО устанавливает ГОСТ 8.315–97 "ГСИ. Стандартные образцы состава и свойств веществ и материалов. Основные положения". Согласно этому документу, стандартный *образец состава и свойств веществ и материалов* — это средство измерений в виде вещества (материала), состав или свойства которого установлены аттестацией. Можно дать и другое определение: *стандартный образец* — образец вещества (материала) с установленными в результате метрологической аттестации значениями одной или более величин, характеризующими свойство или состав этого вещества (материала).

Стандартные образцы предназначены для обеспечения единства и требуемой точности измерений посредством:

- градуировки, метрологической аттестации и поверки СИ;
- метрологической аттестации методик выполнения измерений;
- контроля показателей точности измерений;
- измерения ФВ, характеризующих состав или свойства веществ и материалов, методами сравнения.

По своему назначению СО исполняют роль мер, однако в отличие от "классических" мер они имеют ряд особенностей. Например, образцы состава воспроизводят значения ФВ, характеризующих состав или свойства именно того материала (вещества), из которого они изготовлены. Стандартные образцы, как правило, не являются изделиями, они реализованы обычно в виде части или порции однородного вещества (материала), причем эта часть является полноценным носителем воспроизводимой единицы ФВ, а не ее части. Эта особенность образцов отражена в требованиях к их однородности по составу и свойствам. Однородность материала, из которого сделан образец, имеет принципиальное значение, в то время как для меры такая характеристика часто является второстепенной.

Стандартные образцы состава и свойств в отличие от мер характеризуются значительным влиянием неинформативных параметров (примесей, структуры материала и др.). При использовании СО очень часто необходимо учитывать функции влияния таких параметров.

В связи с многообразием задач, решаемых с СО, их можно разделить на группы по ряду классификационных признаков. В зависимости от вида аттестуемой характеристики различают:

• *стандартные образцы состава* — воспроизводят значения величин, характеризующих содержание определенных компонентов (химические элементы, их изотопы и др.);

• *стандартные образцы свойств* — воспроизводят значения величин, характеризующих физические, химические, технические или другие свойства вещества, за исключением величин, характеризующих состав.

В зависимости от сферы действия и области применения определяется уровень утверждения стандартных образцов. По этому признаку они делятся на *государственные*, *отраслевые* и *стандартные* образцы предприятий. Тем СО, которые включены в поверочные схемы, присваиваются разряды.

Стандартные образцы объединяются в типы. *Тип* — это классификационная группировка образцов, определяющими признаками которых являются одно и то же вещество, из которого они изготовлены, и единая документация, по которой они выполнены. Типы СО допускаются к применению при условии их утверждения и регистрации в соответствующем реестре. Для каждого типа СО при их аттестации устанавливается срок действия (не более 10 лет) и определяются метрологические характеристики, которые нормируются в документации на их разработку и выпуск. К ним относятся:

• аттестованное значение — значение аттестованной характеристики образца, им воспроизводимое, установленное при его аттестации и приводимое в свидетельстве с указанием погрешности;

• погрешность аттестованного значения — разность между аттестованным и истинным значениями величины, воспроизводимой той частью образца, которая используется при измерении;

• характеристика однородности — характеристика свойства образца, выражающегося в постоянстве значения величины, воспроизводимой его различными частями, используемыми при измерениях;

• характеристика стабильности — характеристика свойства образца сохранять значения метрологических характеристик в установленных пределах в течение указанного в свидетельстве срока годности при соблюдении заданных условий хранения и применения;

• функции влияния — зависимость метрологических характеристик образца от изменения внешних влияющих величин в заданных условиях применения.

Возможно использование и других метрологических характеристик.

Применение СО должно осуществляться в соответствии с требованиями: нормативно-технических документов на методы измерений, испытаний, контроля, поверки и градуировки средств измерений; аттестованных методик выполнения измерений; государственных, ведомственных и локальных поверочных схем.

Пример 3.1. В измерениях широко используются СО магнитных свойств различных магнитных материалов. Особенность магнитных материалов состоит в том, что их свойства описываются главным образом функциональными зависимостями одной магнитной величины от другой. Например, петля гистерезиса — зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля. С помощью стандартных образцов воспроизводят и отдельные точки и функциональные зависимости в целом.

Рассмотрим СО статических свойств магнитомягких материалов 3-го разряда марки МС-5 [63]. Он состоит из трех сердечников кольцевой формы с наружным диаметром 50 мм, внутренним 40 мм и высотой 7 мм, уложенных в специальный футляр. Сердечники изготовлены из прецизионного магнитомягкого материала — пермаллоя марок 79НМ и 50Н по ГОСТ 10160–75 и электротехнической стали марки 20 895 по ГОСТ 11036–75. Магнитные свойства этих материалов отличаются высокой стабильностью. Данный СО воспроизводит значения относительной максимальной магнитной проницаемости в диапазоне от 47 000 до 190 000 с относительной погрешностью не более 3%, коэрцитивной силы от 1,2 до 88 А/м с погрешностью не более 1%.

Свойства СО магнитных свойств подтверждаются свидетельством о государственной поверке, выдаваемым государственными метрологическими органами. В нем указываются:

- наименование образца, например СО электротехнической стали, и его номер;
- срок действия свидетельства;
- тип первичного преобразователя магнитных свойств, для которого предназначен образец, например аппарат Эпштейна для испытания образцов массой не более 1 кг;
- организация-владелец стандартного образца;
- класс или разряд СО, устанавливаемый в зависимости от погрешности приведенных в нем результатов измерения магнитных величин;
- зависимости магнитных величин, которые воспроизводит образец, например амплитуды магнитной индукции от амплитуды напряженности магнитного поля;
- вспомогательные параметры СО, необходимые для его использования, например масса, плотность, длина средней силовой магнитной линии и др.

3.5. Эталоны единиц системы СИ

Эталонная база России имеет в своем составе [35] 114 государственных эталонов (ГЭ) и более 250 вторичных эталонов единиц физических величин. Из них 52 находятся во Всероссийском научно-исследовательском институте метрологии им. Д.И. Менделеева (ВНИИМ, Санкт-Петербург), в том числе эталоны метра, килограмма, ампера, кельвина и радиана; 25 — во Всероссийском научно-исследовательском институте физико-технических и радиотехнических измерений (ВНИИФТРИ, Москва), в том числе эталоны единиц времени и частоты; 13 — во Всероссийском научно-исследовательском институте оптико-физических измерений, в том числе эталон канделлы; соответственно 5 и 6 — в Уральском и Сибирском научно-исследовательских институтах метрологии.

В области механики в стране созданы и используются 38 ГЭ, в том числе первичные эталоны метра, килограмма и секунды, точность которых имеет чрезвычайно большое значение, поскольку эти единицы участвуют в образовании производных единиц всех научных направлений.

Единица времени — *секунда* впервые определялась через период вращения Земли вокруг оси или Солнца. До недавнего времени секунда равнялась 1/86400 части солнечных средних суток. За средние солнечные сутки принимался интервал времени между двумя последовательными кульминациями "среднего" Солнца. Однако продолжительные наблюдения показали, что вращение Земли подвержено нерегулярным колебаниям, которые не позволяют рассматривать его в качестве достаточно стабильной естественной основы для определения единицы времени. Средние солнечные сутки определяются с погрешностью до 10^{-7} с. Эта точность совершенно недостаточна при нынешнем состоянии техники.

Проведенные исследования позволили создать новый эталон секунды, основанный на способности атомов излучать и поглощать энергию во время перехода между двумя энергетическими состояниями в области радиочастот. С появлением высокоточных кварцевых генераторов и развитием дальней радиосвязи появилась возможность реализации нового эталона секунды и единой шкалы мирового времени. В 1967 г. XIII Генеральная конференция по мерам и весам приняла новое определение секунды как интервала времени, в течение которого совершается 9 192 631 770 колебаний, соответствующих резонансной частоте энергетического перехода между уровнями сверхтонкой структуры основного состояния атома цезия-133 при отсутствии возмущения внешними полями. Данное определение реализуется с помощью цезиевых реперов частоты [36, 37]. *Репер*, или *квантовый стандарт частоты*, представляет собой устройство для точного воспроизведения частоты электромагнитных колебаний в сверхвысокочастотных и оптических спектрах, основанное на измерении частоты квантовых переходов атомов, ионов или молекул. В пассивных квантовых стандартах используются частоты спектральных линий поглощения, в активных — вынужденное испускание фотонов частицами. Применяются активные квантовые стандарты частоты на пучке молекул аммиака (так называемые молекулярные генераторы) и атомов водорода (водородные генераторы). Пассивные стандарты частоты выполняются на пучке атомов цезия (цезиевые реперы частоты).

До июля 1997 г. государственный первичный эталон и государственная поверочная схема для средств измерения времени и частоты определялись ГОСТ 8.129–83. С 1997 г. он заменен правилами межгосударственной стандартизации ПМГ 18–96 "Межгосударственная поверочная схема для средств измерений времени и частоты". Государственный первичный эталон единицы времени состоит из комплекса следующих средств измерений:

- метрологических цезиевых реперов частоты, предназначенных для воспроизведения размеров единицы времени и частоты в международной системе единиц;
- водородных стандартов частоты, предназначенных для хранения размеров единиц времени и частоты и одновременно выполняющих функцию хранителей шкал времени. Использование водородных реперов позволяет повысить стабильность эталонов. В настоящее время за период времени от 100 с до нескольких суток она не превышает $(1-5)\cdot 10^{-14}$ [37];
- группы квантовых часов, предназначенных для хранения шкал времени. *Квантовые часы* — это устройство для измерения времени, содержащее генератор, частота которого стабилизирована кварцевым резонатором, и управляемое квантовыми стандартами частоты;

• аппаратуры для передачи размера единицы частоты в оптический диапазон, состоящей из группы синхронизированных лазеров и сверхвысокочастотных генераторов;

• аппаратуры внутренних и внешних сличений, включающей перевозимые квантовые часы и перевозимые лазеры;

• аппаратуры средств обеспечения.

Диапазон значений интервалов времени, воспроизводимых эталоном, составляет $1 \cdot 10^{-10}$–$1 \cdot 10^{8}$ с, диапазон значений частоты — 1–$1 \cdot 10^{14}$ Гц. Воспроизведение единиц времени обеспечивается со средним квадратическим отклонением результата измерений, не превышающим $1 \cdot 10^{-14}$ за три месяца, неисключенная систематическая погрешность не превышает $5 \cdot 10^{-14}$. Нестабильность частоты эталона за интервал времени от 1000 с до 10 суток не превышает $5 \cdot 10^{-15}$.

Метр был в числе первых единиц, для которых были введены эталоны. Первоначально в период введения метрической системы мер за первый эталон метра была принята одна десятимиллионная часть четверти длины Парижского меридиана. В 1799 г. на основе ее измерения изготовили эталон метра в виде платиновой концевой меры (метр Архива), представлявший собой линейку шириной около 25 мм, толщиной около 4 мм с расстоянием между концами 1 м.

До середины XX века проводились неоднократные уточнения принятого эталона. Так, в 1889 г. был принят эталон в виде штриховой меры из сплава платины и иридия. Он представлял собой платиноиридиевый брусок длиной 102 мм, имеющий в поперечном сечении форму буквы X, как бы вписанную в воображаемый квадрат, сторона которого равна 20 мм.

Требования к повышению точности эталона длины (платиноиридиевый прототип метра не может дать точности воспроизведения выше 0,1–0,2 мкм), а также целесообразность установления естественного и неразрушимого эталона привели к принятию (1960) в качестве эталона метра длины, равной 1 650 763,73 длины волны в вакууме излучения, соответствующего переходу между уровнями $2p_{10}$ и $5d_5$ атома криптона-86 (криптоновый метр). Этот эталон мог воспроизводится в отдельных метрологических лабораториях, точность его по сравнению с платиноиридиевым прототипом была на порядок выше.

Дальнейшие исследования позволили создать более точный эталон метра, основанный на длине волны в вакууме монохроматического излучения, генерируемого стабилизированным лазером. За эталон метра в 1983 г. было принято расстояние, проходимое светом в вакууме за 1/299 792 458 долей секунды. Данное определение метра было законодательно закреплено в декабре 1985 г. после утверждения единых эталонов времени, частоты и длины.

Метр может быть реализован одним из следующих способов [38, 37], рекомендованных Международным комитетом мер и весов:

1) через длину пути L, проходимого в вакууме плоской электромагнитной волной за измеренный промежуток времени t. Длина L определяется по формуле $L = c_0t$, где c_0 = 299 792 458 м/с — скорость света в вакууме. При этом необходимо вносить поправки, учитывающие реальные условия (дифракцию, гравитацию и неидеальность вакуума). Этот вариант используется в государственном первичном эталоне единиц времени, частоты и длины, воспроизводящем метр в диапазоне от нуля до 1 м со средним квадратическим отклонением не более $5 \cdot 10^{-9}$ м;

2) через длину волны λ в вакууме плоской электромагнитной волны с известной частотой ν. Эта длина получается из соотношения $\lambda = c_0/\nu$;

3) через длину волн в вакууме излучений ряда источников, включенных в специальный список. В нем перечислены рекомендованные источники излучения, указаны частоты и длины волн в вакууме, а также перечислены технические требования, которые необходимо выполнить при создании этих источников, приведены погрешности воспроизведения длин волн и частот [39].

Во вторичных эталонах и образцовых средствах измерений метр реализуется третьим способом, а именно путем создания He-Ne и аргоновых лазеров, стабилизированных по резонансам насыщенного поглощения в йоде или метане [36].

Государственная поверочная схема для СИ длины в диапазоне от $1 \cdot 10^{-6}$– 50 м определяется рекомендациями МИ 2060–90.

Другой важной основной единицей в механике является *килограмм.* При становлении метрической системы мер в качестве единицы массы приняли массу одного кубического дециметра чистой воды при температуре ее наибольшей плотности (4°С). Изготовленный при этом первый прототип килограмма представляет собой платиноиридиевую цилиндрическую гирю высотой 39 мм, равной его диаметру. Данное определение эталона килограмма действует до сих пор.

Государственный первичный эталон и государственная поверочная схема для средств измерения массы определяются ГОСТ

8.021–84. Государственный эталон состоит из комплекса следующих средств измерений:

• национального прототипа килограмма — копии № 12 международного прототипа килограмма, представляющего собой гирю из платиноиридиевого сплава и предназначенного для передачи размера единицы массы гире R1;

• национального прототипа килограмма — копии № 26 международного прототипа килограмма, представляющего собой гирю из платиноиридиевого сплава и предназначенного для проверки неизменности размера единицы массы, воспроизводимой национальным прототипом килограмма — копией № 12, и замены последнего в период его сличений в Международном бюро мер и весов;

• гири R_1 и набора гирь, изготовленных из платиноиридиевого сплава и предназначенных для передачи размера единицы массы эталонам-копиям;

• эталонных весов.

Номинальное значение массы, воспроизводимое эталоном, составляет 1 кг. Государственный первичный эталон обеспечивает воспроизведение единицы массы со средним квадратическим отклонением результата измерений при сличении с международным прототипом килограмма, не превышающим $2 \cdot 10^{-3}$ мг.

Эталонные весы, с помощью которых производится сличение эталона массы, с пределами взвешивания от $2 \cdot 10^{-3}$ до 1 кг имеют среднее квадратическое отклонение результата наблюдения на весах от $5 \cdot 10^{-4}$ до $3 \cdot 10^{-2}$ мг.

С развитием работ по созданию новых эталонов единиц физических величин, основанных на атомных постоянных, возник вопрос и о связи единицы массы с атомными константами. Следует отметить, что [38] масса любого стабильного атома (например, атома углерода) может быть принята в качестве естественной единицы массы. Все такие атомы (в отличие от изготовленных человеком эталонных гирь) абсолютно идентичны, а время их существования практически совпадает со временем существования Вселенной. Массы макроскопических объектов порядка килограмма могут быть измерены в атомных единицах массы (а.е.м.), если принять во внимание соотношение 1 кг = $(10^3$ моль$) \cdot N_A \cdot 1$ а.е.м., где N_A — постоянная Авогадро. Для измерения масс порядка килограмма в а.е.м. с погрешностью не более 10^{-8} необходимо с такой же точностью измерять постоянную Авогадро. Однако достигнутая погрешность составляет не менее 10^{-6} и пока не может быть уменьшена доступными способами.

В области термодинамических величин действуют:

• два первичных и один специальный эталоны, воспроизводящие единицу температуры — *Кельвин* в различных диапазонах: сверхнизкие гелиевые температуры, температуры по инфракрасному и ультрафиолетовому излучениям и переменные температуры водной среды;

• 11 государственных эталонов теплофизики — количества теплоты, удельной теплоемкости, теплопроводности и др. [40].

Измерение температуры с момента изобретения Галилеем в 1598 г. термометра основывались на применении того или иного термометрического вещества, изменяющего свой объем или давление при изменении температуры. Показания термометров такого типа зависели от рода применяемого термометрического вещества и от особенностей и условий его теплового расширения. В середине прошлого века Томсон (Кельвин) показал, что можно установить термодинамическую шкалу, не зависящую от рода термометрического вещества. Данная шкала Кельвина построена на цикле Карно и двух реперных точках. При установлении этой шкалы для сохранения преемственности числового выражения ее со стоградусной шкалой Цельсия (1742 г.) промежуток между точками таяния льда и кипения воды был принят равным 100°С.

Кельвин и независимо от него Менделеев высказали предложение о целесообразности построения термодинамической шкалы по одной реперной точке. Такая шкала имеет значительные преимущества и позволяет определять температуру точнее. В такой шкале необходимо придать определенное числовое значение единственной экспериментально определяемой точке. Нижней границей температурного интервала будет служить точка абсолютного нуля.

Погрешность воспроизведения точки кипения воды составляет 0,002–0,01°С, точки таяния льда — 0,0002–0,001°С. Тройная точка воды, являющаяся точкой равновесия воды в твердой, жидкой и газообразной фазах, может быть воспроизведена в специальных сосудах с погрешностью не более 0,0002°С. В 1954 г. было принято решение о переходе к определению термодинамической температуры T по одной реперной точке — тройной точке воды, равной 273,16 К. Таким образом, единицей термодинамической температуры служит кельвин, определяемый как 1/273,16 часть тройной точки воды. Температура в градусах Цельсия t определяется как $t = T - 273{,}15$ К. Единицей в этом случае является градус Цельсия, который равен кельвину.

Измерения температуры по термодинамической шкале при ее прямой реализации с помощью газовой термометрии связаны с серьезными трудностями. Поэтому после проведения подготовительных работ в 1968 г. была введена международная практическая температурная шкала (МПТШ–68) [41]. Расхождение между температурой, измеренной по этой шкале, и термодинамической температурой находится в пределах существующей в настоящее время точности измерений. Единицами МПТШ–68 являются кельвин и градус Цельсия. Шкала построена на основании ряда воспроизводимых равновесных состояний, которым приписаны определенные значения температур (основные реперные точки), и на эталонных приборах, проградуированных при этих температурах. Эти равновесные состояния и приписанные им значения международной практической температуры являются исходными для воспроизведения кельвина в различных температурных диапазонах. В интервалах между температурами реперных точек интерполяция осуществляется по формулам, устанавливающим связь между показаниями эталонных приборов и значениями МПТШ–68. Основные реперные точки реализуются как определенные состояния фазовых равновесий некоторых чистых веществ: водорода, неона, кислорода, воды, цинка, серебра и золота. Эталонным прибором, используемым в области температур от 13,81 до 630,74°С, является платиновый термометр сопротивления. Для температур 630,74–1064,43°С эталонным прибором является термопара с электродами из платинородия — платины.

В сентябре 1989 г. на 17-й сессии Консультативного комитета по термометрии была принята международная практическая температурная шкала МТШ–90, которая с 1990 г. заменила МПТШ–68 и предварительную температурную шкалу ПТШ–76. Она определяет кельвин так же, как и МПТШ–68, и сохраняет принцип построения шкалы на основе реперных точек с приписанными им новыми значениями температур, максимально приближенных к термодинамическим. Государственные эталоны единицы температуры соответствуют принципам, заложенным в МПТШ–68 и МТШ–90. Государственная поверочная схема для средств измерения температуры устанавливается ГОСТ 8.558–93.

Введение новой шкалы позволило решить следующие проблемы:

• расширить действие МТШ–90 в области низких температур от 13,8 до 0,65 К;

• существенно приблизить МТШ–90 к термодинамической температурной шкале в сравнении с МПТШ–68. Это достигается тем, что при температурах выше 0°С дополнительно введены новые реперные точки плавления (точка галлия) и затвердевания (точки индия, алюминия и меди);

• новая температурная шкала стала достаточно гладкой, что достигается за счет использования платинового термометра сопротивления в качестве интерполяционного прибора в диапазоне температур от 13,8 до 1235 К.

Во ВНИИМ им. Д.И. Менделеева созданы государственные первичные эталоны и специальные эталоны, обеспечивающие единство измерений температуры в диапазоне от 273,15 до 6300 К [42, 43]. Погрешность воспроизведения единицы температуры составляет 0,2 мК в тройной точке воды и 1,5 К при температуре 2800 К. Погрешности воспроизведения единиц теплофизических величин находятся на уровне 10^{-4}–10^{-2} [35].

В области измерений электрических и магнитных величин (включая радиотехнические) созданы и функционируют 32 эталона. Они перекрывают не только большой диапазон значений измеряемых величин, но и широкий спектр условий их измерений, прежде всего частоты, доходящей до десятков гигагерц. Основу составляют эталоны, которые наиболее точно воспроизводят единицы и определяют размеры остальных производных единиц. Это государственные первичные эталоны единиц ЭДС, сопротивления и электрической емкости. Первые два из них разработаны недавно и основаны на квантовых эффектах Джозефсона и Холла соответственно.

До последнего времени единицу силы электрического тока — *ампер* на практике приходилось определять по тем действиям, которые ток оказывал в окружающей среде, например выделение теплоты при прохождении тока через проводник, осаждение вещества на электродах при прохождении тока через электролит, механические действия тока на магнит или проводник с током. Последнее и было положено в основу эталона ампера (1948 г.), реализованного на токовых весах. Последние представляют собой рычажные равноплечие весы, в которых подвешенная слева подвижная катушка уравновешивается грузом, положенным на правую чашку весов. Подвижная катушка входит во вторую неподвижную коаксиально расположенную катушку. При прохождении по этим последовательно соединенным катушкам постоянного электрического тока подвижная катушка опускается, поэтому на правую чашку весов следует положить добавочный груз. По его массе и судят о силе электрического тока, проходящего по катушкам. Погрешность воспроизведения размера единицы электрического тока таким эталоном ампера не превышала 10^{-3} %.

В связи с введением в метрологическую практику эталона вольта на основе эффекта Джозефсона (ГОСТ 8.027–89 и [44]) и эталона ома на основе эффекта Холла [45] назначение ампер-весов как средства, необходимого для представления единицы напряжения, утратило смысл, поскольку применение эффекта Джозефсона для аппаратурной реализации, а константы Джозефсона — для воспроизведения единицы напряжения позволили повысить точность воспроизведения единицы тока примерно на два порядка [46]. Новый эталон ампера состоит из двух комплексов. В первом из них заложен принцип установления размера ампера через вольт и ом с использованием квантовых эффектов Джозефсона и Холла, а в другом — через фараду, вольт и секунду с использованием методов электрометрии.

Государственный первичный эталон ампера состоит из аппаратуры, выполненной на основе:

- квантовых эффектов Джозефсона и квантования магнитного потока (эффект Холла), включая меру напряжения, меру электрического сопротивления, сверхпроводящий компаратор тока и регулируемые источники тока;
- использования методов электрометрии, включая входной блок с набором мер постоянной емкости, интегратор, измерительный блок с частотомером, цифровым вольтметром и компаратором.

Государственный первичный эталон и государственная поверочная схема для средств измерения силы постоянного электрического тока в диапазоне $1 \cdot 10^{-16}$ — 30 А установлены ГОСТ 8.022–91. Современный государственный эталон ампера имеет следующие диапазоны воспроизводимых значений силы тока: $1 \cdot 10^{-3}$; 1 (посредством квантовых эффектов) и $1 \cdot 10^{-16}$–$1 \cdot 10^{-9}$ А (при использовании методов электрометрии). Он обеспечивает воспроизведение единицы тока со средним квадратическим отклонением результата измерений, не превышающим $5 \cdot 10^{-8}$ А при номинальных значениях силы тока $1 \cdot 10^{-3}$; 1 и $10 \cdot 10^{-3}$– $2 \cdot 10^{-4}$ А. Неисключенная систематическая погрешность не должна превышать $2 \cdot 10^{-8}$ А при номинальных значениях силы постоянного тока $1 \cdot 10^{-3}$; 1 А.

Основу единства измерений оптико-физических единиц создает государственный первичный эталон единицы силы света — *канделлы*. Кроме него имеется еще 12 ГЭ оптико-физических величин.

Первоначально эталоны единицы силы света представляли собой свечи, изготавливаемые из определенных материалов. Затем на смену им пришли лампы с жидким горючим, которые обладали лучшими метрологическими характеристиками. В 1921 г. был создан международный эталон силы света — группа постоянно возобновляемых электрических ламп накаливания с угольной нитью. Дальнейшее развитие науки и техники позволило создать (1937) эталон силы света в виде полных излучателей (моделей черного тела) с приписанной яркостью 60 кд/м^2 при температуре затвердевания расплавленной платины.

При таком определении канделлы оставалась неоднозначной связь между световыми и энергетическими величинами. Поэтому в 1979 г. на XVI Генеральной конференции мер и весов было принято новое определение, по которому она воспроизводится путем косвенных измерений [47] (см. разд. 3.3).

Единство измерений световых величин обеспечивает ГОСТ 8.023–90 ГСИ "Государственная поверочная схема для средств измерений световых величин непрерывного и импульсного излучений".

Современный государственный эталон канделлы имеет диапазон номинальных значений 30 — 110 кд, среднее квадратическое отклонение результата измерений — $1 \cdot 10^{-3}$ кд; неисключенная систематическая погрешность составляет $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ кд.

Эталонная база в области измерений параметров ионизирующих излучений насчитывает 14 ГЭ и обеспечивает воспроизведение таких величин, как активность радионуклидов и масса радия, экспозиционная, поглощенная и эквивалентная дозы, поток энергии излучения и др. Погрешность воспроизведения единиц в этой области составляет доли — единицы процента.

Эталонная база физико-химических измерений состоит из трех государственных эталонов, воспроизводящих единицы молярной доли компонентов в газовых средах, объемного влагосодержания нефти и нефтепродуктов, относительной влажности газов. Система эталонов в этой области наименее развита. Точность измерений также не очень велика и составляет доли процентов.

Государственный первичный эталон и государственная поверочная схема для измерения плоского угла устанавливаются ГОСТ 8.016–81. Первичный эталон состоит из комплекса следующих средств измерений:

- интерференционного экзаменатора для воспроизведения единицы и передачи ее размера в область малых углов;

• угломерной автоколлимационной установки для передачи размера единицы;

• 12-гранной кварцевой призмы для контроля стабильности эталона.

Государственный первичный эталон обеспечивает воспроизведение *градуса* со среднеквадратическим отклонением результата измерений, не превышающим 0,01″ при 132 совокупных относительных измерениях 12-гранной призмы. Неисключенная систематическая погрешность не превышает 0,02″

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение единицы физической величины. Приведите примеры единиц физических величин, относящихся к механике, магнетизму и оптике.

2. Что такое размерность физической величины? Запишите размерность следующих физических величин: паскаля, генри, ома, фарады и вольта.

3. Дайте определения системы физических величин и системы единиц физических величин. Приведите примеры основных и производных физических величин и единиц?

4. Сформулируйте основные принципы построения систем единиц физических величин.

5. Назовите производные единицы системы СИ, имеющие специальное название.

6. Какие внесистемные единицы допущены к применению наравне с единицами системы СИ?

7. Назовите приведенные значения физических величин, используя кратные и дольные приставки: $5{,}3 \cdot 10^{13}$ Ом; $10{,}4 \cdot 10^{13}$ Гц; $2{,}56 \cdot 10^{7}$ Па; $4{,}67 \cdot 10^{4}$ Ом; 0,067 м; 0,0098 с; $7{,}65 \cdot 10^{-3}$ с; $6{,}34 \cdot 10^{-6}$ Ф; $45{,}6 \cdot 10^{-9}$ с; $12{,}3 \cdot 10^{-13}$ Ф.

8. В чем заключается единство измерений?

9. Что такое эталон единицы физической величины? Какие типы эталонов вам известны?

10. Что такое поверочная схема и для чего она предназначена? Какие существуют виды поверочных схем?

11. Что такое поверка средств измерений и какими способами она может проводиться?

12. Для чего используются стандартные образцы? Назовите их метрологические характеристики. Приведите пример стандартных образцов.

13. Расскажите о государственных эталонах основных единиц системы СИ. Проанализируйте каждый из них с точки зрения неизменности во времени, воспроизводимости и неуничтожимости.

Глава 4. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

4.1. Классификация погрешностей

Качество средств и результатов измерений принято характеризовать, указывая их погрешности. Введение понятия "погрешность" требует определения и четкого разграничения трех понятий: истинного и действительного значений измеряемой физической величины и результата измерения. *Истинное значение физической величины* — это значение, идеальным образом отражающее свойство данного объекта как в количественном, так и в качественном отношении. Оно не зависит от средств нашего познания и является той абсолютной истиной, к которой мы стремимся, пытаясь выразить ее в виде числовых значений. На практике это абстрактное понятие приходится заменять понятием "действительное значение". *Действительное значение физической величины* — значение, найденное экспериментально и настолько приближающееся к истинному, что для данной цели оно может быть использовано вместо него. *Результат измерения* представляет собой приближенную оценку истинного значения величины, найденную путем измерения.

Понятие "погрешность" — одно из центральных в метрологии, где используются понятия "погрешность результата измерения" и "погрешность средства измерения". *Погрешность результата измерения* — это разница между результатом измерения X и истинным (или действительным) значением Q измеряемой величины:

$$\Delta = X - Q. \tag{4.1}$$

Она указывает границы неопределенности значения измеряемой величины. *Погрешность средства измерения* — разность между показанием СИ и истинным (действительным) значением измеряемой ФВ. Она характеризует точность результатов измерений, проводимых данным средством.

Эти два понятия во многом близки друг к другу и классифицируются по одинаковым признакам.

По ***характеру проявления*** погрешности делятся на случайные, систематические, прогрессирующие и грубые (промахи).

Заметим, что из приведенного выше определения погрешности никак не следует, что она должна состоять из каких-либо составляющих. Деление погрешности на составляющие было введено для удобства обработки результатов измерений исходя из характера их проявления. В процессе формирования метрологии было обнаружено, что погрешность не является постоянной величиной. Путем элементарного анализа установлено, что одна ее часть проявляется как постоянная величина, а другая — изменяется непредсказуемо. Эти части назвали систематической и случайной погрешностями.

Как будет показано в разд. 4.3, изменение погрешности во времени представляет собой нестационарный случайный процесс. Разделение погрешности на систематическую, прогрессирующую и случайную составляющие представляет собой попытку описать различные участки частотного спектра этого широкополосного процесса: инфранизкочастотный, низкочастотный и высокочастотный.

Случайная погрешность — составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) в серии повторных измерений одного и того же размера ФВ, проведенных с одинаковой тщательностью в одних и тех же условиях. В появлении таких погрешностей (рис. 4.1) не наблюдается какой-либо закономерности, они обнаруживаются при повторных измерениях одной и той же величины в виде некоторого разброса получаемых результатов. Случайные погрешности неизбежны, неустранимы и всегда присутствуют в результате измерения. Описание случайных погрешностей возможно только на основе теории случайных процессов и математической статистики.

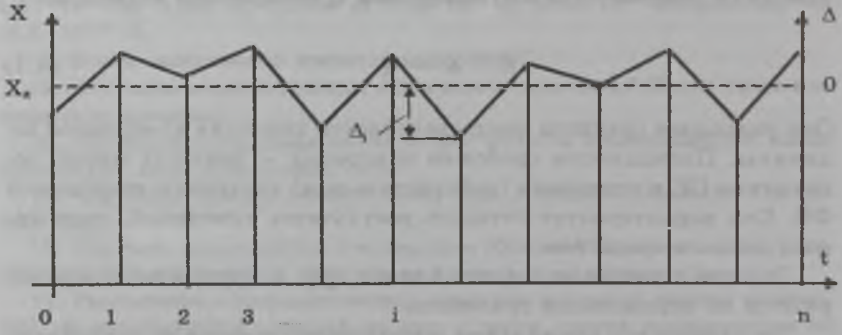


Рис. 4.1. Изменение случайной погрешности от измерения к измерению

В отличие от систематических случайные погрешности нельзя исключить из результатов измерений путем введения поправки, однако их можно существенно уменьшить путем увеличения числа наблюдений. Поэтому для получения результата, минимально отличающегося от истинного значения измеряемой величины, проводят многократные измерения требуемой величины с последующей математической обработкой экспериментальных данных.

Большое значение имеет изучение случайной погрешности как функции номера наблюдения i или соответствующего ему момента времени t_i проведения измерений, т.е. $\Delta_i = \Delta(t_i)$. Отдельные значения погрешности являются значениями функции $\Delta(t)$, следовательно, погрешность измерения есть случайная функция времени. При проведении многократных измерений получается одна реализация такой функции. Именно такая реализация показана на рис. 4.1. Повтор серии измерений даст нам другую реализацию этой функции, отличающуюся от первой, и т. д. Погрешность, соответствующая каждому i-му измерению, является сечением случайной функции $\Delta(t)$. В каждом сечении данной функции можно найти среднее значение, вокруг которого группируются погрешности в различных реализациях. Если через полученные таким образом средние значения провести плавную кривую, то она будет характеризовать общую тенденцию изменения погрешности во времени.

Систематическая погрешность — составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно меняющаяся при повторных измерениях одной и той же ФВ. Постоянная и переменная систематические погрешности показаны на рис. 4.2. Их отличительный признак заключается в том, что они могут быть предсказаны, обнаружены и благодаря этому почти полностью устранены введением соответствующей поправки.

Следует отметить, что в последнее время приведенное выше определение систематической погрешности подвергается обоснованной критике, особенно в связи с техническими измерениями. Весьма аргументированно предлагается [7, 58] считать систематическую погрешность специфической, "вырожденной" случайной величиной (см. разд. 5.1), обладающей некоторыми, но не всеми свойствами случайной величины, изучаемой в теории вероятностей и математической статистике. Ее свойства, которые необходимо учитывать при объединении составляющих погрешности, отражаются теми же характеристиками, что и свойства "настоящих" случайных величин: дисперсией (средним квадратическим отклонением) и коэффициентом взаимной корреляции.

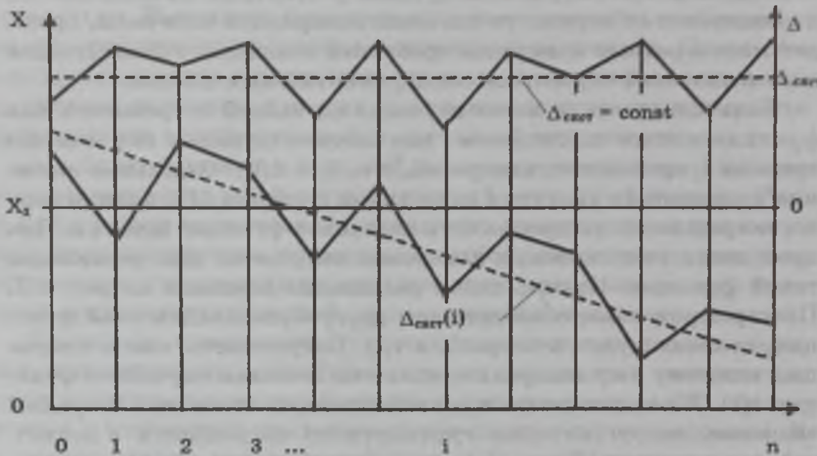


Рис. 4.2. Постоянная и переменная систематические погрешности

Прогрессирующая (дрейфовая) погрешность — это непредсказуемая погрешность, медленно меняющаяся во времени. Впервые это понятие было введено в монографии М.Ф. Маликова “Основы метрологии” [17], изданной в 1949 г. Отличительные особенности прогрессирующих погрешностей:

• они могут быть скорректированы поправками только в данный момент времени, а далее вновь непредсказуемо изменяются;

• изменения прогрессирующих погрешностей во времени — нестационарный случайный процесс, и поэтому в рамках хорошо разработанной теории стационарных случайных процессов они могут быть описаны лишь с известными оговорками.

Прогрессирующая погрешность — это понятие, специфичное для нестационарного случайного процесса изменения погрешности во времени, оно не может быть сведено к понятиям случайной и систематической погрешностей. Последние характерны лишь для стационарных случайных процессов. Прогрессирующая погрешность может возникнуть вследствие как непостоянства во времени текущего математического ожидания нестационарного случайного процесса

цесса, так и изменения во времени его дисперсии или формы закона распределения.

Понятие прогрессирующей погрешности широко используется при исследовании динамики погрешностей СИ [5] и метрологической надежности последних.

Грубая погрешность (промах) — это случайная погрешность результата отдельного наблюдения, входящего в ряд измерений, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда. Они, как правило, возникают из-за ошибок или неправильных действий оператора (его психофизиологического состояния, неверного отсчета, ошибок в записях или вычислениях, неправильного включения приборов или сбоев в их работе и др.). Возможной причиной возникновения промахов также могут быть кратковременные резкие изменения условий проведения измерений. Если промахи обнаруживаются в процессе измерений, то результаты, их содержащие, отбрасывают. Однако чаще всего промахи выявляют только при окончательной обработке результатов измерений с помощью специальных критериев, которые рассмотрены в гл. 7.

По ***способу выражения*** различают абсолютную, относительную и приведенную погрешности.

Абсолютная погрешность описывается формулой (4.1) и выражается в единицах измеряемой величины. Однако она не может в полной мере служить показателем точности измерений, так как одно и то же ее значение, например, $\Delta = 0{,}05$ мм при $X = 100$ мм соответствует достаточно высокой точности измерений, а при $X = 1$ мм — низкой. Поэтому и вводится понятие относительной погрешности. *Относительная погрешность* — это отношение абсолютной погрешности измерения к истинному значению измеряемой величины:

$$\delta = \Delta/Q = (X - Q)/Q. \qquad (4.2)$$

Эта наглядная характеристика точности результата измерения не годится для нормирования погрешности СИ, так как при изменении значений Q принимает различные значения вплоть до бесконечности при $Q = 0$. В связи с этим для указания и нормирования погрешности СИ используется еще одна разновидность погрешности — приведенная.

Приведенная погрешность — это относительная погрешность, в которой абсолютная погрешность СИ отнесена к условно принятому значению Q_N, постоянному во всем диапазоне измерений или его части:

$$\gamma = \Delta/Q_N = (X - Q)/Q_N. \tag{4.3}$$

Условно принятое значение Q_N называют *нормирующим*. Чаще всего за него принимают верхний предел измерений данного СИ, применительно к которым и используется главным образом понятие “приведенная погрешность”.

В зависимости от *места возникновения* различают инструментальные, методические и субъективные погрешности.

Инструментальная погрешность обусловлена погрешностью применяемого СИ. Иногда эту погрешность называют *аппаратурной*.

Методическая погрешность измерения обусловлена:

• отличием принятой модели объекта измерения от модели, адекватно описывающей его свойство, которое определяется путем измерения;

• влиянием способов применения СИ. Это имеет место, например, при измерении напряжения вольтметром с конечным значением внутреннего сопротивления. В данном случае вольтметр шунтирует участок цепи, на котором измеряется напряжение, и оно оказывается меньше, чем было до присоединения вольтметра;

• влиянием алгоритмов (формул), по которым производятся вычисления результатов измерений;

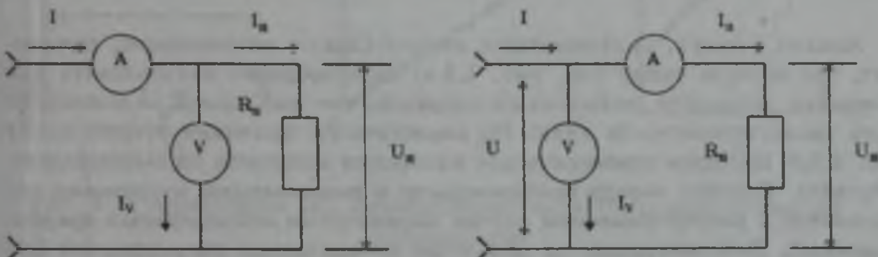
• влиянием других факторов, не связанных со свойствами используемых средств измерения.

Отличительной особенностью методических погрешностей является то, что они не могут быть указаны в нормативно-технической документации на используемое СИ, поскольку от него не зависят, а должны определяться оператором в каждом конкретном случае. В связи с этим оператор должен четко различать фактически измеряемую им величину и величину, подлежащую измерению.

Пример 4.1. Определить в общем виде методическую погрешность измерения мощности постоянного тока косвенным методом по показаниям амперметра и вольтметра при двух схемах их включения, показанных на рис. 4.3. Внутренние сопротивления амперметра и вольтметра соответственно равны R_A и R_V.

При использовании схемы на рис. 4.3,а измеренное значение мощности постоянного тока

$$P = IU_н = (I_н + I_V)\,U_н = I_нU_н + I_VU_н = P_н + I_VU_н,$$



а) б)

Рис. 4.3. Два варианта включения амперметра и вольтметра при косвенном методе измерения мощности постоянного тока

где I — ток, измеряемый амперметром; $I_н$ — ток, протекающий через сопротивление нагрузки $R_н$; I_V — ток, протекающий через вольтметр; $P_н$ — действительное значение измеряемой мощности.

Абсолютная методическая погрешность измерения мощности по схеме на рис. 4.3,а составляет

$$\Delta P_а = P - P_н = I_VU_н.$$

Относительная методическая погрешность в этом случае рассчитывается по формуле

$$dP_а = \frac{DP_а}{P_н} = \frac{I_VU_н}{I_нU_н} = \frac{I_V}{I_н} = \frac{U_н/R_V}{U_н/R_н} = \frac{R_н}{R_V}.$$

Аналогично для схемы на рис. 4.3,б измеряемое значение мощности

$$P = UI_н = I_н(U_н + U_A) = I_нU_н + I_нU_A = P_н + I_нU_A,$$

где U — напряжение, измеряемое вольтметром; U_A — падение напряжения на амперметре. При этом абсолютная методическая погрешность измерения мощности

$$\Delta P_б = P - P_н = I_нU_A.$$

Относительная методическая погрешность в данном случае рассчитывается по формуле

$$\delta P_б = \frac{I_н U_A}{I_н U_н} = \frac{U_A}{U_н} = \frac{I_н R_A}{I_н R_н} = \frac{R_A}{R_н}.$$

Анализ формул, описывающих относительные погрешности, показывает, что первую схему (см. рис. 4.3,а) целесообразно использовать для измерения мощности низкоомных нагрузок, так как при $R_н \to 0$ погрешность также стремится к нулю. По аналогичным причинам вторую схему (рис. 4.3,б) выгоднее применять для измерения мощности на высокоомных нагрузках. Граница между высокоомными и низкоомными нагрузками определяется в рассматриваемом случае параметрами используемых средств измерений. Действительно, из равенства методических погрешностей для каждой из схем получаем

$$R_{нгр} = \sqrt{R_V R_A}.$$

Пусть R_A = 0,002 Ом, а R_V = 1000 Ом, тогда $R_{нгр}$ = 1,41 Ом. В этом случае методическая погрешность измерения мощности составит 0,14 %.

Субъективная (личная) погрешность измерения обусловлена погрешностью отсчета оператором показаний по шкалам СИ, диаграммам регистрирующих приборов. Они вызываются состоянием оператора, его положением во время работы, несовершенством органов чувств, эргономическими свойствами СИ. Характеристики личной погрешности определяют на основе нормированной номинальной цены деления шкалы измерительного прибора (или диаграммной бумаги регистрирующего прибора) с учетом способности “среднего оператора” к интерполяции в пределах деления шкалы.

Пример 4.2. Пусть цена деления равномерной шкалы равна $X_д$ единиц измеряемой физической величины, длина деления равна $L_д$ мм. Определить наибольшее значение личной погрешности.

При условии, что средний оператор может интерполировать в пределах деления шагами по 0,2 деления, т.е. по $0{,}2L_д$, наибольшее значение личной погрешности

$$\Delta_{лм} = X_д \cdot 0{,}2L_д / L_д = 0{,}2X_д.$$

По ***зависимости абсолютной погрешности от значений измеряемой величины*** различают погрешности (рис. 4.4):

- *аддитивные* $\Delta_а$, не зависящие от измеряемой величины;

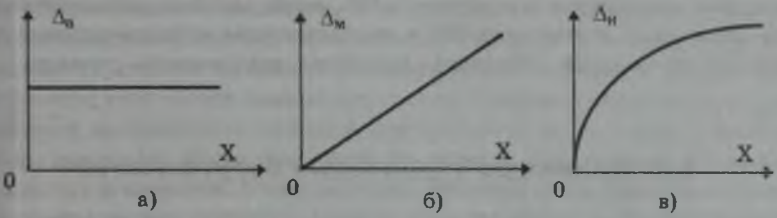


Рис. 4.4. Аддитивная (а), мультипликативная (б) и нелинейная (в) погрешности

- ***мультипликативные*** $\Delta_м$, которые прямо пропорциональны измеряемой величине;
- ***нелинейные*** $\Delta_н$, имеющие нелинейную зависимость от измеряемой величины.

Эти погрешности применяют в основном для описания метрологических характеристик СИ. Разделение погрешностей на аддитивные, мультипликативные и нелинейные весьма существенно при решении вопроса о нормировании и математическом описании погрешностей СИ.

Примеры аддитивных погрешностей — от постоянного груза на чашке весов, от неточной установки на нуль стрелки прибора перед измерением, от термо-ЭДС в цепях постоянного тока. Причинами возникновения мультипликативных погрешностей могут быть: изменение коэффициента усиления усилителя, изменение жесткости мембраны датчика манометра или пружины прибора, изменение опорного напряжения в цифровом вольтметре.

По ***влиянию внешних условий*** различают основную и дополнительную погрешности СИ. *Основной* называется погрешность СИ, определяемая в нормальных условиях его применения. Для каждого СИ в нормативно-технических документах оговариваются условия эксплуатации — совокупность влияющих величин (температура окружающей среды, влажность, давление, напряжение и частота питающей сети и др.), при которых нормируется его погрешность. *Дополнительной* называется погрешность СИ, возникающая вследствие отклонения какой-либо из влияющих величин.

В ***зависимости от влияния характера изменения измеряемых величин*** погрешности СИ делят на статические и динамические. *Статическая погрешность* — это погрешность СИ применяемого для измерения ФВ, принимаемой за неизменную. *Дина-*

мической называется погрешность СИ, возникающая дополнительно при измерении переменной ФВ и обусловленная несоответствием его реакции на скорость (частоту) изменения измеряемого сигнала.

4.2. Принципы оценивания погрешностей

Оценивание погрешностей производится с целью получения объективных данных о точности результата измерения. Точность результата измерения характеризуется погрешностью. Погрешность измерения описывается определенной математической моделью, выбор которой обуславливается имеющимися априорными сведениями об источниках погрешности, а также данными, полученными в ходе измерений. С помощью выбранной модели определяются характеристики и параметры погрешности, используемые для количественного выражения тех или иных ее свойств.

Характеристики погрешности принято делить на точечные и интервальные. К *точечным* относятся СКО случайной погрешности и предел сверху для модуля систематической погрешности, к *интервальным* — границы неопределенности результата измерения. Если эти границы определяются как отвечающие некоторой доверительной вероятности, то они называются *доверительными интервалами*. Если же минимально возможные в конкретном случае границы погрешности оценивают так, что погрешность, выходящую за них, встретить нельзя, то они называются *предельными (безусловными) интервалами*.

В основу выбора оценок погрешностей положен ряд принципов. Во-первых, оцениваются отдельные характеристики и параметры выбранной модели погрешности. Это связано с тем, что модели погрешностей, как правило, сложны и описываются многими параметрами. Определение их всех весьма затруднительно, а иногда и невозможно. Кроме этого, в большинстве практических случаев полное описание модели погрешности содержит избыточную информацию, в то время как знание отдельных ее характеристик вполне достаточно для достижения цели измерения. Во-вторых, оценки погрешности определяют приближенно, с точностью, согласованной с целью измерения. Это обусловлено тем, что погрешности определяют лишь зону неопределенности результата измерения и их не требуется знать очень точно. В-третьих, погрешности оцениваются сверху, поэтому погрешность лучше преувеличить, чем преуменьшить, так как в первом случае снижается качество измерений, а во втором — возможно полное обесценивание результатов всего измерения. В-четвертых, поскольку стремятся получить реалистические значения оценки погрешности результата измерения, т.е. не слишком завышенные и не слишком заниженные, точность измерений должна соответствовать цели измерения. Излишняя точность ведет к неоправданному расходу средств и времени. Недостаточная точность в зависимости от цели измерения может привести к признанию годным в действительности негодного изделия, к принятию ошибочного решения и т. п.

Оценивание погрешностей может проводится до (априорное) и после (апостериорное) измерения. *Априорное* оценивание — это проверка возможности обеспечить требуемую точность измерений, проводимых в заданных условиях выбранным методом с помощью конкретных СИ. Оно проводится в случаях:

- нормирования метрологических характеристик СИ;
- разработки методик выполнения измерений;
- выбора средств измерений для решения конкретной измерительной задачи;
- подготовки измерений, проводимых с помощью конкретного СИ.

Апостериорную оценку проводят в тех случаях, когда априорная оценка неудовлетворительна или получена на основе типовых метрологических характеристик, а требуется учесть индивидуальные свойства используемого СИ. Такую оценку следует рассматривать как коррекцию априорных оценок.

4.3. Математические модели и характеристики погрешностей

В общем случае результаты измерений и их погрешности должны рассматриваться как функции, изменяющиеся во времени случайным образом, т.е. случайные функции, или, как принято говорить в математике, случайные процессы. Поэтому математическое описание результатов и погрешностей измерений (т.е. их математические модели) должно строиться на основе теории случайных процессов [48, 49]. Без этого невозможно решение большого числа практических метрологических задач. Прежде чем перейти к рассмотрению математических моделей погрешностей измерений, кратко изложим основные моменты теории случайных функций.

Случайным процессом X(t) называется процесс (функция), значение которого при любом фиксированном значении $t = t_0$ является случайной величиной $X(t_0)$. Конкретный вид процесса (функции), полученный в результате опыта, называется *реализацией*. При проведении серии опытов можно получить группу или семейство реализаций случайной функции (рис. 4.5). Семейство реализаций случайного процесса является основным экспериментальным материалом, на основе которого можно получить его характеристики и параметры.

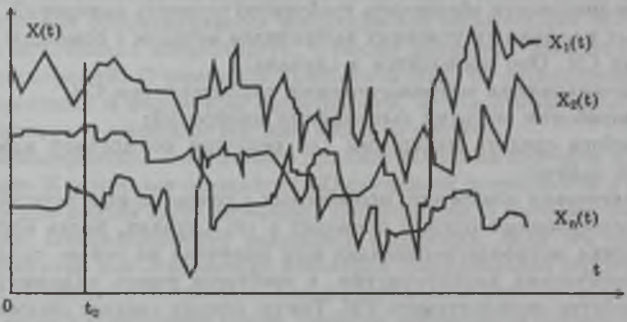


Рис. 4.5. Вид случайных функций

Каждая реализация является неслучайной функцией времени. Семейство реализаций при каком-либо фиксированном значении времени t_0 (см. рис. 4.5) представляет собой случайную величину, называемую *сечением случайной функции*, соответствующим моменту времени t_0. Следовательно, случайная функция совмещает в себе характерные признаки случайной величины и детерминированной функции. При фиксированном значении аргумента она превращается в случайную величину, а в результате каждого отдельного опыта становится детерминированной функцией.

Наиболее полно случайные процессы описываются законами распределения: одномерным, двумерным и т.д. Однако оперировать с такими, в общем случае многомерными функциями очень сложно, поэтому в инженерных приложениях, каковым является метрология, стараются обойтись характеристиками и параметрами этих законов, которые описывают случайные процессы не полностью, а частично. Характеристики случайных процессов, в отличие от характеристик случайных величин, которые подробно рассмотрены в гл. 6, являются не числами, а функциями. К важнейшим из них относятся математическое ожидание и дисперсия.

Математическим ожиданием случайной функции X(t) называется неслучайная функция

$$m_x(t) = M[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x,t)dx,$$

которая при каждом значении аргумента t равна математическому ожиданию соответствующего сечения. Здесь p(x,t) — одномерная плотность распределения случайной величины x в соответствующем сечении случайного процесса X(t).Таким образом, математическое ожидание в данном случае является средней функцией, вокруг которой группируются конкретные реализации.

Дисперсией случайной функции X(t) называется неслучайная функция

$$D_x(t) = D[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - m_x(t)]^2 p(x,t)dx,$$

значение которой для каждого момента времени равно дисперсии соответствующего сечения, т.е. дисперсия характеризует разброс реализаций относительно $m_x(t)$.

Математическое ожидание случайного процесса и его дисперсия являются весьма важными, но не исчерпывающими характеристиками, так как определяются только одномерным законом распределения. Они не могут характеризовать взаимосвязь между различными сечениями случайного процесса при различных значениях времени t и t'. Для этого используется *корреляционная функция* — неслучайная функция R(t, t') двух аргументов t и t', которая при каждой паре значений аргументов равна ковариации соответствующих сечений случайного процесса:

$$R(t,t') = M\{[X(t)-m_x(t)][X(t')-m_x(t')]\} = M[X(t)X(t')] - m_x(t)m_x(t').$$

Корреляционная функция, называемая иногда *автокорреляционной*, описывает статистическую связь между мгновенными значениями случайной функции, разделенными заданным значением времени $\tau = t'-t$. При равенстве аргументов корреляционная функция равна дисперсии случайного процесса. Она всегда неотрицательна.

На практике часто используется нормированная корреляционная функция

$$r(t,t') = R(t,t') / \sqrt{D_x(t)D_x(t')}.$$

Она обладает следующими свойствами: 1) при равенстве аргументов t и t' $r(t,t') = 1$; 2) симметрична относительно своих аргументов: $r(t,t') = r(t',t)$; 3) ее возможные значения лежат в диапазоне $[-1; 1]$, т.е. $|r(t,t')| \le 1$. Нормированная корреляционная функция по смыслу аналогична коэффициенту корреляции между случайными величинами, но зависит от двух аргументов и не является постоянной величиной.

Случайные процессы, протекающие во времени однородно, частные реализации которых с постоянной амплитудой колеблются вокруг средней функции, называются *стационарными*. Количественно свойства стационарных процессов характеризуются следующими условиями.

- Математическое ожидание стационарного процесса постоянно, т.е. $m_x(t) = m_x = const$. Однако это требование не является существенным, поскольку от случайной функции $X(t)$ всегда можно перейти к центрированной функции, для которой математическое ожидание равно нулю. Отсюда вытекает, что если случайный процесс нестационарен только за счет переменного во времени (по сечениям) математического ожидания, то операцией центрирования его всегда можно свести к стационарному.
- Для стационарного случайного процесса дисперсия по сечениям является постоянной величиной, т.е. $D_x(t) = D_x = const$.
- Корреляционная функция стационарного процесса зависит не от значения аргументов t и t', а только от промежутка $\tau = t'-t$, т.е. $R(t,t') = R(\tau)$. Предыдущее условие является частным случаем данного условия, т.е. $D_x(t) = R(t,t) = R(\tau = 0) = const$.

Таким образом, зависимость автокорреляционной функции только от интервала τ является единственным существенным условием стационарности случайного процесса.

Важной характеристикой стационарного случайного процесса является его спектральная плотность $S(\omega)$, которая описывает частотный состав случайного процесса при $\omega \geq 0$ и выражает среднюю мощность случайного процесса, приходящуюся на единицу полосы частот:

$$S(\omega) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} R(\tau)\cos(\omega\tau)d\tau = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau .$$

Спектральная плотность стационарного случайного процесса является неотрицательной функцией частоты $S(\omega) \geq 0$. Площадь, заключенная под кривой $S(\omega)$, пропорциональна дисперсии процесса.

Корреляционная функция может быть выражена через спектральную плотность

$$R(\tau) = \int_0^{\infty} S(\omega)\cos\omega\tau\, d\omega .$$

Стационарные случайные процессы могут обладать или не обладать свойством эргодичности. Стационарный случайный процесс называется *эргодическим*, если любая его реализация достаточной продолжительности является как бы “полномочным представителем” всей совокупности реализаций процесса. В таких процессах любая реализация рано или поздно пройдет через любое состояние независимо от того, в каком состоянии находился этот процесс в начальный момент времени.

Для эргодического стационарного случайного процесса его математическое ожидание может быть определено из выражения

$$m_x = M[X(t)] = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} X(t)dt .$$

Достаточным условием выполнения этого равенства — эргодичности стационарного случайного процесса $X(t)$ по математическому ожиданию — является выполнение условия $\lim\limits_{\tau\to\infty} R(\tau) = 0$.

Дисперсия эргодического процесса может быть найдена по формуле

$$D_x = D[X(t)] = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} (X(t) - m_x)^2 dt .$$

Достаточным условием выполнения этого равенства — эргодичности стационарного процесса X(t) по дисперсии — является $\lim_{\tau\to\infty} R_Y(\tau) = 0$, где $R_Y(\tau)$ — корреляционная функция стационарного случайного процесса $Y(t) = [X(t)]^2$.

Корреляционная функция стационарного эргодического случайного процесса может быть определена по формуле

$$R(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} \left[X(t) - m_x\right]\left[X(t-\tau) - m_x\right] dt .$$

Достаточным условием выполнения последнего равенства — эргодичности стационарного процесса X(t) по корреляционной функции — является $\lim_{\tau\to\infty} R_Z(\tau) = 0$, где $R_Z(\tau)$ — корреляционная функция стационарного случайного процесса $Z(t, \theta) = X(t)\, X(t+\theta)$.

При построении математической модели погрешности измерений следует учитывать всю информацию о проводимом измерении и его элементах. Модели для измерений, проводимых различными методами и средствами, могут существенно различаться.

В общем случае абсолютную погрешность измерения $\Delta(t)$ следует представлять [7, 58] в виде суммы нескольких составляющих:

$$\Delta(t) = \Delta_s(t) + \overset{\circ}{\Delta}_0(t) + \overset{\circ}{\Delta}_0 = \Delta_s(t) + \left[\overset{\circ}{\Delta}_{0в}(t) + \overset{\circ}{\Delta}_{0н}(t)\right] + \overset{\circ}{\Delta}_0 .$$

Каждая из них может быть обусловлена действием нескольких различных источников погрешностей и в свою очередь состоять также из некоторого числа составляющих.

Систематическая составляющая $\Delta_s(t)$ представляет собой нестационарную случайную функцию, описывающую постоянную или инфранизкочастотную погрешность, причины возникновения которой могут быть различными. Периоды изменения составляющих систематической погрешности значительно больше времени, необходимого для проведения измерения. Поэтому погрешность $\Delta_s(t)$ условно принимается за постоянную и для ее учета применяются математические методы, разработанные для неизменных во времени и от измерения к измерению погрешностей, значения которых неизвестны.

Составляющая $\overset{o}{\Delta}(t)$ является случайной и имеет широкий частотный спектр. Периоды изменения составляющих этой погрешности меньше или сравнимы со временем измерения. Она может быть разделена на две составляющие: $\overset{o}{\Delta}_{0в}(t)$ и $\overset{o}{\Delta}_{0н}(t)$, которые являются стационарными случайными функциями времени с различными частотными спектрами — высокочастотным и низкочастотным соответственно. Автокорреляционная функция высокочастотной составляющей погрешности затухает в течение времени, значительно меньшего времени измерения. Для низкочастотной составляющей автокорреляционная функция затухает до нуля в течение времени, большего времени отдельного измерения. Такое различие в поведении этих составляющих обуславливает их выделение и применение к ним различных методик обработки.

Составляющая $\overset{o}{\Delta}_0$ является центрированной случайной величиной, не зависящей от времени, но изменяющейся от измерения к измерению. Величины $\overset{o}{\Delta}_{0в}(t)$ и $\overset{o}{\Delta}_0$ могут быть объединены в одну стационарную центрированную функцию $\dot{\Delta}(t)$. Ее автокорреляционная функция затухает на интервале времени, который меньше времени проведения всего измерения, но существенно больше интервала времени, необходимого для одного измерения. В связи с этим математическая модель погрешности измерения может быть записана в виде

$$\Delta(t) = \Delta_s(t) + \overset{o}{\Delta}_{0н}(t) + \overset{o}{\Delta}_0(t).$$

Отдельные составляющие этого уравнения могут отсутствовать при моделировании погрешности конкретного измерения. Так, зачастую нет необходимости учитывать высокочастотную составляющую погрешности измерения.

Эффективное использование рассмотренной модели погрешности измерения возможно только при известном частотном спектре ее составляющих. Однако данное условие весьма трудно выполнить на практике, и поэтому часто случайная погрешность измерения описывается не случайной функцией, а представляется еще в более упрощенном виде, а именно в виде случайной величины. При этом для описания погрешностей используются теория вероятностей и математическая статистика. Однако прежде необходимо сделать ряд существенных оговорок:

- применение методов математической статистики к обработке результатов измерений правомочно лишь в предположении о независимости между собой отдельных получаемых отсчетов;
- большинство используемых в метрологии формул теории вероятностей правомерны только для непрерывных распределений, в то время как распределения погрешностей вследствие неизбежного квантования отсчетов, строго говоря, всегда дискретны, т.е. погрешность может принимать лишь счетное множество значений.

Таким образом, условия непрерывности и независимости для результатов измерений и их погрешностей соблюдаются приближенно, а иногда и не соблюдаются. В математике под термином "непрерывная случайная величина" понимается существенно более узкое, ограниченное рядом условий понятие, чем "случайная погрешность" в метрологии.

С учетом этих ограничений процесс появления случайных погрешностей результатов измерений за вычетом систематических и прогрессирующих погрешностей обычно может рассматриваться как центрированный стационарный случайный процесс. Его описание возможно на основе теории статистически независимых случайных величин и стационарных случайных процессов.

При выполнении измерений требуется количественно оценить погрешность. Для такой оценки необходимо знать определенные характеристики и параметры модели погрешности. Их номенклатура зависит от вида модели и требований к оцениваемой погрешности. В метрологии принято различать три группы характеристик и параметров погрешностей. Первая группа — задаваемые в качестве требуемых или допускаемых нормы характеристик погрешности измерений (нормы погрешностей). Вторая группа характеристик — погрешности, приписываемые совокупности выполняемых по определенной методике измерений. Характеристики этих двух групп применяются в основном при массовых технических измерениях и представляют собой вероятностные характеристики погрешности измерений. Третья группа характеристик — статистические оценки погрешностей измерений отражают близость отдельного, экспериментально полученного результата измерения к истинному значению измеряемой величины. Они используются в случае измерений, проводимых при научных исследованиях и метрологических работах.

В качестве характеристик случайной погрешности используют СКО случайной составляющей погрешности измерений и, если необходимо, ее нормализованную автокорреляционную функцию.

Систематическая составляющая погрешности измерений характеризуется:

• СКО неисключенной систематической составляющей погрешности измерений;

• границами, в которых неисключенная систематическая составляющая погрешности измерений находится с заданной вероятностью (в частности, и с вероятностью, равной единице).

Требования к характеристикам погрешности и рекомендации по их выбору приведены в нормативном документе МИ 1317–86 "ГСИ. Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров".

4.4. Погрешность и неопределенность

Разделение погрешности измерения на случайную и систематическую и построенные на таком разделении методы ее описания к началу 80-х годов стали подвергаться определенной критике: эти представления перестали удовлетворять требованиям, предъявляемым решаемыми в метрологии задачами. Сложившаяся ситуация затрудняла развитие отдельных теоретических и прикладных вопросов метрологии, что и привело к возникновению различных инициатив, направленных на разрешение возникшей проблемы.

Одной из них была новая концепция представления результатов измерений, развиваемая по инициативе международных метрологических организаций. Ее суть состоит в следующем. Обработка результатов измерений во всех странах проводится с использованием аппарата теории вероятностей и математической статистики. Практически везде погрешности разделяются на случайные и систематические. Однако модели погрешностей, значения доверительных вероятностей и формирование доверительных интервалов в разных странах мира отличаются друг от друга. Это приводит к определенным трудностям при сличении результатов измерений, полученных в лабораториях разных стран. Для устранения этих сложностей к началу 90-х годов с участием ряда международных организаций — Международной организации законодательной метрологии (МОЗМ), Международного комитета мер и весов (МКМВ), Международного бюро мер и весов (МБМВ), Международной организации по стандартизации (ИСО) и Международной электротехнической комиссии (МЭК) — был разработан документ, содержащий новую концепцию описания результатов измерений. Документ, названный "Руководством для выражения неопределенности в измерении" (Guide to the expression of uncertainty in measurement, ISO/TAG —/WG3, Geneva, June 1992), содержит правила для стандартизации, калибровки, аккредитации лабораторий метрологических служб. Основными положениями документа являются [7, 50]:

- отказ от использования таких понятий, как истинное и действительное значения измеряемой величины, погрешность, относительная погрешность, точность измерения, случайная и систематическая погрешности;
- введение нового термина "неопределенность" — параметра, связанного с результатом измерения и характеризующего дисперсию значений, которые могут быть обоснованно приписаны измеряемой величине;
- разделение составляющих неопределенности на два типа: А и В. Вновь вводимые группы неадекватны случайным и систематическим погрешностям. Разделение основано не на теоретических предпосылках, а на практических соображениях.

Неопределенности типа А могут быть оценены статистическими методами на основе многократных измерений и описываются традиционными характеристиками центрированных случайных величин — дисперсией или СКО. Взаимодействие неопределенностей типа А описывается взаимным корреляционным моментом или коэффициентом взаимной корреляции.

Неопределенности типа В могут быть оценены любыми другими методами, кроме статистических. Они должны описываться величинами, аналогичными дисперсии или СКО, так как именно эти характеристики можно использовать для объединения неопределенностей типа В как между собой, так и с неопределенностями типа А.

Эти нововведения должны быть, по мнению МБМВ, распространены на практическую деятельность метрологов. Единое мнение метрологов России на этот документ к настоящему времени еще не сформировано. Рассмотренные рекомендации не вошли ни в один нормативный документ метрологических органов России. Тем не менее многие из метрологов [7, 50] склоняются к мнению, что понятие "неопределенность измерения" надо вводить в практику, но не вместо понятия "погрешность", а наряду с ним.

4.5. Правила округления результатов измерений

Поскольку погрешности измерений определяют лишь зону неопределенности результатов, их не требуется знать очень точно. В окончательной записи погрешность измерения принято выражать числом с одним или двумя значащими цифрами. Эмпирически были установлены следующие правила округления рассчитанного значения погрешности и полученного результата измерения.

1. Погрешность результата измерения указывается двумя значащими цифрами, если первая из них равна 1 или 2, и одной — если первая цифра равна 3 или более.

2. Результат измерения округляется до того же десятичного знака, которым оканчивается округленное значение абсолютной погрешности. Если десятичная дробь в числовом значении результата измерений оканчивается нулями, то нули отбрасываются до того разряда, который соответствует разряду числового значения погрешности.

3. Если цифра старшего из отбрасываемых разрядов меньше 5, то остальные цифры числа не изменяются. Лишние цифры в целых числах заменяются нулями, а в десятичных дробях отбрасываются.

4. Если цифра старшего из отбрасываемых разрядов больше или равна 5, но за ней следуют отличные от нуля цифры, то последнюю оставляемую цифру увеличивают на единицу.

5. Если отбрасываемая цифра равна 5, а следующие за ней цифры неизвестны или нули, то последнюю сохраняемую цифру числа не изменяют, если она четная, и увеличивают на единицу, если она нечетная.

6. Округление производится лишь в окончательном ответе, а все предварительные вычисления проводят с одним-двумя лишними знаками.

Если руководствоваться этими правилами округления, то количество значащих цифр в числовом значении результата измерений дает возможность ориентировочно судить о точности измерения. Это связано с тем, что предельная погрешность, обусловленная округлением, равна половине единицы последнего разряда числового значения результата измерения.

Для оценки влияния округления результата измерения Y представим его в виде

$$Y = A_1 \cdot 10^R + A_2 \cdot 10^{R-1} + A_3 \cdot 10^{R-2} + \ldots + A_s \cdot 10^P, \quad (4.4)$$

где $A_1, \ldots, A_s$ — десятичные цифры и старшая цифра $A_1 \neq 0$; R, P, S — целые числа, причем $R - P = S - 1$.

Абсолютная погрешность, обусловленная округлением, $\Delta = 0{,}5 \cdot 10^P$. В качестве оценки относительной предельной погрешности округления рекомендуется [4] принять

$$\delta = \frac{\Delta}{A_1 \cdot 10^R} = 0{,}5 \frac{10^{P-R}}{A_1} = \frac{1}{2A_1} \cdot 10^{1-S},$$

поскольку деление абсолютной погрешности лишь на первый член суммы (4.4) ведет к увеличению числового значения оценки погрешности. Поскольку значения A_1 могут находиться в пределах от 1 до 9, то при одной значащей цифре (S = 1) предельная погрешность округления может находится в пределах от 6 до 50%. При двух значащих цифрах она составит от 0,6 до 5%, при трех — от 0,06 до 0,5%.

Оцененные границы погрешности округления характеризуют влияние округления на точность результата измерения. Кроме того, эти данные позволяют ориентироваться в минимально необходимом для записи результата измерений числе значащих цифр при его заданной точности.

Контрольные вопросы

1. Перечислите возможные проявления погрешностей.
2. Назовите признаки, по которым классифицируются погрешности.
3. Сформулируйте свойства случайной, систематической и прогрессирующей составляющих погрешности измерений.
4. Приведите известные вам примеры методических погрешностей.
5. В чем заключаются принципы оценивания погрешностей?
6. Расскажите о математических моделях погрешности измерения.
7. Какие характеристики погрешностей вам известны?
8. Перечислите правила округления результатов измерений.
9. Каким образом ориентировочно оценить погрешность результата измерения по числу его значащих цифр?

Глава 5. СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ

5.1. Систематические погрешности и их классификация

В настоящее время, особенно после введения одного из основополагающих метрологических стандартов — ГОСТ 8.009-84 "ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений", понятие "систематическая погрешность" несколько изменилось по отношению к определению, данному ГОСТ 16263-70 "ГСИ. Метрология. Термины и определения". Систематическая погрешность считается специфической, "вырожденной" случайной величиной, обладающей некоторыми, но не всеми свойствами случайной величины, изучаемой в теории вероятностей и математической статистике. Свойства систематической погрешности, которые необходимо учитывать при объединении составляющих погрешности, отражаются такими же характеристиками, что и свойства "настоящих" случайных величин — дисперсией (СКО) и коэффициентом взаимной корреляции.

Систематическая погрешность представляет собой определенную функцию влияющих факторов, состав которых зависит от физических, конструктивных и технологических особенностей СИ, условий их применения, а также индивидуальных качеств наблюдателя. В метрологической практике при оценке систематических погрешностей должно учитываться влияние следующих основных факторов:

1. Объект измерения. Перед измерением он должен быть достаточно хорошо изучен с целью корректного выбора его модели. Чем полнее модель соответствует исследуемому объекту, тем точнее могут быть получены результаты измерения. Например, кривизна земной поверхности может не учитываться при измерении площади сельскохозяйственных угодий, так как она не вносит ощутимой погрешности, однако при измерении площади океанов ею пренебрегать уже нельзя.

2. Субъект измерения. Его вклад в погрешность измерения необходимо уменьшать путем подбора операторов высокой квалификации и соблюдения требований эргономики при разработке СИ.

3. Метод и средство измерений. Чрезвычайно важен их правильный выбор, который производится на основе априорной информации об объекте измерения. Чем больше априорной информации, тем точнее может быть проведено измерение. Основной вклад в систематическую погрешность вносит, как правило, методическая погрешность.

4. Условия измерения. Обеспечение и стабилизация нормальных условий являются необходимыми требованиями для минимизации дополнительной погрешности, которая по своей природе, как правило, является систематической.

Систематические погрешности принято классифицировать по двум признакам. По *характеру изменения во времени* они делятся на постоянные и переменные. *Постоянными* называются такие погрешности измерения, которые остаются неизменными в течение всей серии измерений. Например, погрешность от того, что неправильно установлен ноль стрелочного электроизмерительного прибора, погрешность от постоянного дополнительного веса на чашке весов и т.д. *Переменными* называются погрешности, изменяющиеся в процессе измерения. Они делятся на монотонно изменяющиеся, периодические и изменяющиеся по сложному закону. Если в процессе измерения систематическая погрешность монотонно возрастает или убывает, ее называют *монотонно изменяющейся.* Например, она имеет место при постепенном разряде батареи, питающей средство измерений. *Периодической* называется погрешность, значение которой является периодической функцией времени. Примером может служить погрешность, обусловленная суточными колебаниями напряжения силовой питающей сети, температуры окружающей среды и др. Систематические погрешности могут изменяться и по более сложному закону, обусловленному какими-либо внешними причинами.

По *причинам возникновения* погрешности делятся на методические, инструментальные и личные (субъективные). Эти погрешности подробно рассмотрены в разд. 4.1.

5.2. Способы обнаружения и устранения систематических погрешностей

Результаты наблюдений, полученные при наличии систематической погрешности, называются *неисправленными.* При проведении измерений стараются в максимальной степени исключить или учесть влияние систематических погрешностей. Это может быть достигнуто следующими путями:

- устранением источников погрешностей до начала измерений. В большинстве областей измерений известны главные источники систематических погрешностей и разработаны методы, исключающие их возникновение или устраняющие их влияние на результат измерения. В связи с этим в практике измерений стараются устранить систематические погрешности не путем обработки экспериментальных данных, а применением СИ, реализующих соответствующие методы измерений;
- определением поправок и внесением их в результат измерения;
- оценкой границ неисключенных систематических погрешностей.

Постоянная систематическая погрешность не может быть найдена методами совместной обработки результатов измерений. Однако она не искажает ни показатели точности измерений, характеризующие случайную погрешность, ни результат нахождения переменной составляющей систематической погрешности. Действительно, результат одного измерения

$$x_i = x_и + \Delta_i + \theta_i,$$

где $x_и$ — истинное значение измеряемой величины; Δ_i — i-я случайная погрешность; θ_i — i-я систематическая погрешность. После усреднения результатов многократных измерений получаем среднее арифметическое значение измеряемой величины

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = x_и + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\theta_i .$$

Если систематическая погрешность постоянна во всех измерениях, т.е. $\theta_i = \theta$, то

$$\overline{x} = x_и + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta_i + \theta .$$

Таким образом, постоянная систематическая погрешность не устраняется при многократных измерениях.

Постоянные систематические погрешности могут быть обнаружены лишь путем сравнения результатов измерений с другими, полученными с помощью более высокоточных методов и средств. Иногда эти погрешности могут быть устранены специальными приемами проведения процесса измерений. Эти методы рассмотрены ниже.

Наличие существенной переменной систематической погрешности искажает оценки характеристик случайной погрешности и аппроксимацию ее распределения. Поэтому она должна обязательно выявляться и исключаться из результатов измерений.

Для устранения постоянных систематических погрешностей применяют следующие методы:

• *Метод замещения*, представляющий собой разновидность метода сравнения, когда сравнение осуществляется заменой измеряемой величины известной величиной, причем так, что при этом в состоянии и действии всех используемых средств измерений не происходит никаких изменений. Этот метод дает наиболее полное решение задачи. Для его реализации необходимо иметь регулируемую меру, величина которой однородна измеряемой. Например, взвешивание по методу Борда [3], измерение сопротивления посредством моста постоянного тока и мер сопротивления [51].

• *Метод противопоставления*, являющийся разновидностью метода сравнения, при котором измерение выполняется дважды и проводится так, чтобы в обоих случаях причина постоянной погрешности оказывала разные, но известные по закономерности воздействия на результаты наблюдений. Например, способ взвешивания Гаусса [3].

Пример 5.1. Измерить сопротивление с помощью одинарного моста методом противопоставления.

Сначала измеряемое сопротивление R_x уравновешивают известным сопротивлением R_1, включенным в плечо сравнения моста. При этом $R_x = R_1 R_3/R_4$, где R_3, R_4 — сопротивления плеч моста. Затем резисторы R_x и R_1 меняют местами и вновь уравновешивают мост, регулируя сопротивление резистора R_1. В этом случае $R_x = R_1' R_3/R_4$.

Из двух последних уравнений исключается отношение R_3/R_4. Тогда $R_x = \sqrt{R_1 R_1'}$.

• *Метод компенсации погрешности по знаку* (метод изменения знака систематической погрешности), предусматривающий измерение с двумя наблюдениями, выполняемыми так, чтобы постоянная систематическая погрешность входила в результат каждого из них с разными знаками.

Пример 5.2. Измерить ЭДС потенциометром постоянного тока, имеющим паразитную термоЭДС.

При выполнении одного измерения получаем ЭДС E_1. Затем меняем полярность измеряемой ЭДС и направление тока в потенциометре. Вновь проводим его уравновешивание — получаем значение E_2. Если термоЭДС дает погрешность ΔE и $E_1=E_x+\Delta E$, то $E_2=E_x-\Delta E$. Отсюда $E_x=(E_1+E_2)/2$. Следовательно, систематическая погрешность, обусловленная действием термоЭДС, устранена.

• *Метод рандомизации* — наиболее универсальный способ исключения неизвестных постоянных систематических погрешностей. Суть его состоит в том, что одна и та же величина измеряется различными методами (приборами). Систематические погрешности каждого из них для всей совокупности являются разными случайными величинами. Вследствие этого при увеличении числа используемых методов (приборов) систематические погрешности взаимно компенсируются.

Для устранения переменных и монотонно изменяющихся систематических погрешностей применяют следующие приемы и методы.

• *Анализ знаков неисправленных случайных погрешностей.* Если знаки неисправленных случайных погрешностей чередуются с какой-либо закономерностью, то наблюдается переменная систематическая погрешность. Если последовательность знаков "+" у случайных погрешностей сменяется последовательностью знаков "–" или наоборот, то присутствует монотонно изменяющаяся систематическая погрешность. Если группы знаков "+" и "–" у случайных погрешностей чередуются, то присутствует периодическая систематическая погрешность.

• *Графический метод.* Он является одним из наиболее простых способов обнаружения переменной систематической погрешности в ряду результатов наблюдений и заключается в построении графика последовательности неисправленных значений результатов наблюдений. На графике через построенные точки проводят плавную кривую, которая выражает тенденцию результата измерения, если она существует. Если тенденция не прослеживается, то переменную систематическую погрешность считают практически отсутствующей.

• *Метод симметричных наблюдений.* Рассмотрим сущность этого метода на примере измерительного преобразователя, передаточная функция которого имеет вид $y = kx + y_0$, где x, y — входная и выходная величины преобразователя; k — коэффициент, погрешность которого изменяется во времени по линейному закону; y_0 — постоянная.

Для устранения систематической погрешности трижды измеряется выходная величина y через равные промежутки времени Δt. При первом и третьем измерениях на вход преобразователя подается сигнал x_0 от образцовой меры. В результате измерений получается система уравнений:

$$y_1 = kx_0 + y_0; \quad y_2 = \left(k \pm \frac{dk}{dt}\Delta t\right)x + y_0; \quad y_3 = \left(k \pm 2\frac{dk}{dt}\Delta t\right)x_0 + y_0.$$

Ее решение позволяет получить значение x, свободное от переменной систематической погрешности, обусловленной изменением коэффициента k:

$$x = \frac{2x_0(y_2 - y_0)}{y_1 + y_3 - 2y_0}.$$

• *Специальные статистические методы.* К ним относятся способ последовательных разностей, дисперсионный анализ, и др. Рассмотрим подробнее некоторые из них.

Способ последовательных разностей (критерий Аббе). Применяется для обнаружения изменяющейся во времени систематической погрешности и состоит в следующем. Дисперсию результатов наблюдений можно оценить двумя способами: обычным

$$\sigma^2[x] = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$$

и вычислением суммы квадратов последовательных (в порядке проведения измерений) разностей $(x_{i+1} - x_i)^2$

$$Q^2[x] = \frac{1}{2(n-1)}\sum_{i=1}^{n-1}(x_{i+1} - x_i)^2.$$

Если в процессе измерений происходило смещение центра группирования результатов наблюдений, т.е. имела место переменная систематическая погрешность, то $\sigma^2[x]$ дает преувеличенную оценку дисперсии результатов наблюдений. Это объясняется тем, что на $\sigma^2[x]$ влияют вариации $\bar{x}$. В то же время изменения центра группирования $\bar{x}$ весьма мало сказываются на значениях последовательных разностей $d_i = x_{i+1} - x_i$, поэтому смещения $\bar{x}$ почти не отразятся на значении $Q^2[x]$.

Отношение $\nu = Q^2[x]/\sigma^2[x]$ является критерием для обнаружения систематических смещений центра группирования результатов наблюдений. Критическая область для этого критерия (критерия Аббе) определяется как $P(\nu < \nu_q) = q$, где $q = 1-P$ — уровень значимости, P — доверительная вероятность. Значения ν_q для различных уровней значимости q и числа наблюдений n приведены в табл. 5.1. Если полученное значение критерия Аббе меньше ν_q при заданных q и n, то гипотеза о постоянстве центра группирования результатов наблюдений отвергается, т.е. обнаруживается переменная систематическая погрешность результатов измерений.

Таблица 5.1

Значения критерия Аббе ν_q

n	ν_q при q, равном			n	ν_q при q, равном		
	0,001	0,01	0,05		0,001	0,01	0,05
4	0,295	0,313	0,390	13	0,295	0,431	0,578
5	0,208	0,269	0,410	14	0,311	0,447	0,591
6	0,182	0,281	0,445	15	0,327	0,461	0,603
7	0,185	0,307	0,468	16	0,341	0,474	0,614
8	0,202	0,331	0,491	17	0,355	0,487	0,624
9	0,221	0,354	0,512	18	0,368	0,499	0,633
10	0,241	0,376	0,531	19	0,381	0,510	0,642
11	0,260	0,396	0,548	20	0,393	0,520	0,650
12	0,278	0,414	0,564				

Пример 5.3. Используя способ последовательных разностей, определить, присутствует ли систематическая погрешность в ряду результатов наблюдений, приведенных во втором столбце табл. 5.2.

Таблица 5.2

Результаты наблюдений

n	x_i	$d_i = x_{i+1} - x_i$	d_i^2	$v_i = x_i - \bar{x}$	v_i^2
1	13,4	–	–	–0,6	0,36
2	13,3	–0,1	0,01	–0,7	0,49
3	14,5	+1,2	1,44	+0,5	0,25
4	13,8	–0,7	0,49	–0,2	0,04
5	14,5	+0,7	0,49	+0,5	0,25
6	14,6	+0,1	0,01	+0,6	0,36
7	14,1	-0,5	0,25	+0,1	0,01
8	14,3	+0,2	0,04	+0,3	0,09
9	14,0	+0,3	0,09	0,0	0,0
10	14,3	+0,3	0,09	+0,3	0,09
11	13,2	–1,1	1,21	–0,8	0,64
$\sum$ 154,0		–0,2	4,12	0,0	2,58

Для приведенного ряда результатов вычисляем: среднее арифметическое $\bar{x} = 154,0/11 = 14$; оценку дисперсии $\sigma^2[x] = 2,58/10 = 0,258$; значение $Q^2[x] = 4,12/(2 \cdot 10) = 0,206$; критерий Аббе $v = 0,206/0,258 = 0,8$.

Как видно из табл. 5.1, для всех уровней значимости ($q = 0,001$; 0,01 и 0,05) при $n = 11$ имеем $v > v_q$, т.е. подтверждается нулевая гипотеза о постоянстве центра группирования. Следовательно, условия измерений для приведенного ряда оставались неизменными и систематических расхождений между результатами наблюдений нет.

Дисперсионный анализ (критерий Фишера). В практике измерений часто бывает необходимо выяснить наличие систематической погрешности результатов наблюдений, обусловленной влиянием какого-либо постоянно действующего фактора, или определить, вызывают ли изменения этого фактора систематическое смещение результатов измерений. В данном случае проводят многократные измерения, состоящие из достаточного числа серий, каждая из которых соответствует определенным (пусть неизвестным, но различным) значениям влияющего фактора. Влияющими факторами, по которым производится объединение результатов наблюдений по сериям, могут быть внешние условия (температура, давление и т.д.), временна'я последовательность проведения измерений и т.п.

После проведения N измерений их разбивают на s серий ($s > 3$) по n_j результатов наблюдений ($sn_j = N$) в каждой серии и затем устанавливают, имеется или отсутствует систематическое расхождение между результатами наблюдений в различных сериях. При этом должно быть установлено, что результаты в сериях распределены нормально. Рассеяние результатов наблюдений в пределах каждой серии отражает только случайные влияния, характеризует лишь случайные погрешности измерений в пределах этой серии.

Характеристикой совокупности случайных внутрисерийных погрешностей будет средняя сумма дисперсий результатов наблюдений, вычисленных раздельно для каждой серии, т.е.

$$\sigma^2_{вс} = \frac{1}{N - s}\sum_{j=1}^{s}\sum_{i=1}^{n_j}\left(x_{ij} - \bar{x}_j\right)^2,$$

где $\bar{x}_j = \dfrac{1}{n_j}\sum\limits_{i=1}^{n_j} x_{ji}$; x_{ji} – результат i-го измерения в j-й серии.

Внутрисерийная дисперсия $\sigma^2_{вс}$ характеризует случайные погрешности измерений, так как только случайные влияния обусловливают те различия (отклонения результатов наблюдений), на которых она основана. В то же время рассеяние $\bar{x}_j$ различных серий обусловливается не только случайными погрешностями измерений, но и систематическими различиями (если они существуют) между результатами наблюдений, сгруппированными по сериям. Следовательно, усредненная межсерийная дисперсия

$$\sigma^2_{мс} = \frac{1}{s - 1}\sum_{j=1}^{s} n_j(\bar{x}_j - \bar{x})^2,$$

где $\bar{x} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{j=1}^{s} n_j\bar{x}_j$, выражает силу действия фактора, вызывающего систематические различия между сериями.

Таким образом, $\sigma^2_{вс}/(\sigma^2_{вс} + \sigma^2_{мс})$ характеризует долю дисперсии всех результатов наблюдений, обусловленную наличием случайных погрешностей измерений, а $\sigma^2_{мс}/(\sigma^2_{вс} + \sigma^2_{мс})$ — долю дисперсии, обусловленную межсерийными различиями результатов наблюдений.

Первую из них называют *коэффициентом ошибки*, вторую — *показателем дифференциации*. Чем больше отношение показателя дифференциации к коэффициенту ошибки, тем сильнее действие фактора, по которому группировались серии, и тем больше систематическое различие между ними.

Критерием оценки наличия систематических погрешностей в данном случае является дисперсионный критерий Фишера $F = \sigma^2_{мс}/\sigma^2_{вс}$. Критическая область для критерия Фишера соответствует $P(F > F_q) = q$.

Значения F_q для различных уровней значимости q, числа измерений N и числа серий s приведены в приложении 1, где $k_2 = N - s$, $k_1 = s - 1$. Если полученное значение критерия Фишера больше F_q (при заданных q, N и s), то гипотеза об отсутствии систематических смещений результатов наблюдений по сериям отвергается, т.е. обнаруживается систематическая погрешность, вызываемая тем фактором, по которому группировались результаты наблюдений.

Пример 5.4. Было сделано 38 измерений диаметра детали восемью различными штангенциркулями. Каждым из них проводились по пять измерений. Внутрисерийная дисперсия равна 0,054 мм^2, межсерийная — 0,2052 мм^2. Определить наличие систематической погрешности измерения диаметра детали.

Расчетное значение критерия Фишера F = 0,2052/0,054 = 3,8. Для $s-1 = 7, N-s = 30$ по табл. П1.3 приложения 1 имеем при q = 0,05 $F_{0,05} = 2,3$ и при q = 0,01 $F_{0,01} = 3,3$. Полученное значение F больше, чем 2,2 и 2,9. Следовательно, в результатах наблюдений обнаруживается наличие систематических погрешностей.

Из всех рассмотренных способов обнаружения систематических погрешностей дисперсионный анализ является наиболее эффективным и достоверным, так как позволяет не только установить факт наличия погрешности, но и дает возможность проанализировать источники ее возникновения.

Критерий Вилкоксона. Если закон распределения результатов измерений неизвестен, то для обнаружения систематической погрешности применяют статистический критерий Вилкоксона.

Из двух групп результатов измерений $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и $y_1, y_2, \ldots, y_m$, где $n \geq m \geq 5$, составляется вариационный ряд, в котором все n+m значений $x_1, x_2, \ldots, x_n$; $y_1, y_2, \ldots, y_m$ располагают в порядке их возрастания и приписывают им ранги — порядковые номера членов вариационного ряда. Различие средних значений каждого из рядов можно считать допустимым, если выполняется неравенство

$$T_q^- < \sum_{i=1}^{n} R_i < T_q^+,$$

где R_i — ранг (номер) члена x_i, равный его номеру в вариационном ряду; T_q^- и T_q^+ — нижнее и верхнее критические значения для выбранного уровня значимости q. При $m < 15$ эти критические значения определяются по табл. 5.3. При $m > 15$ они рассчитываются по формулам:

$$T_q^- = \frac{n(n+m+1)}{2} - z_p\sqrt{\frac{nm(n+m+1)}{12}};$$

$$T_q^+ = \frac{n(n+m+1)}{2} + z_p\sqrt{\frac{nm(n+m+1)}{12}},$$

где z_p— квантиль нормированной функции Лапласа.

Таблица 5.3

Критические значения T_q^- и T_q^+ при q = 0,05 и 0,01

n	m	q = 0,05		q = 0,01	
		T_q^-	T_q^+	T_q^-	T_q^+
8	8	49	87	43	93
	10	53	99	47	105
	15	65	127	58	136
9	9	62	109	56	115
	15	79	146	69	156
10	10	78	132	71	139
	15	94	166	84	176
12	12	115	185	105	195
	15	127	209	115	221
14	14	160	246	147	259
	15	164	256	151	268
15	15	184	282	171	294

Более полная таблица значений критических значений T_q^- и T_q^+ приведена в рекомендации МИ 2091–90 “ГСИ. Измерения физических величин. Общие требования”.

Исключение систематических погрешностей путем введения поправок. В ряде случаев систематические погрешности могут быть вычислены и исключены из результата измерения. Для этого используются поправки. *Поправка* C_i —величина, одноименная измеряемой, которая вводится в результат измерения $x_i = x_i' + \theta_j + C_j$ с целью исключения составляющих систематической погрешности θ_j. При $C_j = -\theta_j$ j-я составляющая систематической погрешности полностью устраняется из результата измерения. Поправки определяются экспериментально или в результате специальных теоретических исследований. Они задаются в виде таблиц, графиков или формул.

Введением одной поправки устраняется влияние только одной составляющей систематической погрешности. Для устранения всех составляющих в результат измерения приходится вводить множество поправок. При этом вследствие ограниченной точности определения поправок случайные погрешности результата измерения накапливаются и его дисперсия увеличивается. Так как поправка известна с определенной точностью, то она характеризуется статистически — средним значением поправки C и СКО S_c. При исправлении результата x_i' путем введения поправок C_j, где j=1, 2,..., m, по формуле

$$x_i = x_i' + \sum_{j=1}^{m} C_j$$

дисперсия исправленного результата

$$S^2 = S_н^2 + \sum_{j}^{m} S_{cj}^2,$$

где $S_н^2$ — оценка дисперсии неисправленного результата; S_{cj}^2 — оценка дисперсии j-й поправки. Как видно, с одной стороны, уточняется результат измерения, а с другой — увеличивается разброс за счет роста дисперсии. Следовательно, необходимо найти оптимум.

Пусть при измерении постоянной величины Q получено (рис.5.1) значение $Q = \overline{x}' \pm t_p S$, где $\overline{x}'$— оценка среднего арифметического неисправленного результата измерений; t_p — коэффициент Стьюдента.

После введения поправки $C \pm t_p S_c$ результат измерения

$$Q = (\overline{x}' + C) \pm t_p S_{\overline{x}} = \overline{x} \pm t_p S_{\overline{x}},$$

Рис.5.1. Устранение систематической погрешности путем введения поправки

где $S_{\bar{x}} = \sqrt{S^2 + S_c^2}$.

Максимальные доверительные значения погрешности результата измерения до и после введения поправки равны соответственно

$$\Delta_1 = \theta_1 + t_p S, \; \Delta_2 = \theta_2 + t_p S_{\bar{x}} = \theta_1 - C + t_p \sqrt{S^2 + S_c^2} .$$

Поправку имеет смысл вводить до тех пор, пока $\Delta_1 < \Delta_2$. Отсюда следует, что

$$C > t_p S \left[\sqrt{1 + S_c^2 / S^2} - 1 \right].$$

Если $S_c/S << 1$, то, раскладывая уравнение в степенной ряд, получим $C > 0{,}5\, S_c^2 / S^2$. Из этого неравенства видно, что если оценка среднего квадратического отклонения поправки $S_c \to 0$, то поправку имеет смысл вводить всегда.

В практических расчетах погрешность результата обычно выражается не более чем двумя значащими цифрами, поэтому поправка, если она меньше пяти единиц младшего разряда, следующего за последним десятичным разрядом погрешности результата, все равно будет потеряна при округлении и вводить ее не имеет смысла.

Пример 5.5. Напряжение источника ЭДС U_x с внутренним сопротивлением $R_i = 60 \pm 10$ Ом измерено вольтметром класса точности 0,5. Сопротивление вольтметра $R_V = 5$ кОм и известно с погрешностью $\pm 0,5\%$. Показание вольтметра $U_V = 12,35$ В. Найти поправку, которую нужно внести в показание прибора для определения действительного значения напряжения источника ЭДС.

Показания вольтметра соответствуют падению напряжения на нем:

$$U_V = \frac{R_V}{R_i + R_V} U_x .$$

Относительная систематическая методическая погрешность, обусловленная ограниченным значением сопротивления R_V,

$$\delta_c = \frac{U_V - U_x}{U_x} 100\% = -\frac{100 R_i}{R_i + R_V} = -\frac{100 \cdot 60}{5060} = -1,2\% .$$

Поправка равна абсолютной погрешности, взятой с обратным знаком: $\Delta_c = 0,012 \cdot 12,35 = 0,146$ В. Погрешность полученного значения поправки определяется погрешностью, с которой известно сопротивление R_i. Ее предельное значение составит $10/60 = 0,167$. Погрешностью из-за неточности оценки R_V, равной 0,005, можно пренебречь. Следовательно, погрешность определения поправки $\Delta = \pm 0,167 \cdot 0,146 \approx 0,03$ В.

Таким образом, поправка, которую необходимо ввести в показания вольтметра с учетом округления $\Delta U = +0,15$ В. Тогда исправленное значение $U'_x = 12,35 + 0,15 = 12,50$ В. Этот результат имеет определенную погрешность, в том числе неисключенный остаток систематической погрешности $\Delta = \pm 0,03$ В или $\delta = \pm 0,24\%$ из-за потребления некоторой мощности вольтметром.

Контрольные вопросы

1. Что такое систематическая погрешность? Приведите примеры.
2. Дайте определение исправленного результата измерений.

3. Каким образом классифицируются систематические погрешности?

4. Назовите способы выявления постоянных систематических погрешностей.

5. Назовите способы выявления переменных систематических погрешностей.

6. В чем состоит суть критерия Аббе?

7. Что такое дисперсионный анализ и как он применяется для устранения систематических погрешностей?

8. Как обнаружить систематическую погрешность при помощи критерия Вилкоксона?

9. Каким образом оценивается целесообразность введения поправки для устранения систематической погрешности?

Глава 6. СЛУЧАЙНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ

6.1. Вероятностное описание случайных погрешностей

Присутствие случайных погрешностей в результатах измерений легко обнаруживается из-за их разброса относительно некоторого значения. Как уже отмечалось ранее, и результат измерения, и его погрешность с известными оговорками могут рассматриваться (см. разд. 4.2) как случайные величины.

Из теории вероятности известно, что наиболее универсальным способом описания случайных величин является отыскание их интегральных или дифференциальных функций распределения. *Интегральной функцией распределения* F(x) называют функцию, каждое значение которой для каждого x является вероятностью события, заключающегося в том, что случайная величина x_i в i-м опыте принимает значение, меньшее x:

$$F(x) = P\{x_i < x\} = P\{-\infty < x_i \le x\}. \tag{6.1}$$

График интегральной функции распределения показан на рис. 6.1. Она имеет следующие свойства:

- неотрицательная, т.е. $F(x) \ge 0$;
- неубывающая, т.е. $F(x_2) \ge F(x_1)$, если $x_2 \ge x_1$;
- диапазон ее изменения простирается от 0 до 1, т.е. $F(-\infty) = 0$; $F(+\infty) = 1$;
- вероятность нахождения случайной величины x в диапазоне от x_1 до x_2 $P\{x_1 < x < x_2\} = F(x_2) - F(x_1)$.

Более наглядным является описание свойств результатов измерений и случайных погрешностей с помощью *дифференциальной функции распределения*, иначе называемой *плотностью распределения вероятностей* $p(x) = dF(x)/dx$. Она всегда неотрицательна и подчиняется условию нормирования в виде:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1.$$

Учитывая взаимосвязь F(x) и p(x), легко показать, что вероятность попадания случайной величины в заданный интервал $(x_1; x_2)$

$$P\{x_1 < x < x_2\} = \int\limits_{x_2}^{x_1} p(x)dx\,.$$

Следовательно, рассмотренное выше условие нормирования означает, что вероятность попадания величины x в интервал $[-\infty;\,+\infty]$ равна единице, т.е. представляет собой достоверное событие.

Из последнего уравнения следует, что вероятность попадания случайной величины x в заданный интервал $(x_1;x_2)$ равна площади, заключенной под кривой p(x) между абсциссами x_1 и x_2 (см. рис. 6.1). Поэтому по форме кривой плотности вероятности p(x) можно судить о том, какие значения случайной величины x наиболее вероятны, а какие наименее.

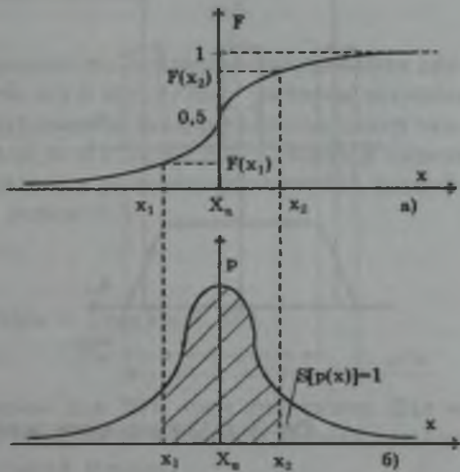


Рис. 6.1. Интегральная (а) и дифференциальная (б) функции распределения случайной величины

Результирующая погрешность зачастую складывается из ряда составляющих с различными плотностями распределения $p_1(x)$, $p_2(x)$,..., $p_n(x)$. В связи с этим возникает задача определения суммарного закона распределения погрешности. Для суммы независимых непрерывных случайных величин x_1 и x_2, имеющих распределения $p_1(x)$ и $p_2(x)$, он называется *композицией* и выражается интегралами свертки [48, 49]:

$$p(z) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} p_1(x_1)\,p_2(z - x_1)\,dx_1 = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} p_1(z - x_2)\,p_2(x_2)\,dx_2.$$

Графическое определение композиции двух случайных независимых величин показано на рис. 6.2. Следует отметить, что масштаб всех графиков по вертикали произвольный, и должно выполняться условие: площадь, ограниченная кривой плотности вероятности, равна единице.

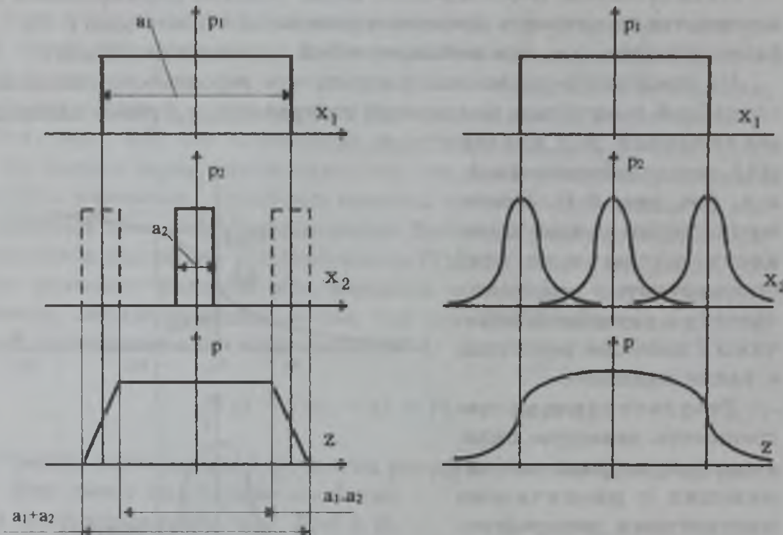


Рис. 6.2. Суммирование законов распределений

6.2. Числовые параметры законов распределения

6.2.1. Общие сведения

Как отмечалось выше, функции распределения являются самым универсальным способом описания поведения результатов измерений и случайных погрешностей. Однако для их определения необходимо проведение весьма длительных и кропотливых исследований и вычислений. В большинстве случаев бывает достаточно охарактеризовать случайные величины с помощью ограниченного числа специальных параметров, основными из которых являются:

- центр распределения;
- начальные и центральные моменты и производные от них коэффициенты — математическое ожидание (МО), СКО, эксцесс, контрэксцесс и коэффициент асимметрии;
- энтропийный коэффициент.

6.2.2. Понятие центра распределения

Координата центра распределения показывает положение случайной величины на числовой оси и может быть найдена несколькими способами. Наиболее фундаментальным является центр симметрии, т.е. нахождение такой точки $X_м$ на оси x, слева и справа от которой вероятности появления различных значений случайной величины одинаковы и равны 0,5:

$$F(X_м) = \int_{-\infty}^{X_м} p(x)dx = \int_{X_м}^{+\infty} p(x)dx = 0,5.$$

Точку $X_м$ называют *медианой* или 50%-ным квантилем. Для ее нахождения у распределения случайной величины должен существовать только нулевой начальный момент.

Можно определить центр распределения как центр тяжести распределения, т.е. такой точки $\overline{X}$, относительно которой опрокидывающий момент геометрической фигуры, огибающей которой является кривая p(x), равен нулю:

$$\overline{X} = m_x = a_1[x] = M[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx.$$

Эта точка называется *математическим ожиданием*. Следует отметить, что у некоторых распределений, например распределения Коши, не существует МО, так как определяющий его интеграл расходится.

При симметричной кривой p(x) в качестве центра может использоваться абсцисса *моды*, т.е. максимума распределения $X_м$. Однако существуют распределения, у которых нет моды, например равномерное. Распределения с одним максимумом называются *одномодальными*, с двумя — *двухмодальными* и т.д. Те из них, у которых в средней части расположен не максимум, а минимум, называются *антимодальными*.

Для двухмодальных распределений применяется оценка центра в виде *центра сгибов*:

$$X_c = (x_{c1}+x_{c2})/2,$$

где x_{c1}, x_{c2} — сгибы, т.е. абсциссы точек, в которых распределение достигает своих максимумов.

Для ограниченных распределений (равномерного, трапецеидального, арксинусоидального и др.) применяется оценка в виде *центра размаха*:

$$X_p = (x_1+x_2)/2,$$

где x_1, x_2 — первый и последний члены вариационного ряда, соответствующего распределению.

Разные оценки центра имеют различную эффективность. При статистической обработке экспериментальных данных важно использовать наиболее эффективную из них, т.е. оценку, имеющую минимальную дисперсию. Это связано с тем, что погрешность в определении $X_ц$ влечет за собой неправильную оценку СКО, границ доверительного интервала, эксцесса, контрэксцесса, вида распределения и др., т.е. всех последующих оценок, кроме энтропийных.

В [4] приведен детальный анализ эффективности различных оценок, сделанный с точки зрения затрат времени на проведение измерений. Они, как правило, пропорциональны числу проведенных измерений, поэтому целесообразно сравнивать различные оценки по числу отсчетов n, необходимому для достижения одинаковой дисперсии оценки $X_ц$. Например соотношение дисперсии определения МО и медианы для распределения Лапласа: $D[\bar{X}]/D[X_м] = 2$. Следовательно, определение $X_ц$ как $X_м$ в два раза эффективней, чем определение его как $\bar{X}$, поскольку для достижения одной и той же погрешности измерения требуется в два раза меньший объем выборки исходных данных.

Для островершинных распределений с контрэксцессом $\kappa < 0{,}515$ оценка координаты центра медианой $X_м$ эффективнее, чем оценка МО $\bar{X}$. (Отметим, что для нормального распределения $\kappa = 0{,}577$.) Для плосковершинных и двухмодальных распределений эффективность оценки центра как медианы $X_м$ падает до нуля. Оценка центра распределения в виде $\bar{X}$ безусловно эффективна лишь для одномодальных распределений, близких к нормальному с контрэксцессом κ от 0,515 до 0,645. Для двухмодальных распределений наиболее эффективна оценка центра в виде координаты сгибов $X_с$, а для ограниченных распределений (равномерного, трапецеидальных, арксинусоидального, кроме треугольного) — в виде центра размаха экспериментальных данных $X_р$.

При выборе оценки центра распределения помимо ее эффективности необходимо принимать во внимание ее чувствительность к наличию промахов в обрабатываемой совокупности исходных данных. Оценка в виде математического ожидания центра размаха $X_р$ исключительно чувствительна к наличию промахов, так как она определяется по наиболее удаленным от центра наблюдениям, каковыми и являются промахи. Оценка в виде $\bar{X}$ также слабо защищена от влияния промахов. Оно ослабляется лишь в $\sqrt{n}$ раз, где n — число наблюдений, в то время как его возможный размер ничем не ограничен. Защищенными от влияния промахов являются лишь квантильные оценки, т.е. медиана $X_м$ и центр сгибов $X_с$, поскольку они не зависят от координат промахов.

6.2.3. Моменты распределений

Все моменты представляют собой некоторые средние значения, причем если усредняются величины, отсчитываемые от начала координат, то моменты называют *начальными*, а если от центра распределения, то *центральными*. Начальные и центральные моменты r-го порядка определяются соответственно по формулам

$$\alpha_r[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r p(x)\,dx\,; \quad \mu_r[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^r p(x)\,dx.$$

Нулевой начальный момент равен единице. Он используется для задания условия нормирования плотности распределения:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^0 p(x)\,dx = 1.$$

Также с помощью начального момента нулевого порядка вводится понятие медианы распределения. Первый начальный момент — МО случайной величины:

$$m_x = a_1[x] = M[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx.$$

Для результатов измерений оно представляет собой оценку истинного значения измеряемой величины. Начальные и центральные моменты случайной погрешности Δ совпадают между собой и с центральными моментами результатов измерений: $\alpha_r[\Delta] = \mu_r[\Delta] = \mu_r[x]$, поскольку МО случайной погрешности равно нулю. Следует также отметить, что первый центральный момент тождественно равен нулю.

Важное значение имеет второй центральный момент

$$D[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^2 p(x)\,dx,$$

называемый *дисперсией* и являющийся характеристикой рассеивания случайной величины относительного МО. Значительно чаще в качестве меры рассеивания используется *среднее квадратическое отклонение*

$$\sigma = \sqrt{D[x]},$$

имеющее такую же размерность, как и МО. Для примера на рис. 6.3 показан вид нормального распределения при различных значениях СКО.

Математическое ожидание и дисперсия являются наиболее часто применяемыми моментами, поскольку они определяют важные черты распределения: положение центра и степень разбросанности результатов относительно него. Для более подробного описания распределения используются моменты более высоких порядков.

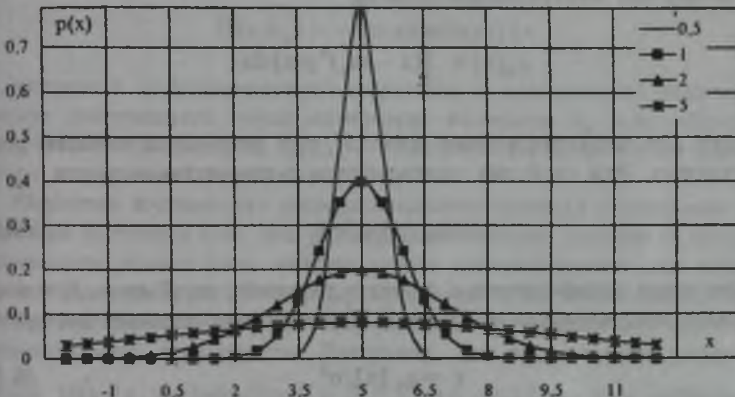


Рис. 6.3. Вид нормального распределения при $X_ц = 5$ и СКО = 0,5; 1; 2 и 5

Третий центральный момент

$$\mu_3[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^3 p(x)\,dx$$

служит характеристикой асимметрии, или скошенности распределения. С его использованием вводится *коэффициент асимметрии* $\nu = \mu_3[X]/\sigma^3$. Для нормального распределения коэффициент асимметрии равен нулю. Вид законов распределения при различных значениях коэффициента асимметрии приведен на рис. 6.4,а.

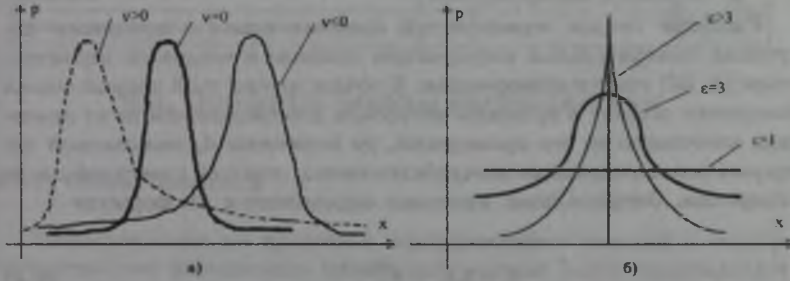


Рис. 6.4. Вид дифференциальной функции распределения при различных значениях коэффициента асимметрии (а) и эксцесса (б)

Четвертый центральный момент

$$\mu_4[x] = \int_{-\infty}^{+\infty}(x - m_x)^4 p(x)\,dx$$

служит для характеристики плоско- или островершинности распределения. Эти свойства описываются с помощью *эксцесса*

$$\varepsilon' = \mu_4\,[x]/\sigma^4 - 3. \qquad (6.2)$$

Значения коэффициента ε' лежат в диапазоне от −2 до ∞. Для нормального распределения он равен 0. Чаще эксцесс задается формулой

$$\varepsilon = \mu_4\,[x]/\sigma^4. \qquad (6.3)$$

Его значения лежат в диапазоне от 1 до ∞. Для нормального распределения он равен трем. Вид дифференциальной функции распределения при различных значениях эксцесса показан на рис. 6.4,б.

Для удобства часто используют *контрэксцесс*

$$\kappa = 1/\sqrt{\varepsilon}\,.$$

Значения контрэксцесса лежат в пределах от 0 до 1. Для нормального закона он равен 0,577.

6.2.4. Энтропийное значение погрешности

Развитие теории вероятностей применительно к процессам получения измерительной информации привело к созданию вероятностной [4, 52] теории информации. С точки зрения этой теории смысл измерения состоит в сужении интервала неопределенности от значения, известного до его проведения, до величины d, называемой *энтропийным интервалом неопределенности*, ставшей известной после измерения. Энтропийный интервал определяется по формуле

$$d = 2\Delta_э = e^{H(x/x_п)}, \qquad (6.4)$$

где $\Delta_э$ — энтропийное значение погрешности;

$$H(x/x_д) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\ln[p(x)]\,dx$$

— энтропия действительного значения x измеряемой величины вокруг полученного после измерения значения $x_д$, т.е. энтропия погрешности измерений; p(x) — плотность распределения вероятности измеряемой величины.

Основное достоинство информационного подхода к описанию измерений состоит в том, что размер энтропийного интервала неопределенности может быть найден строго математически для любого закона распределения. Это устраняет исторически сложившийся произвол, неизбежный при волевом назначении различных значений доверительной вероятности. Например, для нормального распределения $H(x / x_д) = \ln(\sigma\sqrt{2\pi e})$ и $d = \sqrt{2\pi e}\sigma \approx 4{,}133\sigma$. Для распределения Симпсона $H(x / x_д) = \ln(\sigma\sqrt{6e})$ и $d = \sigma\sqrt{6e} \approx 4{,}04\sigma$.

Соотношение между энтропийным $\Delta_э$ и средним квадратическим σ значениями погрешности различно для разных законов распределения, и его удобнее характеризовать *энтропийным коэффициентом* $k=\Delta_э/\sigma$ данного распределения (табл. 6.1).

Таблица 6.1

Значения коэффициента k для различных законов распределения

Закон распределения	k	Вид распределения	k
Нормальное (Гаусса)	2,07	Равномерное	1,73
Треугольное (Симпсона)	2,02	Арксинусоидальное	1,11
Лапласа	1,93	Дискретное двузначное	0
Стьюдента (число степеней свободы — 4)	1,90	Коши	0

6.3. Основные законы распределения

6.3.1. Общие сведения

Использование на практике вероятностного подхода к оценке погрешностей результатов измерений прежде всего предполагает знание аналитической модели закона распределения рассматриваемой погрешности. Встречающиеся в метрологии распределения достаточно разнообразны. В качестве примера можно привести результаты исследований [4] 219 фактических распределений погрешностей, имеющих место при измерении электрических и неэлектрических величин разнообразными приборами. Установлено, что примерно 50% распределений принадлежат к классу экспоненциальных, 30% являются уплощенными, а остальные 20% — различными видами двухмодальных распределений.

Множество законов распределения случайных величин, используемых в метрологии, целесообразно классифицировать [4] следующим образом:

- трапецеидальные (плосковершинные) распределения;
- уплощеные (приблизительно плосковершинные) распределения;
- экспоненциальные распределения;
- семейство распределений Стьюдента;
- двухмодальные распределения.

6.3.2. Трапецеидальные распределения

К трапецеидальным распределениям относятся: равномерное, собственно трапецеидальное и треугольное (Симпсона). *Равномерное распределение* (рис. 6.5,а) описывается уравнением

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < X_ц - a, \quad x > X_ц + a; \\ \dfrac{1}{2a}, & X_ц - a \le x \le X_ц + a. \end{cases}$$

Трапецеидальное распределение (рис. 6.5,б) образуется как композиция двух равномерных распределений шириной a_1 и a_2 (рис. 6.2):

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < X_ц - a, x > X_ц + a; \\ \dfrac{x - X_ц + a}{a^2 - b^2}, & X_ц - a \le x \le X_ц - b; \\ \dfrac{1}{a + b}, & X_ц - b \le x \le X_ц + b; \\ \dfrac{X_ц + a - x}{a^2 - b^2}, & X_ц + b \le x \le X_ц + a. \end{cases}$$

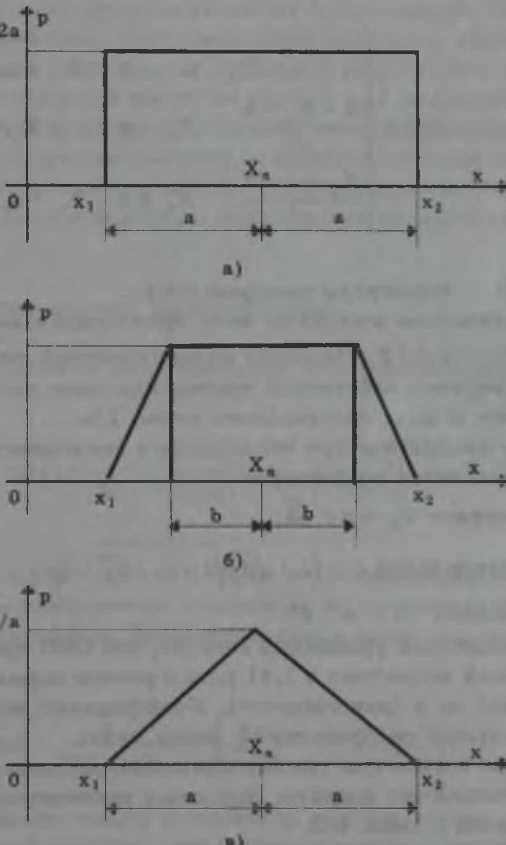


Рис. 6.5. Распределения: а — равномерное; б — трапецеидальное; в — треугольное (Симпсона)

Треугольное (Симпсона) распределение (рис. 6.5,в) — это частный случай трапецеидального, для которого размеры исходных равномерных распределений одинаковы: $a_1 = a_2$ (см. рис. 6.2):

$$p(x) = \begin{cases} 0, \quad x < X_ц - a, \qquad x > X_ц + a; \\ \dfrac{x - X_ц + a}{a^2}, \quad X_ц - a \le x \le X_ц; \\ \dfrac{X_ц + a - x}{a^2}, \quad X_ц \le x \le X_ц + a, \end{cases}$$

где $X_ц$, a, b — параметры распределения.

Математическое ожидание всех трапецеидальных распределений $X_ц = (x_1 + x_2) / 2$. Медианы из соображений симметрии равны МО. Равномерное и собственно трапецеидальное распределения моды не имеют, а мода треугольного равна 1/a.

Среднее квадратическое отклонение в зависимости от распределения определяется по формуле:

- равномерное $\sigma_р = a / \sqrt{3}$;
- трапецеидальное $\sigma = \left(a / \sqrt{6}\right)\sqrt{1 + (a / b)^2} = \left(\sigma_р / \sqrt{2}\right)\sqrt{1 + (a / b)^2}$
- треугольное $\sigma = a / \sqrt{6}$.

Из приведенных уравнений следует, что СКО трапецеидальных распределений возрастает в 1,41 раза с ростом параметра b от нуля (треугольное) до a (равномерное). Коэффициент асимметрии всех трапецеидальных распределений равен нулю.

Числовые параметры трапецеидальных распределений при различных отношениях ширины исходных равномерных распределений приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Значения параметров трапецеидальных распределений

b/a	a_2/a_1 (см. рис. 6.2)	a/σ	ε	к	k
1	0	1,732	1,8	0,745	1,73
2/3	1/5	2,037	1,9	0,728	1,83
1/2	1/3	2,191	2,016	0,704	1,94
1/3	1/2	2,324	2,184	0,677	2,00
0	1	2,449	2,4	0,645	2,02

Равномерное распределение имеют погрешности: квантования в цифровых приборах, округления при расчетах, отсчета показаний стрелочного прибора, от трения в стрелочных приборах с креплением подвижной части на кернах или подпятниках, определения момента времени для каждого из концов временного интервала при измерении частоты и периода методом дискретного счета. Суммируясь между собой, эти погрешности образуют трапецеидальные распределения с различными отношениями сторон.

6.3.3. Экспоненциальные распределения

Экспоненциальные распределения описываются формулой [4]

$$p(x) = \frac{\alpha}{2\lambda\sigma\,\Gamma(1/\alpha)} \exp\left(-\left|\frac{x - X_ц}{\lambda\sigma}\right|^{\alpha}\right), \tag{6.5}$$

где $\lambda = \sqrt{\Gamma(1/\alpha)/\Gamma(3/\alpha)}$; σ — СКО; α — некоторая характерная для данного распределения константа; $X_ц$ — координата центра; $\Gamma(x)$ — гамма-функция. В нормированном виде, т.е. при $X_ц = 0$ и $\sigma\lambda = 1$,

$$p(x) = \frac{\alpha}{2\Gamma(1/\alpha)} \exp\left(-|x|^{\alpha}\right) = A(\alpha) \exp\left(-|x|^{\alpha}\right),$$

где $A(\alpha)$ — нормирующий множитель распределения.

Интегральная функция нормированного экспоненциального распределения описывается выражением

$$F(x,\alpha) = \frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2\Gamma(1/\alpha)} \int_{-\infty}^{x} \exp(-|x|^{\alpha})dx .$$

Интеграл, входящий в эту формулу, выражается через элементарные функции только при $\alpha = 1/n$, $n = 1; 2; 3; \ldots$ При $\alpha = n = 2; 3; 4; \ldots$ он может быть рассчитан по приближенным формулам, приведенным в [53].

Эксцесс и энтропийный коэффициент экспоненциальных распределений соответственно определяются по формулам:

$$\varepsilon = \frac{\Gamma(1/\alpha)\Gamma(5/\alpha)}{[\Gamma(3/\alpha)]^2}; \quad k = \frac{e^{1/\alpha}}{\alpha}\sqrt{\frac{\Gamma(1/\alpha)}{\Gamma(3/\alpha)}}.$$

Анализ приведенных выражений показывает, что константа α однозначно определяет вид и все параметры распределений. При $\alpha < 1$ распределение имеет очень пологие спады и по форме близко к распределению Коши. При $\alpha = 1$ получается распределение *Лапласа* $p(x) = 0{,}5e^{-|x|}$, при $\alpha = 2$ — нормальное распределение или распределение Гаусса. При $\alpha > 2$ распределения, описываемые формулой (6.5), близки по свойствам к трапецеидальным. При очень больших значениях α формула (6.5) описывает практически равномерное распределение. В табл. 6.3 приведены параметры некоторых из экспоненциальных распределений.

Таблица 6.3

Значения параметров экспоненциальных распределений при различных показателях α

Распределение	α	ε	κ	k
Лапласа	1	6	0,408	1,92
Нормальное (Гаусса)	2	3	0,577	2,07
Равномерное	∞	1,8	0,745	1,73

Вид экспоненциальных распределений при различных значениях показателя α приведен на рис. 6.6.

6.3.4. Нормальное распределение (распределение Гаусса)

Наибольшее распространение получил нормальный закон распределения, называемый часто *распределением Гаусса*:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - X_{ц})^2}{2\sigma^2}\right], \tag{6.6}$$

где σ — параметр рассеивания распределения, равный СКО; $X_{ц}$ — центр распределения, равный МО. Вид нормального распределения показан на рис. 6.3.

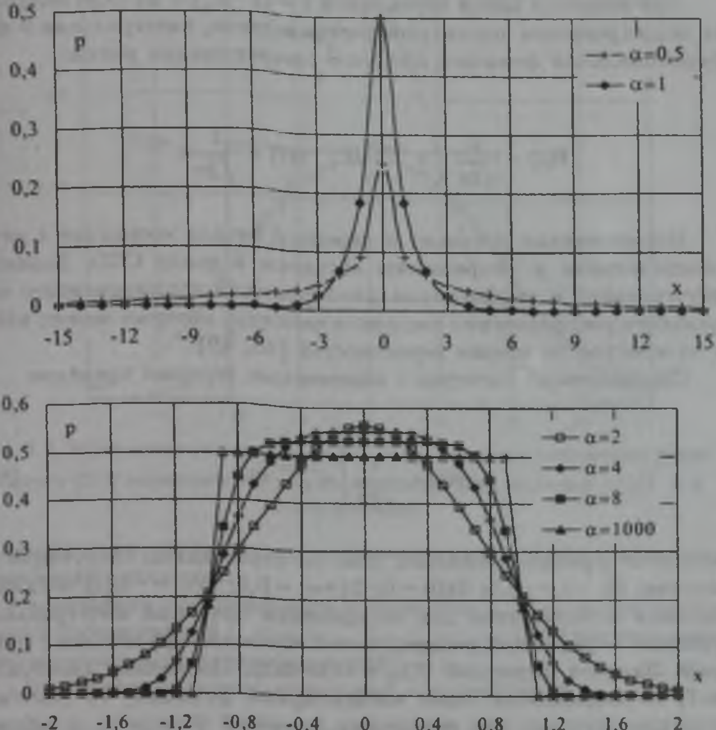


Рис. 6.6. Экспоненциальные распределения, определяемые по формуле (6.5) при $\sigma\lambda = 1$ и $X_ц = 0$

Широкое использование нормального распределения на практике объясняется центральной предельной теоремой теории вероятностей [48, 49], утверждающей, что распределение случайных погрешностей будет близко к нормальному всякий раз, когда результаты наблюдений формируются под действием большого числа независимо действующих факторов, каждый из которых оказывает лишь незначительное действие по сравнению с суммарным действием всех остальных.

При введении новой переменной $t = (x-X_ц)/\sigma$ из (6.6) получается нормированное нормальное распределение, интегральная и дифференциальная функции которого соответственно равны:

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t} e^{-0,5t^2}dt\,; \quad p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-0,5t^2}\,.$$

Нормирование приводит к переносу начала координат в центр распределения и выражению абсциссы в долях СКО. Значения интегральной и дифференциальной функций нормированного нормального распределения сведены в таблицы, которые можно найти в литературе по теории вероятностей [48, 49].

Определенный интеграл с переменным верхним пределом

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{t} e^{-0,5t^2}dt \tag{6.7}$$

называют *функцией Лапласа*. Для нее справедливы следующие равенства: $\Phi(-\infty) = -0,5$; $\Phi(0) = 0$; $\Phi(+\infty) = 0,5$; $\Phi(t) = -\Phi(t)$. Функция Лапласа используется для определения значений интегральных функций нормальных распределений. Функция $F(t)$ связана с функцией Лапласа формулой $F(t) = 0,5+\Phi(t)$. Поскольку интеграл в (6.7) не выражается через элементарные функции, то значения функции Лапласа для различных значений t сведены в таблицу (см. приложение 1).

6.3.5. Уплощенные распределения

Данные распределения представляют собой композицию равномерного и какого-либо экспоненциального распределения (см. рис. 6.2). Вид одного из них показан на рис. 6.7. Уплощенные распределения отличаются от экспоненциальных с показателем $\alpha>2$ тем, что при почти плоской вершине имеют длинные, медленно спадающие "хвосты", в то время как экспоненциальные распределения при $\alpha>>2$ обрываются тем круче, чем более плоской является их вершина.

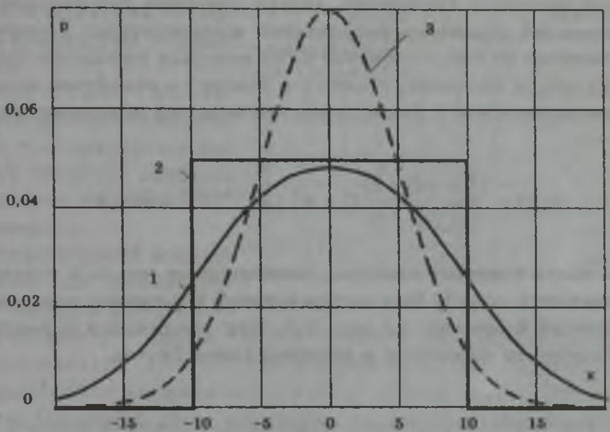


Рис. 6.7. Уплощенное распределение (1), полученное как композиция равномерного (2) и нормального (3) распределений с СКО, равными $10/\sqrt{3}$ и 5 соответственно

Основными параметрами, определяющими форму таких распределений, являются:

- показатель относительного содержания в композиции равномерной составляющей $C_p = \sigma_p/\sigma_{экс}$, где σ_p, $\sigma_{экс}$ — СКО равномерного и экспоненциального распределений;
- показатель α экспоненциальной составляющей.

Вес $p = \sigma^2_{экс} / (\sigma^2_{экс} + \sigma^2_p)$ относительной дисперсии $\sigma^2_{экс}$ в суммарной дисперсии $(\sigma^2_{экс} + \sigma^2_p)$, как правило, не превышает 10%. Однако его влияние на форму кривой p(x) будет значительным. Другая особенность уплощенных распределений: при том же значении эксцесса энтропийный коэффициент у них существенно меньше, чем у экспоненциальных распределений.

6.3.6. Семейство распределений Стьюдента

Эти законы описывают плотность распределения вероятности среднего арифметического, вычисленного по выборке из n случайных отсчетов нормально распределенной генеральной совокупности. Распределения Стьюдента нашли широкое применение при статистической обработке результатов многократных измерений. Их вид зависит от числа отсчетов n, по которым находится среднее арифметическое значение, поэтому и говорят о семействе законов.

В центрированном и нормированном виде они описываются формулой

$$p(x) = \frac{\Gamma[(k+1)/2]}{\sqrt{k\pi}\Gamma(k/2)}(1 + x^2/k)^{-(k+1)/2} = S(x,k),$$

где k — число степеней свободы, зависящее от числа n усредняющих отсчетов: $k = n-1$. Вид распределения Стьюдента для различных значений k показан на рис. 6.8. При увеличении k распределение Стьюдента переходит в распределение Гаусса.

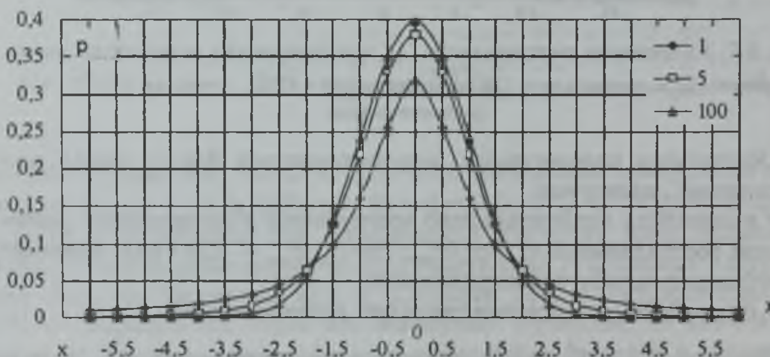


Рис. 6.8. Распределение Стьюдента при степенях свободы, равных 1 (распределение Коши), 5 и 100

Для нормированных распределений Стьюдента с $k > 4$ справедливы следующие соотношения:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n-1}{n-3}} = \sqrt{\frac{k}{k-2}}; \quad \varepsilon = 3\frac{n-3}{n-5} = 3\frac{k-2}{k-4}; \quad \kappa = \sqrt{\frac{k-4}{3(k-4)}}.$$

Значения некоторых параметров для различных степеней свободы приведены в табл. 6.4.

Распределения Стьюдента имеют ряд особенностей:

Таблица 6.4

Значения точечных оценок распределения Стьюдента при различных степенях свободы k

k	ε	æ	Энтропийный коэффициент k
4	∞	0	1,900
5	9	0,333	1,972
6	6	0,408	2,005
10	4	0,500	2,047
∞	3	0,577	2,066

• при $n \leq 3$ их СКО становится равным бесконечности, т.е. дисперсионная оценка ширины разброса не работает (перестает существовать);

• классический аппарат моментов для оценки формы и ширины распределения Стьюдента с малым числом степеней свободы оказывается не работоспособным, и их ширина и форма могут быть оценены лишь с использованием доверительных и энтропийных оценок. Этим распределение Стьюдента резко отличается от других распределений.

Разновидностью распределения Стьюдента является *распределение Коши*. Оно важно тем, что ему подчиняется распределение отношения двух нормально распределенных центрированных случайных величин. Распределение Коши — это предельное распределение семейства законов Стьюдента с минимально возможным числом степеней свободы, равным k = 1 (рис. 6.8):

$$p(x) = \frac{\Gamma(1)}{\sqrt{\pi}\Gamma(1/2)(1+x^2)} = \frac{1}{\pi(1+x^2)}.$$

В общем виде (не нормированном и не центрированном) распределение Коши имеет вид

$$p(x) = \frac{1}{A\pi\left\{1+\left[\left(x - X_ц\right)/A\right]^2\right\}},$$

где A, $X_ц$ — параметры распределения.

Свойства распределения Коши резко отличаются от свойств экспоненциальных распределений, а именно:

• дисперсия и СКО не существуют, так как определяющий их интеграл расходится. Они будут бесконечно увеличиваться при росте числа экспериментальных данных. Оценка ширины распределения может быть произведена только на основе теории информации;

• оценка центра в виде среднего арифметического для распределения Коши неправомочна, так как ее рассеяние $\sigma/\sqrt{n}$ равно бесконечности;

• математическое ожидание не существует;

• для определения $X_ц$ необходимо использовать медиану;

• эксцесс равен бесконечности, а контрэксцесс равен нулю;

• энтропийное значение погрешности равно $2\pi A$.

6.3.7. *Двухмодальные распределения*

К ним относятся дискретное двузначное, арксинусоидальное и двухмодальные остро- и кругловершинные распределения.

Дискретное двузначное распределение — это распределение, при котором с равными вероятностями встречаются только два значения случайной величины. В центрированном виде (рис. 6.9) оно описывается формулой

$$p(x) = 0{,}5\delta(x + A) + 0{,}5\delta(x - A),$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака; $\pm A$ — возможные значения случайной величины.

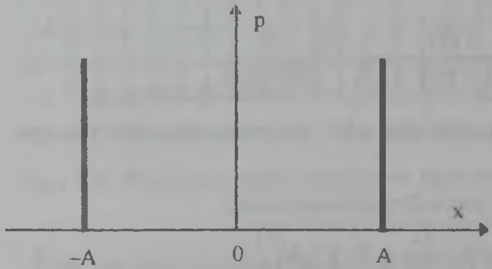


Рис. 6.9. Дискретное двузначное распределение

При дискретном двузначном распределении СКО равно значению параметра A, $\varepsilon = 1$, $\kappa = 1$, $k = 0$.

Дискретное двузначное распределение может быть приближенно представлено в виде суммы двух нормальных распределений с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку МО и при стремлении к нулю их СКО:

$$p(x) = \lim_{\sigma \to 0}\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma^2}} + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+A)^2}{2\sigma^2}}\right].$$

Арксинусоидальное распределение (рис. 6.10) описывается выражением:

$$p(x) = 1/(\pi\sqrt{A^2 - x^2}),$$

где A — параметр распределения. Его СКО равно $A/\sqrt{2}$, $\varepsilon = 1{,}5$, $\kappa = 0{,}816$, $k = 1{,}11$.

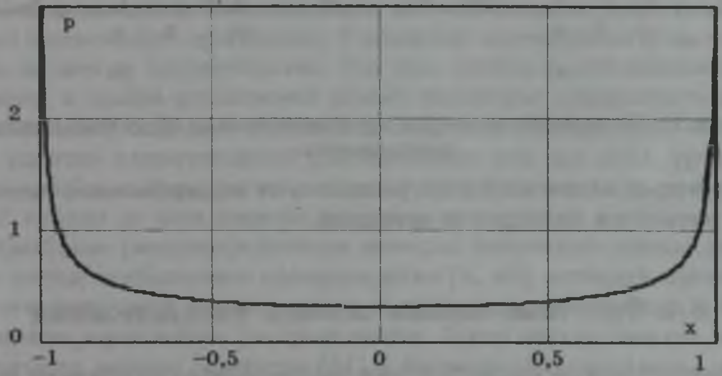


Рис. 6.10. Арксинусоидальное распределение при A = 1

Остро- и кругловершинные двухмодальные распределения получаются как композиция дискретного двузначного и экспоненциального распределений с различными значениями коэффициента α (рис. 6.11). При $\alpha < 2$ получаются островершинные, при $\alpha > 2$ — кругловершинные распределения.

Основными параметрами таких распределений являются:

• показатель относительного содержания в композиции дискретной составляющей $C_д = \sigma_д/\sigma_{экс} = A/\sigma_{экс}$, где $\sigma_д$ и $\sigma_{экс}$ — СКО дискретного и экспоненциального распределений. Как правило, $C_д \in (0; 2)$. Чем больше показатель $C_д$, тем больше провал. При $C_д = 0$ провал на графике распределения отсутствует;

• показатель степени α для экспоненциальных распределений, который обычно лежит в пределах от 0,5 до 2.

Островершинные распределения получаются при использовании некоторых высокоточных цифровых вольтметров, а кругловершин-

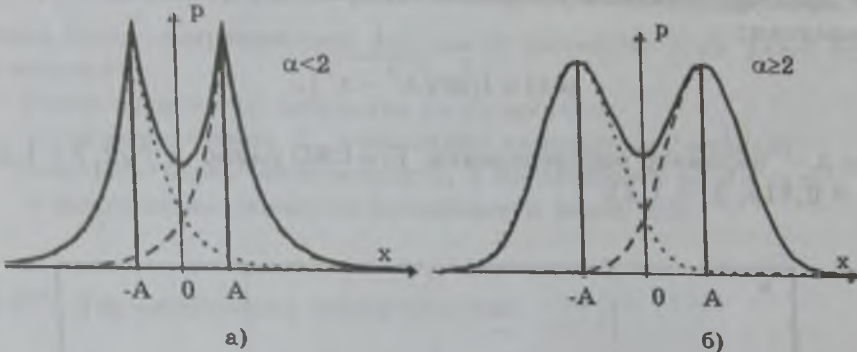


Рис. 6.11. Островершинные (а) и кругловершинные (б) двухмодальные распределения

ные распределения имеют погрешности от механического гистерезиса элементов приборов и датчиков.

6.4. Точечные оценки законов распределения

Рассмотренные выше функции распределения описывают поведение непрерывных случайных величин, т.е. величин, возможные значения которых неотделимы друг от друга и непрерывно заполняют некоторый конечный или бесконечный интервал. На практике все результаты измерений и случайные погрешности являются величинами дискретными, т.е. величинами x_i, возможные значения которых отделимы друг от друга и поддаются счету. При использовании дискретных случайных величин возникает задача нахождения точечных оценок параметров их функций распределения на основании *выборок* — ряда значений x_i, принимаемых случайной величиной x в n независимых опытах. Используемая выборка должна быть *репрезентативной* (представительной), т.е. должна достаточно хорошо представлять пропорции генеральной совокупности.

Оценка параметра называется *точечной*, если она выражается одним числом. Задача нахождения точечных оценок — частный случай статистической задачи нахождения оценок параметров функции распределения случайной величины на основании выборки. В отличие от самих параметров их точечные оценки являются случайными величинами, причем их значения зависят от объема экспериментальных данных, а закон распределения — от законов распределения самих случайных величин.

Точечные оценки могут быть состоятельными, несмещенными и эффективными. *Состоятельной* называется оценка, которая при увеличении объема выборки стремится по вероятности к истинному значению числовой характеристики. *Несмещенной* называется оценка, математическое ожидание которой равно оцениваемой числовой характеристике. Наиболее *эффективной* считают ту из нескольких возможных несмещенных оценок, которая имеет наименьшую дисперсию. Требование несмещенности на практике не всегда целесообразно, так как оценка с небольшим смещением и малой дисперсией может оказаться предпочтительнее несмещенной оценки с большой дисперсией. На практике не всегда удается удовлетворить одновременно все три этих требования, однако выбору оценки должен предшествовать ее критический анализ со всех перечисленных точек зрения.

Наиболее распространенным методом получения оценок является метод наибольшего правдоподобия [4, 48], который приводит к асимптотически несмещенным и эффективным оценкам с приближенно нормальным распределением. Среди других методов можно назвать методы моментов [24] и наименьших квадратов.

Точечной оценкой МО результата измерений является *среднее арифметическое значение* измеряемой величины

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \qquad (6.8)$$

При любом законе распределения оно является состоятельной и несмещенной оценкой, а также наиболее эффективной по критерию наименьших квадратов.

Точечная оценка дисперсии, определяемая по формуле

$$\tilde{D}[x] = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2, \qquad (6.9)$$

является несмещенной и состоятельной.

СКО случайной величины x определяется как корень квадратный из дисперсии. Соответственно его оценка может быть найдена путем извлечения корня из оценки дисперсии. Однако эта операция является нелинейной процедурой, приводящей к смещенности получаемой таким образом оценки. Для исправления оценки СКО вводят поправочный множитель k(n), зависящий от числа наблюдений n. Он изменяется от $k(3) = 1{,}13$ до $k(\infty) \approx 1{,}03$. Оценка среднего квадратического отклонения

$$\tilde{\sigma} = S_x = k(n)\sqrt{\tilde{D}[x]} = k(n)\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}\,.$$

Полученные оценки МО и СКО являются случайными величинами. Это проявляется в том, что при повторениях серий из n наблюдений каждый раз будут получаться различные оценки $\overline{x}$ и $\tilde{\sigma}$. Рассеяние этих оценок целесообразно оценивать с помощью СКО $S_{\overline{x}}$ и S_σ. Оценка СКО среднего арифметического значения

$$S_{\overline{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}. \qquad (6.10)$$

Оценка СКО [4, 48] среднего квадратического отклонения

$$S_\sigma \approx \tilde{\sigma}(S_x) = S_x\sqrt{\varepsilon - 1}\Big/\left(2\sqrt{n}\right).$$

Отсюда следует, что относительная погрешность определения СКО может быть оценена [4] как

$$S_\sigma \,/\, S_x = \sqrt{\varepsilon - 1}\Big/\left(2\sqrt{n}\right).$$

Она зависит только от эксцесса и числа наблюдений в выборке и не зависит от СКО, т.е. той точности, с которой производятся измерения. Ввиду того, что большое число измерений проводится относительно редко, погрешность определения σ может быть весьма существенной. В любом случае она больше погрешности из-за смещенности оценки, обусловленной извлечением квадратного корня и устраняемой поправочным множителем k(n). В связи с этим на практике пренебрегают учетом смещенности оценки СКО отдельных наблюдений и определяют его по формуле

$$\tilde{\sigma} = S_x = \sqrt{\tilde{D}[x]} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\,. \tag{6.11}$$

т.е. считают $k(n)=1$.

Иногда оказывается удобнее использовать следующие формулы для расчета оценок СКО отдельных наблюдений и результата измерения:

$$S_x = \sqrt{\frac{n}{n-1}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \bar{x}^2\right]}; \quad S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2 - \bar{x}^2\right]}\,. \tag{6.12}$$

Точечные оценки других параметров распределений используются значительно реже. Оценки коэффициента асимметрии и эксцесса находятся по формулам [55]

$$\tilde{v} = \frac{1}{nS_x^3}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3\,; \quad \tilde{\varepsilon} = \frac{1}{nS_x^4}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4\,.$$

Определение рассеяния оценок коэффициента асимметрии и эксцесса описывается различными формулами в зависимости от вида распределения. Краткий обзор этих формул приведен в [4].

6.5. Доверительная вероятность и доверительный интервал

Рассмотренные точечные оценки параметров распределения дают оценку в виде числа, наиболее близкого к значению неизвестного параметра. Такие оценки используют только при большом числе измерений. Чем меньше объем выборки, тем легче допустить ошибку при выборе параметра. Для практики важно не только получить точечную оценку, но и определить интервал, называемый *доверительным*, между границами которого с заданной *доверительной вероятностью*

$$P\{x_н < x < x_в\} = 1 - q,$$

где q — уровень значимости; $x_н$, $x_в$ — нижняя и верхняя границы интервала, находится истинное значение оцениваемого параметра.

В общем случае доверительные интервалы можно строить на основе *неравенства Чебышева*. При любом законе распределения случайной величины, обладающей моментами первых двух порядков, верхняя граница вероятности попадания отклонения случайной величины x от центра распределения $X_ц$ в интервал tS_x описывается неравенством Чебышева

$$P\left\{\left|x - X_ц\right| \le tS_x\right\} \le 1 - 1/t^2,$$

где S_x — оценка СКО распределения; t — положительное число.

Для нахождения доверительного интервала не требуется знать закон распределения результатов наблюдений, но нужно знать оценку СКО. Полученные с помощью неравенства Чебышева интервалы оказываются слишком широкими для практики. Так, доверительной вероятности 0,9 для многих законов распределений соответствует доверительный интервал $1{,}6S_x$. Неравенство Чебышева дает в данном случае $3{,}16S_x$. В связи с этим оно не получило широкого распространения.

В метрологической практике используют главным образом *квантильные оценки* доверительного интервала. Под *100Р-процентным квантилем* x_P понимают абсциссу такой вертикальной линии, слева от которой площадь под кривой плотности распределения равна Р%. Иначе говоря, *квантиль* — это значение случайной величины (погрешности) с заданной доверительной вероятностью Р. Например, медиана распределения является 50%-ным квантилем $x_{0,5}$.

На практике 25- и 75%-ный квантили принято называть *сгибами*, или *квантилями распределения*. Между ними заключено 50% всех возможных значений случайной величины, а остальные 50% лежат вне их. Интервал значений случайной величины x между $x_{0,05}$ и $x_{0,95}$ охватывает 90% всех ее возможных значений и называется *интерквантильным промежутком с 90%-ной вероятностью*. Его протяженность равна $d_{0,9} = x_{0,95} - x_{0,05}$.

На основании такого подхода вводится понятие *квантильных значений погрешности*, т.е. значений погрешности с заданной доверительной вероятностью Р — границ интервала неопределенности $\pm\Delta_д = \pm(x_P - x_{1-P})/2 = \pm d_P/2$. На его протяженности встречается Р% значений случайной величины (погрешности), а q = (1−Р)% общего их числа остаются за пределами этого интервала.

Для получения интервальной оценки нормально распределенной случайной величины необходимо:

- определить точечную оценку МО $\bar{x}$ и СКО S_x случайной величины по формулам (6.8) и (6.11) соответственно;
- выбрать доверительную вероятность P из рекомендуемого ряда значений 0,90; 0,95; 0,99;
- найти верхнюю $x_в$ и нижнюю $x_н$ границы в соответствии с уравнениями

$$F(x_н) = q/2 = 1 - P/2 \quad и \quad F(x_в) = 1 - q/2 = 1 + P/2,$$

полученными с учетом (6.1). Значения $x_н$ и $x_в$ определяются из таблиц значений интегральной функции распределения F(t) или функции Лапласа Ф(t).

Полученный доверительный интервал удовлетворяет условию

$$P\left\{\bar{x} - z_P S_x / \sqrt{n} < x < \bar{x} + z_P S_x / \sqrt{n}\right\} = 2F\left(z_P\right), \qquad (6.13)$$

где n — число измеренных значений; z_P — аргумент функции Лапласа Ф(t), отвечающей вероятности P/2. В данном случае z_P называется квантильным множителем. Половина длины доверительного интервала $D_P = z_P S_x / \sqrt{n}$ называется доверительной границей погрешности результата измерений.

Пример 6.1. Произведено 50 измерений постоянного сопротивления. Определить доверительный интервал для МО значения постоянного сопротивления, если закон распределения нормальный с параметрами $m_x = \bar{R} = 590$ Ом, $S_x = 90$ Ом при доверительной вероятности P = 0,9.

Так как гипотеза о нормальности закона распределения не противоречит опытным данным, доверительный интервал определяется по формуле

$$P\left\{\bar{x} - z_P / S_x \sqrt{n} < x < \bar{x} + z_P / S_x \sqrt{n}\right\} = 2\Phi\left(z_P\right).$$

Отсюда $\Phi(z_P) = 0{,}45$. Из таблицы, приведенной в приложении 1, находим, что $z_P = 1{,}65$. Следовательно, доверительный интервал запишется в виде

$590 - 1{,}65 \cdot 90 / \sqrt{50} < R < 590 + 1{,}65 \cdot 90 / \sqrt{50}$ или $590-21 < R < 590+21$.

Окончательно 509 Ом < R < 611 Ом.

При отличии закона распределения случайной величины от нормального необходимо построить его математическую модель и определять доверительный интервал с ее использованием.

Рассмотренный способ нахождения доверительных интервалов справедлив для достаточно большого числа наблюдений n, когда $\sigma = S_x$. Следует помнить, что вычисляемая оценка СКО S_x является лишь некоторым приближением к истинному значению σ. Определение доверительного интервала при заданной вероятности оказывается тем менее надежным, чем меньше число наблюдений. Нельзя пользоваться формулами нормального распределения при малом числе наблюдений, если нет возможности теоретически на основе предварительных опытов с достаточно большим числом наблюдений определить СКО.

Расчет доверительных интервалов для случая, когда распределение результатов наблюдений нормально, но их дисперсия неизвестна, т.е. при малом числе наблюдений n, возможно выполнить с использованием распределения Стьюдента S(t,k). Оно описывает плотность распределения отношения (дроби Стьюдента):

$$t = \frac{\overline{x} - M[x]}{S_{\overline{x}}} = \frac{\overline{x} - Q}{S_{\overline{x}}} = \sqrt{n}\,\frac{\overline{x} - Q}{S_x},$$

где Q — истинное значение измеряемой величины. Величины $\overline{x}$, S_x и $S_{\overline{x}}$ вычисляются на основании опытных данных и представляют собой точечные оценки МО, СКО результатов измерений и СКО среднего арифметического значения.

Вероятность того, что дробь Стьюдента в результате выполненных наблюдений примет некоторое значение в интервале $(-t_P; +t_P)$

$$P\left\{-t_P < \frac{\overline{x} - Q}{S_x} < +t_P\right\} = P\left\{\left|\overline{x} - Q\right| < \frac{t_P S_x}{\sqrt{n}}\right\} = \int_{-t_P}^{+t_P} S(t,k)dt = 2\int_{0}^{t_P} S(t,k)dt, \tag{6.14}$$

где k — число степеней свободы, равное (n − 1). Величины t_P (называемые в данном случае *коэффициентами Стьюдента*), рассчитанные с помощью двух последних формул для различных значений доверительной вероятности и числа измерений, табулированы (см. таблицу в приложении 1). Следовательно, с помощью распределения Стьюдента можно найти вероятность того, что отклонение среднего арифметического от истинного значения измеряемой величины не превышает $\Delta_P = t_P S_{\bar{x}} = t_P S_x / \sqrt{n}$.

В тех случаях, когда распределение случайных погрешностей не является нормальным, все же часто пользуются распределением Стьюдента с приближением, степень которого остается неизвестной. Распределение Стьюдента применяют при числе измерений $n < 30$, поскольку уже при $n = 20, \ldots, 30$ оно переходит в нормальное и вместо уравнения (6.14) можно использовать уравнение (6.13). Результат измерения записывается в виде: $Q = \bar{x} \pm tS_x / \sqrt{n}$; $P = P_д$, где $P_д$ — конкретное значение доверительной вероятности. Множитель t при большом числе измерений n равен квантильному множителю z_P. При малом n он равен коэффициенту Стьюдента.

Полученный результат измерения не является одним конкретным числом, а представляет собой интервал, внутри которого с некоторой вероятностью $P_д$ находится истинное значение измеряемой величины. Выделение середины интервала $\bar{x}$ вовсе не предполагает, что истинное значение ближе к нему, чем к остальным точкам интервала. Оно может быть в любом месте интервала, а с вероятностью $1-P_д$ даже вне его.

Пример 6.2. Определение удельных магнитных потерь для различных образцов одной партии электротехнической стали марки 2212 дало следующие результаты: 1,21; 1,17; 1,18; 1,13; 1,19; 1,14; 1,20 и 1,18 Вт/кг. Считая, что систематическая погрешность отсутствует, а случайная распределена по нормальному закону, требуется определить доверительный интервал при значениях доверительной вероятности 0,9 и 0,95. Для решения задачи использовать формулу Лапласа и распределение Стьюдента.

По формулам (6.8) и (6.11) находим оценки среднего арифметического значения и СКО результатов измерений. Они соответственно равны 1,18 и 0,0278 Вт/кг. Считая, что оценка СКО равна самому отклонению, находим:

$$P\left\{1{,}18 - z_P \frac{0{,}0278}{\sqrt{8}} < x < 1{,}18 + z_P \frac{0{,}0278}{\sqrt{8}}\right\} = 2\Phi(z_P) = 0{,}9 .$$

Отсюда, используя значения функции Лапласа, приведенные в таблице приложения 1, определяем, что z_P = 1,65. Для P = 0,95 коэффициент z_P=1,96. Доверительные интервалы, соответствующие P = 0,9 и 0,95, равны 1,18±0,016 и 1,18±0,019 Вт/кг.

В том случае, когда нет оснований считать, что СКО и его оценка равны, доверительный интервал определяется на основе распределения Стьюдента:

$$P\left\{\left|\overline{x} - Q\right| < \frac{t_P \cdot 0{,}0278}{\sqrt{8}}\right\} = 2\int_0^{t_P} S(t,k)dt = 0{,}9.$$

По таблице приложения 1 находим, что $t_{0,9}$ = 1,9 и $t_{0,95}$ = 2,37. Отсюда доверительные интервалы соответственно равны 1,18±0,019 и 1,18±0,023 Вт/кг.

Контрольные вопросы

1. При каких условиях погрешность измерения может рассматриваться как случайная величина?
2. Перечислите свойства интегральной и дифференциальной функций распределения случайной величины.
3. Назовите числовые параметры законов распределения.
4. Каким образом может задаваться центр распределения?
5. Что такое моменты распределения? Какие из них нашли применение в метрологии?
6. Назовите основные классы распределений, используемых в метрологии.
7. Дайте характеристику распределениям, входящим в класс трапецеидальных распределений.
8. Что такое экспоненциальные распределения? Каковы их свойства и характеристики?
9. Что такое нормальное распределение? Почему оно играет особую роль в метрологии?
10. Что такое функция Лапласа и для чего она используется?
11. Как описывается и где используется семейство распределений Стьюдента?
12. Какие точечные оценки законов распределения вы знаете? Какие требования предъявляются к ним?
13. Что такое доверительный интервал? Какие способы его задания вам известны?

Глава 7. ГРУБЫЕ ПОГРЕШНОСТИ И МЕТОДЫ ИХ ИСКЛЮЧЕНИЯ

7.1. Понятие о грубых погрешностях

Грубая погрешность, или промах, — это погрешность результата отдельного измерения, входящего в ряд измерений, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда. Источником грубых погрешностей нередко бывают резкие изменения условий измерения и ошибки, допущенные оператором. К ним можно отнести:

- неправильный отсчет по шкале измерительного прибора, происходящий из-за неверного учета цены малых делений шкалы;
- неправильная запись результата наблюдений, значений отдельных мер использованного набора, например гирь;
- хаотические изменения параметров питающего СИ напряжения, например его амплитуды или частоты.

Грубые погрешности, как правило, возникают при однократных измерениях и обычно устраняются путем повторных измерений. Их причинами могут быть внезапные и кратковременные изменения условий измерения или оставшиеся незамеченными неисправности в аппаратуре.

Корректная статистическая обработка выборки возможна только при ее однородности, т.е. в том случае, когда все ее члены принадлежат к одной и той же генеральной совокупности. В противном случае обработка данных бессмысленна. "Чужие" отсчеты по своим значениям могут существенно не отличаться от "своих" отсчетов. Их можно обнаружить только по виду гистограмм или дифференциальных законов распределения. Наличие таких аномальных отсчетов принято называть *загрязнениями* выборки, однако выделить члены выборки, принадлежащие каждой из генеральных совокупностей, практически невозможно.

Если "свои" и "чужие" отсчеты различаются по значениям, то их исключают из выборки (рис.7.1,а). Особую неприятность доставляют отсчеты, которые хотя и не входят в компактную группу основной массы отсчетов выборки, но и не удалены от нее на значительное расстояние, — так называемые предполагаемые прома-

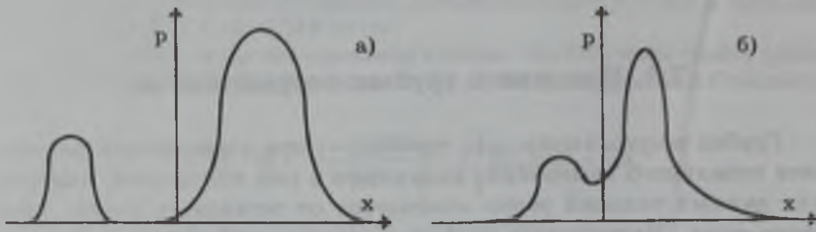


Рис. 7.1. Проявление промахов на дифференциальном законе распределения вероятности

хи (рис.7.1,б). Отбрасывание “слишком” удаленных от центра выборки отсчетов называется *цензурированием* выборки. Это осуществляется с помощью специальных критериев.

7.2. Критерии исключения грубых погрешностей

При однократных измерениях обнаружить промах не представляется возможным. Для уменьшения вероятности появления промахов измерения проводят два-три раза и за результат принимают среднее арифметическое полученных отсчетов. При многократных измерениях для обнаружения промахов используют статистические критерии, предварительно определив, какому виду распределения соответствует результат измерений.

Вопрос о том, содержит ли результат наблюдений грубую погрешность, решается общими методами проверки статистических гипотез. Проверяемая гипотеза состоит в утверждении, что результат наблюдения x_i не содержит грубой погрешности, т.е. является одним из значений измеряемой величины. Пользуясь определенными статистическими критериями, пытаются опровергнуть выдвинутую гипотезу. Если это удается, то результат наблюдений рассматривают как содержащий грубую погрешность и его исключают.

Для выявления грубых погрешностей задаются вероятностью q (уровнем значимости) того, что сомнительный результат действительно мог иметь место в данной совокупности результатов измерений.

Критерий "трех сигм" применяется для результатов измерений, распределенных по нормальному закону. По этому критерию считается, что результат, возникающий с вероятностью $q \le 0{,}003$, маловероятен и его можно считать промахом, если $|\bar{x} - x_i| > 3S_x$, где S_x — оценка СКО измерений. Величины $\bar{x}$ и S_x вычисляют без учета экстремальных значений x_i. Данный критерий надежен при числе измерений $n \ge 20 \ldots 50$.

Это правило обычно считается слишком жестким, поэтому рекомендуется [4] назначать границу цензурирования в зависимости от объема выборки: при $6 < n \le 100$ она равна $4S_x$; при $100 < n \le 1000$ – $4{,}5S_x$; при $1000 < n \le 10000$ – $5S_x$. Данное правило также применимо только для нормального закона.

В общем случае границы цензурирования $t_{гр}S_x$ выборки зависят не только от объема n, но и от вида распределения. Назначая ту или иную границу, необходимо оценить уровень значимости q, т.е. вероятность исключения какой-либо части отсчетов, принадлежащих обрабатываемой выборке. В [4] приводится выражение для приближенного расчета коэффициента $t_{гр}$ при уровне значимости $q < 1/(n+1)$:

$$t_{гр} = 1{,}55 + 0{,}8\sqrt{\varepsilon - 1}\,\lg(n/10),$$

где ε — эксцесс распределения. Данные выражения применимы для:

- кругловершинных двухмодальных распределений с $\varepsilon = 1{,}5, \ldots, 3$, являющихся композицией дискретного двузначного и нормального распределений;
- островершинных двухмодальных распределений с $\varepsilon = 1{,}5, \ldots, 6$, являющихся композицией дискретного двузначного распределения и распределения Лапласа;
- композиций равномерного и экспоненциальных распределений с показателем степени $\alpha = 1/2$ при $\varepsilon = 1{,}8, \ldots, 6$;
- экспоненциальных распределений с $\varepsilon = 1{,}5, \ldots, 6$.

Критерий Романовского применяется, если число измерений $n < 20$. При этом вычисляется отношение $|(\bar{x} - x_i)/S_x| = \beta$ и сравнивается с критерием $\beta_т$, выбранным по табл. 7.1. Если $\beta \ge \beta_т$, то результат x_i считается промахом и отбрасывается.

Пример 7.1. При диагностировании топливной системы автомобиля результаты пяти измерений расхода топлива составили: 22, 24, 26, 28, 30 л на 100 км. Последний результат вызывает сомнение. Проверить по критерию Романовского, не является ли он промахом.

Найдем среднее арифметическое значение расхода топлива и его СКО без учета последнего результата, т.е. для четырех измерений. Они соответственно равны 25 и 2,6 л на 100 км.

Поскольку $n < 20$, то по критерию Романовского при уровне значимости 0,01 и $n = 4$ табличный коэффициент $\beta_т = 1{,}73$. Вычисленное для последнего, пятого измерения $\beta = |(25-30)|/2{,}6 = 1{,}92 > 1{,}73$.

Критерий Романовского свидетельствует о необходимости отбрасывания последнего результата измерения.

Критерий Шарлье используется, если число наблюдений в ряду велико ($n > 20$). Тогда по теореме Бернулли [56] число результатов, превышающих по абсолютному значению среднее арифметическое значение на величину $K_Ш S_x$, будет $n[1 - \Phi(K_Ш)]$, где $\Phi(K_Ш)$ — значение нормированной функции Лапласа для $X = K_Ш$.

Таблица 7.1

Значения критерия Романовского $\beta = f(n)$

q	n=4	n=6	n=8	n=10	n=12	n=15	n=20
0,01	1,73	2,16	2,43	2,62	22,75	2,90	3,08
0,02	1,72	2,13	2,37	2,54	2,66	2,80	2,96
0,05	1,71	2,10	2,27	2,41	2,52	2,64	2,78
0,10	1,69	2,00	2,17	2,29	2,39	2,49	2,62

Таблица 7.2

Значения критерия Шарлье

n	5	10	20	30	40	50	100
$K_Ш$	1,3	1,65	1,96	2,13	2,24	2,32	2,58

Если сомнительным в ряду результатов наблюдений является один результат, то $n[1 - \Phi(K_Ш)] = 1$. Отсюда $\Phi(K_Ш) = (n-1)/n$. Значения критерия Шарлье приведены в табл. 7.2.

Пользуясь критерием Шарлье, отбрасывают результат, для значения которого в ряду из n наблюдений выполняется неравенство $|x_i - \bar{x}| > K_Ш S_x$.

Вариационный критерий Диксона удобный и достаточно мощный (с малыми вероятностями ошибок). При его применении полученные результаты наблюдений записывают в вариационный возрастающий ряд $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ($x_1 < x_2 < \ldots < x_n$). Критерий Диксона определяется как $K_Д = (x_n - x_{n-1})/(x_n - x_1)$. Критическая область для этого критерия $P(K_Д > Z_q) = q$. Значения Z_q приведены в табл. 7.3 [56].

Пример 7.2. Было проведено пять измерений напряжения в электросети. Получены следующие данные: 127,1; 127,2; 126,9; 127,6; 127,2 В. Результат 127,6 В существенно (на первый взгляд) отличается от остальных. Проверить, не является ли он промахом.

Таблица 7.3

Значения критерия Диксона

n	Z_q при q, равном			
	0,10	0,05	0,02	0,01
4	0,68	0,76	0,85	0,89
6	0,48	0,56	0,64	0,70
8	0,40	0,47	0,54	0,59
10	0,35	0,41	0,48	0,53
14	0,29	0,35	0,41	0,45
16	0,28	0,33	0,39	0,43
18	0,26	0,31	0,37	0,41
20	0,26	0,30	0,36	0,39
30	0,22	0,26	0,31	0,34

Составим вариационный ряд из результатов измерений напряжения в электросети: 126,9; 127,1; 127,2; 127,2; 127,6 В. Для крайнего члена этого ряда (127,6 В) критерий Диксона

$$К_Д = (127{,}6 - 127{,}2) / (127{,}6 - 126{,}9) = 0{,}4 / 0{,}7 \approx 0{,}57.$$

Как следует из табл.7.3, по этому критерию результат 127,6 В может быть отброшен как промах лишь на уровне значимости q = 0,10.

Применение рассмотренных критериев требует осмотрительности и учета объективных условий измерений. Конечно, оператор должен исключить результат наблюдения с явной грубой погрешностью и выполнить новое измерение. Но он не имеет права отбрасывать более или менее резко отличающиеся от других результаты наблюдений. В сомнительных случаях лучше сделать дополнительные измерения (не взамен сомнительных, а кроме них) и затем привлекать на помощь рассмотренные выше статистические критерии. Кроме рассмотренных критериев, существуют и другие, например критерии Граббса и Шовенэ.

Контрольные вопросы

1. Что такое грубые погрешности и промахи? Как определить их присутствие в выборке по виду закона распределения или гистограмме?
2. Расскажите о критерии "трех сигм" и его модификациях.
3. Как применить критерий Романовского для исключения из выборки промахов?
4. В чем суть критерия Шарлье?
5. Расскажите об использовании вариационного критерия Диксона для нахождения промахов.

Глава 8. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

8.1. Прямые многократные измерения

8.1.1. Равноточные измерения

Прямые многократные измерения делятся на равно- и неравноточные. Теоретические основы и методика объединения результатов неравноточных измерений подробно рассмотрены в [3]. *Равноточными* называются измерения, которые проводятся средствами измерений одинаковой точности по одной и той же методике при неизменных внешних условиях. При равноточных измерениях СКО результатов всех рядов измерений равны между собой.

Перед проведением обработки результатов измерений необходимо удостовериться в том, что данные из обрабатываемой выборки статистически подконтрольны, группируются вокруг одного и того же центра и имеют одинаковую дисперсию. Устойчивость изменений часто оценивают интуитивно на основе длительных наблюдений. Однако существуют математические методы решения поставленной задачи — так называемые методы проверки однородности [3]. Применительно к измерениям рассматривается однородность групп наблюдений, необходимые признаки которой состоят в оценке несмещенности средних арифметических и дисперсий относительно друг друга.

Проверка допустимости различия между оценками дисперсий нормально распределенных результатов измерений выполняется с помощью критерия Р.Фишера при наличии двух групп наблюдений и критерия М.Бартлетта, если групп больше. Критерий Фишера рассмотрен в гл. 5.

Задача обработки результатов многократных измерений заключается в нахождении оценки измеряемой величины и доверительного интервала, в котором находится ее истинное значение. Обработка должна проводится в соответствии с ГОСТ 8.207–76 "ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Общие положения".

Исходной информацией для обработки является ряд из n ($n > 4$) результатов измерений x_1, x_2, x_3,..., x_n, из которых исключены известные систематические погрешности, — выборка. Число n зависит как от требований к точности получаемого результата, так и от реальной возможности выполнять повторные измерения.

Последовательность обработки результатов прямых многократных измерений состоит из ряда этапов.

Определение точечных оценок закона распределения результатов измерений. На этом этапе определяются:

• среднее арифметическое значение $\bar{x}$ измеряемой величины по формуле (6.8);

• СКО результата измерения S_x по формуле (6.11) или (6.12);

• СКО среднего арифметического значения $S_{\bar{x}}$ по формуле (6.10).

В соответствии с критериями, рассмотренными в гл. 7, грубые погрешности и промахи исключаются, после чего проводится повторный расчет оценок среднего арифметического значения и его СКО. В ряде случаев для более надежной идентификации закона распределения результатов измерений могут определяться другие точечные оценки: коэффициент асимметрии, эксцесс и контрэксцесс, энтропийный коэффициент.

Определение закона распределения результатов измерений или случайных погрешностей измерений. В последнем случае от выборки результатов измерений $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ переходят к выборке отклонений от среднего арифметического $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \ldots, \Delta x_n$, где $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$.

Первым шагом при идентификации закона распределения является построение по исправленным результатам измерений x_i, где $i = 1, 2, \ldots, n$, *вариационного ряда* (упорядоченной выборки), а также y_i, где $y_1 = \min(x_i)$ и $y_n = \max(x_i)$. В вариационном ряду результаты измерений (или их отклонения от среднего арифметического) располагают в порядке возрастания. Далее этот ряд разбивается на оптимальное число m, как правило, одинаковых *интервалов группирования* длиной $h = (y_1 + y_n) / m$.

Задача определения оптимального числа m интервалов группирования рассматривалась в ряде работ, обзор которых дан в [4]. Оптимальным является такое число интервалов m, при котором возможное максимальное сглаживание случайных флуктуаций данных сопровождается с минимальным искажением от сглаживания самой кривой искомого распределения. Для практического применения целесообразно использовать предложенные в [4] выражения $m_{min} = 0{,}55n^{0,4}$ и $m_{max} = 1{,}25n^{0,4}$, которые получены для наиболее часто встречающихся на практике распределений с эксцессом, находящимся в пределах от 1,8 до 6, т.е. от равномерного до распределения Лапласа.

Искомое значение m должно находится в пределах от m_{min} до m_{max}, быть нечетным, так как при четном m в островершинном или двухмодальном симметричном распределении в центре гистограммы оказываются два равных по высоте столбца и середина кривой распределения искусственно уплощается. В случае, если гистограмма распределения явно двухмодальная, число столбцов может быть увеличено в 1,5–2 раза, чтобы на каждый из двух максимумов приходилось примерно по m интервалов. Полученное значение длины интервала группирования h всегда округляют в большую сторону, иначе последняя точка окажется за пределами крайнего интервала.

Далее определяют интервалы группирования экспериментальных данных в виде $\Delta_1 = (y_1,\ y_1+h)$; $\Delta_2 = (y_1+h,\ y_1+2h)$;....; $\Delta_m = (y_n-h;\ y_n)$, и подсчитывают число попаданий n_k (*частоты*) результатов измерений в каждый интервал группирования. Сумма этих чисел должна равняться числу измерений. По полученным значениям рассчитывают вероятности попадания результатов измерений (*частости*) в каждый из интервалов группирования по формуле $p_k = n_k/n$, где $k=1,\ 2,\ldots,\ m$.

Проведенные расчеты позволяют построить гистограмму, полигон и кумулятивную кривую. Для построения *гистограммы* по оси результатов наблюдений x (рис. 8.1,а) откладываются интервалы Δ_k в порядке возрастания номеров и на каждом интервале строится прямоугольник высотой p_k. Площадь, заключенная под графиком, пропорциональна числу наблюдений n. Иногда высоту прямоугольника откладывают равной эмпирической плотности вероятности $p_k^{*} = p_k/\Delta_k = n_k/(n\Delta_k)$, которая является оценкой средней плотности в интервале Δ_k. В этом случае площадь под гистограммой равна единице. При увеличении числа интервалов и соответственно уменьшении их длины гистограмма все более приближается к гладкой кривой — графику плотности распределения вероятности. Следует отметить, что в ряде случаев производят расчетное симметрирование гистограммы, методика которого приведена в [4].

Полигон представляет собой ломаную кривую, соединяющую середины верхних оснований каждого столбца гистограммы (см.

рис. 8.1,а). Он более наглядно, чем гистограмма, отражает форму кривой распределения. За пределами гистограммы справа и слева остаются пустые интервалы, в которых точки, соответствующие их серединам, лежат на оси абсцисс.

Эти точки при построении полигона соединяют между собой отрезками прямых линий. В результате совместно с осью x образуется замкнутая фигура, площадь которой в соответствии с правилом нормирования должна быть равна единице (или числу наблюдений при использовании частостей).

Кумулятивная кривая — это график статистической функции распределения. Для ее построения по оси результатов наблюдений x (рис. 8.1,б) откладывают интервалы Δ_k в порядке возрастания номеров и на каждом интервале строят прямоугольник высотой

$$F_k = \sum_{k=1}^{k} p_k = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k} n_k.$$

Значение F_k называется *кумулятивной частостью*, а сумма n_k — *кумулятивной частотой*.

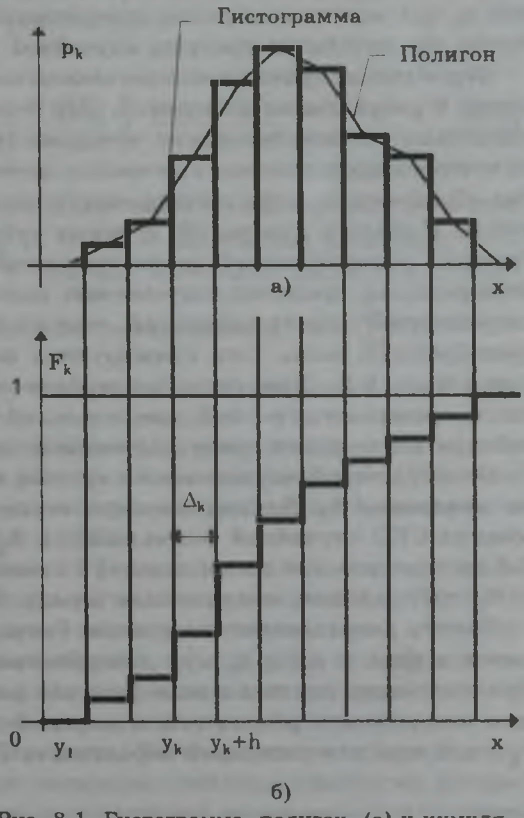


Рис. 8.1. Гистограмма, полигон (а) и кумулятивная кривая (б)

По виду построенных зависимостей может быть оценен закон распределения результатов измерений.

Оценка закона распределения по статистическим критериям. При числе наблюдений n > 50 для идентификации закона распределения используется критерий Пирсона (хи-квадрат, см. 8.1.2) или критерий Мизеса—Смирнова (ω_2). При $50 > n > 15$ для проверки нормальности закона распределения применяется составной критерий (d-критерий), приведенный в ГОСТ 8.207–76. При $n < 15$ принадлежность экспериментального распределения к нормальному не проверяется.

Определение доверительных границ случайной погрешности. Если удалось идентифицировать закон распределения результатов измерений, то с его использованием находят квантильный множитель z_P при заданном значении доверительной вероятности P. В этом случае доверительные границы случайной погрешности $\Delta = \pm z_P S_{\bar{x}}$.

Определение границ неисключенной систематической погрешности θ результата измерений. Под этими границами понимают найденные нестатистическими методами границы интервала, внутри которого находится неисключенная систематическая погрешность. Она образуется из ряда составляющих: как правило, погрешностей метода и средств измерений, а также субъективной погрешности. Границы неисключенной систематической погрешности принимаются равными пределам допускаемых основных и дополнительных погрешностей средств измерений, если их случайные составляющие пренебрежимо малы. Они суммируются по правилам, рассмотренным в разд. 9.2. Доверительная вероятность при определении границ θ принимается равной доверительной вероятности, используемой при нахождении границ случайной погрешности.

Определение доверительных границ погрешности результата измерения Δ_P. Данная операция осуществляется путем суммирования СКО случайной составляющей $S_{\bar{x}}$ и границ неисключенной систематической составляющей θ в зависимости от соотношения $\theta / S_{\bar{x}}$ по правилам, изложенным в разд. 9.4.

Запись результата измерения. Результат измерения записывается в виде $x = \bar{x} \pm \Delta_P$ при доверительной вероятности $P = P_д$. При отсутствии данных о виде функции распределения составляющих погрешности результаты измерений представляют в виде $\bar{x}$, $S_{\bar{x}}$, n, θ при доверительной вероятности $P = P_д$.

8.1.2. Идентификация формы распределения результатов измерений

В качестве способа оценки близости распределения выборки экспериментальных данных к принятой аналитической модели закона распределения используются критерии согласия. Известен целый ряд критериев согласия, предложенных разными авторами. Наибольшее распространение в практике получил *критерий Пирсона*. Идея этого метода состоит в контроле отклонений гистограммы экспериментальных данных от гистограммы с таким же числом интервалов, построенной на основе распределения, совпадение с которым определяется. Использование критерия Пирсона [3, 48] возможно при большом числе измерений ($n > 50$) и заключается в вычислении величины χ^2 (хи-квадрат):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(n_i - N_i)^2}{N_i} = \sum_{i=1}^{m} \frac{(n_i - nP_i)^2}{nP_i}, \tag{8.1}$$

где n_i, N_i — экспериментальные и теоретические значения частот в i-м интервале разбиения; m — число интервалов разбиения; P_i — значения вероятностей в том же интервале разбиения, соответствующие выбранной модели распределения; $n = \sum_{i=1}^{m} n_i$.

При $n \to \infty$ случайная величина χ^2 имеет распределение Пирсона с числом степеней свободы $\nu = m-1-r$, где r — число определяемых по статистике параметров, необходимых для совмещения модели и гистограммы. Для нормального закона распределения $r = 2$, так как закон однозначно характеризуется указанием двух его параметров — математического ожидания и СКО.

Если бы выбранная модель в центрах всех m столбцов совпадала с экспериментальными данными, то все m разностей $(n_i - N_i)$ были бы равны нулю, а следовательно, и значение критерия χ^2 также было бы равно нулю. Таким образом, χ^2 есть мера суммарного отклонения между моделью и экспериментальным распределением.

Критерий χ^2 не инвариантен к числу столбцов и существенно возрастает с увеличением их числа. Поэтому для использования его при разном числе столбцов составлены таблицы квантилей распределения χ^2, входом в которые служит так называемое число степеней свободы $\nu = (m-1-r)$. Чтобы совместить модель, соответствующую нормальному закону, с гистограммой, необходимо совместить координату центра, а для того, чтобы ширина модели соответствовала ширине гистограммы, ее нужно задать как $r = 2$ и $\nu = m-3$. Часть квантилей распределения χ_q^2 приведена в табл. 8.1.

Если вычисленная по опытным данным мера расхождения χ^2 меньше определенного из таблицы значения $\chi_q^{\ 2}$, то гипотеза о совпадении экспериментального и выбранного теоретического распределений принимается. Это не значит, что гипотеза верна. Можно лишь утверждать, что она правдоподобна, т.е. она не противоречит

Таблица 8.1

Значения χ_q^2 при различном уровне значимости

ν	$\chi_q^{\ 2}$ при уровне значимости q, равном								
	0,99	0,95	0,9	0,8	0,5	0,2	0,1	0,05	0,02
2	0,02	0,1	0,21	0,45	1,39	3,22	4,61	5,99	7,82
4	0,3	0,71	1,06	1,65	3,36	5,99	7,78	9,49	11,67
6	0,87	1,63	2,20	3,07	5,35	8,56	10,65	12,59	15,03
8	1,65	2,73	3,49	4,59	7,34	11,03	13,36	15,51	18,17
10	2,56	3,94	4,87	6,18	9,34	13,44	15,99	18,31	21,16
12	3,57	5,23	6,30	7,81	11,34	15,81	18,55	21,03	24,05
14	4,66	6,57	7,79	9,47	13,34	18,15	21,06	23,69	26,87
16	5,81	7,96	9,31	11,2	15,34	20,46	23,54	26,3	29,63
20	8,26	10,85	12,44	14,58	19,34	25,04	28,41	31,41	35,02
25	11,52	14.61	16,47	18,94	24,34	30,68	34,38	37,65	41,57
30	14,95	18,46	20,60	23,36	29,34	36,25	40,26	43,77	47,96

опытным данным. Если же χ^2 выходит за границы доверительного интервала, то гипотеза отвергается как противоречащая опытным данным.

Методика определения соответствия экспериментального и принятого законов распределения заключается в следующем:

- определяют оценки среднего арифметического значения $\bar{x}$ и СКО S_x по формулам (6.9) и (6.11);
- группируют результаты многократных наблюдений по интервалам длиной h, число которых определяют так же, как и при построении гистограммы;
- для каждого интервала разбиения определяют его центр x_{i0} и подсчитывают число наблюдений n_i, попавших в каждый интервал;
- вычисляют число наблюдений для каждого из интервалов, теоретически соответствующее выбранной аналитической модели

распределения. Для этого сначала от реальных середин интервалов x_{i0} производят переход к нормированным серединам $z_i = (x_{i0} - \bar{x})/S_x$. Затем для каждого значения z_i с помощью аналитической модели находят значение функции плотности вероятностей $f(z_i)$. Например, для нормального закона

$$f(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z_i^2/2}.$$

По найденному значению $f(z_i)$ определяют ту часть N_i имеющихся наблюдений, которая теоретически должна быть в каждом из интервалов $N_i = nhf(z_i)/S_x$, где n — общее число наблюдений;

• если в какой-либо интервал теоретически попадает меньше пяти наблюдений, то в обеих гистограммах его соединяют с соседним интервалом. После этого определяют число степеней свободы $v = m-1-r$, где m — общее число интервалов. Если было произведено укрупнение, то m — число интервалов после укрупнения;

• по формуле (8.1) определяют показатель разности частот χ^2;

• выбирают уровень значимости критерия q. Он должен быть небольшим, чтобы была мала вероятность совершить ошибку первого рода. По уровню значимости и числу степеней свободы v по табл. 8.1 находят границу критической области χ_q^2, такую, что $P\{\chi^2 > \chi_q^2\} = q$. Вероятность того, что полученное значение χ^2 превышает χ_q^2, равна q и мала. Поэтому, если оказывается, что $\chi^2 > \chi_q^2$, то гипотеза о совпадении экспериментального и теоретического законов распределения отвергается. Если же $\chi^2 < \chi_q^2$, то гипотеза принимается.

Чем меньше q, тем больше значение χ_q^2 (при том же числе степеней свободы v), тем легче выполняется условие $\chi^2 < \chi_q^2$ и принимается проверяемая гипотеза. Но при этом увеличивается вероятность ошибки второго рода. В связи с этим нецелесообразно принимать $0{,}02 \le q \le 0{,}01$.

Иногда вместо проверки с односторонней критической областью применяют проверки с двусторонними критическими областями. При этом оценивается вероятность $P\{\chi_{qн}^2 < \chi^2 < \chi_{qв}^2\} = q$. Уровень значимости критерия q делится на две части: $q = q_1 + q_2$. Как правило, принимают $q_1 = q_2$. По табл. 8.1 для $P\{\chi^2 > \chi_q^2\} = q$ находят χ_1^2 при уровне значимости q_1 и числе степеней свободы ν и χ_2^2 для уровня значимости $1 - q_2$ и том же n. Гипотеза о совпадении распределений принимается, если $\chi_2^2 \le \chi^2 \le \chi_1^2$.

8.2. Однократные измерения

Прямые многократные измерения в большей мере относятся к лабораторным измерениям. Для производственных процессов более характерны однократные измерения. Однократные прямые измерения являются самыми массовыми и проводятся, если: при измерении происходит разрушение объекта измерения, отсутствует возможность повторных измерений, имеет место экономическая целесообразность. Эти измерения возможны лишь при определенных условиях:

- объем априорной информации об объекте измерений такой, что модель объекта и определение измеряемой величины не вызывают сомнений;
- изучен метод измерения, его погрешности либо заранее устранены, либо оценены;
- средства измерений исправны, а их метрологические характеристики соответствуют установленным нормам.

За результат прямого однократного измерения принимается полученная величина. До измерения должна быть проведена априорная оценка составляющих погрешности с использованием всех доступных данных. При определении доверительных границ погрешности результата измерений доверительная вероятность принимается, как правило, равной 0,95.

Методика обработки результатов прямых однократных измерений приведена в рекомендациях МИ 1552—86 "ГСИ. Измерения прямые однократные. Оценивание погрешностей результатов измерений". Данная методика применима при выполнении следующих условий: составляющие погрешности известны, случайные составляющие распределены по нормальному закону, а неисключенные систематические, заданные своими границами θ_i, — равномерно.

Составляющими погрешности прямых однократных измерений являются:

- погрешности СИ, рассчитываемые по их метрологическим характеристикам;

• погрешность используемого метода измерений, определяемая на основе анализа в каждом конкретном случае;

• личная погрешность, вносимая конкретным оператором.

Если последние две составляющие не превышают 15% погрешности СИ, то за погрешность результата однократного измерения принимают погрешность используемого СИ. Данная ситуация весьма часто имеет место на практике.

Названные составляющие могут состоять из неисключенных систематических и случайных погрешностей. При наличии нескольких систематических погрешностей, заданных своими границами $\pm\theta_i$ либо доверительными границами $\pm\theta_i(P)$, доверительная граница результата измерения соответственно может быть рассчитана по формуле

$$\theta(P) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\theta_i^2} \quad \text{или} \quad \theta(P) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\frac{\theta_i^2(P_j)}{k_j^2}},$$

где $\theta_i(P_j)$ — доверительная граница i-й неисключенной систематической погрешности, соответствующая доверительной вероятности P_j; k_j — коэффициент, зависящий от P_j и определяемый так же, как и коэффициент k; $k = k(m,P)$ — коэффициент, равный 0,95 при $P = 0{,}9$ и 1,1 при $P = 0{,}95$. При других доверительных вероятностях он определяется в соответствии с ГОСТ 8.207–76.

Случайные составляющие погрешности результата измерений выражаются либо своими СКО S_{xi}, либо доверительными границами $\pm\varepsilon_i(P)$. В первом случае доверительная граница случайной составляющей погрешности результата прямого однократного измерения определяется через его СКО S_x:

$$\varepsilon(P) = z_P S_x = z_P\sqrt{\sum_{i=1}^{k}S_{xi}^2},$$

где z_P — точка нормированной функции Лапласа, отвечающей вероятности P. При $P = 0{,}95$ $z_P = 2$. Если СКО S_{xi} определены экспериментально при небольшом числе измерений ($n < 30$), то в данной формуле вместо коэффициента z_P следует использовать коэффициент Стьюдента, соответствующий числу степеней свободы i-й составляющей, оценка которой произведена при наименьшем числе измерений.

В случае, когда случайные погрешности представлены доверительными границами $\pm\varepsilon_i(P_i)$, соответствующими разным доверительным вероятностям P_i, доверительная граница случайной погрешности результатов прямых однократных измерений

$$\varepsilon(P) = z_P S_x = z_P \sqrt{\sum_{i=1}^{k} \varepsilon^2(P_i) / z_{P_i}^2}\,.$$

Найденные значения θ и $\varepsilon(P)$ используются для оценки погрешности результата прямых однократных измерений. В зависимости от соотношения θ и S_x суммарная погрешность определяется по одной из формул, приведенных в табл. 8.2.
Значения коэффициента k_P приведены в табл. 8.3.

Кроме изложенного метода, суммирование случайных и систематических составляющих может проводится и другими методами, ряд из которых рассмотрен в разд. 9.4.

Результат прямых однократных измерений дол-

Таблица 8.2

Формулы для расчета погрешности результата прямых однократных измерений $\Delta(P)$

Значение θ/S_X	Погрешность результата измерения $\Delta(P)$
$\theta/S_X < 0{,}8$	$\varepsilon(P)$
$0{,}8 \le \theta/S_X \le 8$	$k_P[\varepsilon(P) + \theta(P)]$
$\theta/S_X > 8$	$\theta(P)$

Таблица 8.3

Значение k_P в зависимости от отношения θ/S_x при доверительной вероятности 0,95

θ/S_x	0,8	1	2	3	4	5	6	7	8
$k_{0,95}$	0,76	0,74	0,71	0,73	0,76	0,78	0,79	0,80	0,81

жен записываться в соответствии с рекомендациями МИ 1317–86 в виде $x \pm \Delta(P)$ при доверительной вероятности $P = P_д$.

Выше были рассмотрены *прямые однократные измерения с точным оцениванием погрешностей*, наиболее детально они проанализированы в [3]. В практике также имеют место *прямые однократные измерения с приближенным оцениванием погрешности.* Для них характерно оценивание погрешности полученного результата на основе метрологических характеристик, приведенных в нормативно-технической документации на используемые средства измерений. Поскольку эти характеристики относятся к любым экземплярам данного типа СИ, то у конкретного используемого средства действительные метрологические характеристики могут отличаться от нормированных.

Прямые однократные измерения с приближенным оцениванием погрешностей правомочны, если доказана возможность пренебрежения случайной составляющей погрешности измерения, т.е. можно обосновано считать, что среднее квадратическое отклонение S_x случайной составляющей меньше 1/8 суммарной границы неисключенных систематических составляющих погрешности результата измерения.

В простейшем случае, когда влияющие величины соответствуют нормальным условиям, погрешность результата прямого однократного измерения равна пределу основной погрешности средства измерения $\Delta_{СИ}$, определяемой по нормативно-технической документации. Результат измерения запишется в виде $\Delta = \pm\Delta_{СИ}$. Доверительная вероятность не указывается, но, как правило, подразумевается, что она равна 0,95. При проведении измерений в условиях, отличных от нормальных, необходимо определять и учитывать пределы дополнительных погрешностей. Возможная методика суммирования основных и дополнительных погрешностей однократных измерений приведена в [3].

Пример 8.1. Оценить погрешность результата однократного измерения напряжения $U = 0,9$ В на сопротивлении $R = 4$ Ом, выполненного вольтметром класса точности 0,5 с верхним пределом измерения $U_в = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $R_V = 1000$ Ом. Известно, что дополнительные погрешности показаний вольтметра из-за магнитного поля и температуры не превышают соответственно $\delta_{мп} = \pm 0,75\%$ и $\delta_T = \pm 0,3\%$ допускаемой предельной погрешности.

Предел допускаемой относительной погрешности вольтметра на отметке 0,9 В составляет $\delta_x = \delta_{СИ} U_в / U = 0,83\%$. При подсоединении вольтметра исходное напряжение U_x изменится из-за наличия R_V и составит

$$U_V = \frac{R}{R + R_V} U_x .$$

Тогда методическая погрешность, обусловленная конечным значением R_V, в относительной форме

$$\delta_m = \frac{U_V - U_x}{U_x} 100 = -\frac{R}{R + R_V} 100 = -0{,}4\% .$$

Данная погрешность является систематической и должна быть внесена в результат в виде поправки $q = -\delta_m = 0{,}4$ % или в абсолютной форме на отметке 0,9 В $\Delta_п = U_q/100 = 0{,}004$ В. Тогда результат измерения с учетом поправки $\overline{U} = 0{,}9 + 0{,}004 = 0{,}904$ В.

Поскольку основная и дополнительная погрешности заданы своими граничными значениями, то они могут рассматриваться как неисключенные систематические погрешности и соответственно суммироваться. При доверительной вероятности 0,95 доверительная граница неисключенной систематической погрешности $\delta_c = 1{,}1\sqrt{0{,}83^2 + 0{,}75^2 + 0{,}3^2} = 1{,}3\%$. В абсолютной форме $\Delta_c = \delta_c U/100 = 0{,}012$ В. Поскольку $\Delta > q$, то окончательный результат измерения записывается в виде $\overline{U} = 0{,}9$ В; $\Delta = \pm 0{,}01$ В; $P = 0{,}95$.

8.3. Косвенные измерения

Косвенные измерения — это измерения, при которых искомое значение Q находят на основании известной зависимости

$$Q = F(Q_1, Q_2, \ldots, Q_m), \tag{8.2}$$

где $Q_1, Q_2, \ldots, Q_m$ — значения, полученные при прямых измерениях. По виду функциональной зависимости F они делятся на две основные группы — линейные и нелинейные. Для линейных косвенных измерений математический аппарат статистической обработки полученных результатов разработан детально. Обработка результатов косвенных измерений [57] производится, как правило, методами: основанными на раздельной обработке аргументов и их погрешностей; линеаризации; приведения; перебора.

Первые три метода рассматриваются ниже, а четвертый — в [57]. Методика обработки результатов косвенных измерений приведена в документе МИ 2083-90 “ГСИ. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей”.

Косвенные измерения при линейной зависимости между аргументами. Линейная функциональная зависимость является простейшей формой связи между измеряемой величиной и находимыми посредством прямых измерений аргументами. Она может быть выражена формулой

$$Q = \sum_{i=1}^{m} b_i Q_i ,$$

где b_i — постоянный коэффициент i-го аргумента Q_i; m — число аргументов. Погрешности линейных косвенных измерений оцениваются *методом, основанным на раздельной обработке аргументов и их погрешностей.*

Если коэффициенты b_i определяют экспериментально, то нахождение результата измерения величины Q производится поэтапно. Сначала оценивают каждое слагаемое $b_i Q_i$ как косвенно измеряемую величину, полученную в результате произведения двух измеряемых величин, а потом находят оценку измеряемой величины Q. Результат косвенного измерения определяют по формуле

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^{m} b_i \bar{Q}_i ,$$

где $\bar{Q}_i$ — оценка результата измерений аргумента Q_i, получаемая, как правило, посредством обработки результатов многократных прямых измерений каждого из аргументов. При несмещенности и состоятельности результатов $\bar{Q}_i$ полученная оценка результата измерения $\bar{Q}$ будет также несмещенной и состоятельной. Поскольку дисперсия результата измерения

$$D[Q] = \sum_{i=1}^{m} b_i^2 D[Q_i],$$

то, если результаты $\bar{Q}_i$ обладают минимальной дисперсией, т.е. являются эффективными, оценка результата измерения $\bar{Q}_i$ также будет эффективной.

При отсутствии корреляционной связи между аргументами СКО результата косвенного измерения $S(\bar{Q})$, обусловленное случайными погрешностями, вычисляется по формуле

$$S(\bar{Q}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} b_i^2 S^2(\bar{Q}_i)}, \qquad (8.3).$$

где $S(\bar{Q}_i)$ — среднее квадратическое отклонение результата измерения аргумента Q_i, рассчитываемое по формуле (6.10).

При наличии корреляционной связи между аргументами СКО результата косвенного измерения

$$S(\bar{Q}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} b_i^2 S^2(\bar{Q}_i) + \sum_{l=1}^{m} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{m} \bar{\rho}_{kl} b_k b_l S(\bar{Q}_k) S(\bar{Q}_l)}.$$

Здесь $\bar{\rho}_{kl}$ — несмещенная оценка коэффициента корреляции между погрешностями аргументов Q_k и Q_l:

$$\bar{\rho}_{kl} = \frac{1}{n(n-1)S(\bar{Q}_k)S(\bar{Q}_l)} \sum_{i=1}^{n} (Q_{ki} - \bar{Q}_k)(Q_{li} - \bar{Q}_l),$$

где Q_{ki}, Q_{li} — i-е результаты прямых измерений k-го и l-го аргументов; n — число прямых измерений аргументов. Коэффициент корреляции может быть рассчитан и по другим формулам, равнозначным приведенной (см. разд. 9.3).

Корреляция между аргументами чаще всего возникает в тех случаях, когда их измерения проводятся одновременно и подвергаются одинаковому влиянию внешних условий (температуры, влажности, напряжения питающей сети, помех и т.п.). Критерием отсутствия связи между двумя аргументами является выполнение неравенства [48]

$$\left| \bar{\rho}_{kl} \sqrt{n-2} \Big/ \sqrt{1 - \bar{\rho}_{kl}^2} \right| < t_q,$$

где t_q — коэффициент Стьюдента, соответствующий уровню значимости q и числу степеней свободы n−2. Необходимо проверить отсутствие корреляционных связей между всеми парными сочетаниями аргументов.

Моделью для распределения результатов измерений отдельных аргументов обычно можно считать случайную величину с нормальным распределением. Для распределений, отличных от нормального, распределение среднего арифметического при этом все же можно считать нормальным [3]. Случайную погрешность результата косвенного измерения, образующуюся путем сложения случайных погрешностей результатов определения многих аргументов, еще с большим основанием можно считать нормально распределенной случайной величиной. Это дает возможность найти доверительный интервал для значения измеряемой величины.

При большом числе измерений (более 25–30), выполненных при нахождении каждого из аргументов, доверительную границу случайной погрешности результата косвенного измерения можно определить по формуле

$$\varepsilon(P) = z_P S(\bar{Q}),$$

где z_P — квантиль нормального распределения, соответствующий выбранной доверительной вероятности P.

При меньшем числе измерений для определения доверительного интервала используется распределение Стьюдента, число степеней свободы которого рассчитывается по приближенной формуле [3]

$$f = \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{b_i^4 S^4(\bar{Q}_i)}{n_i + 1}\right)^{-1} \left[\left(\sum_{i=1}^{m} b_i^2 S^2(\bar{Q}_i)\right)^2 - 2\left(\sum_{i=1}^{m} \frac{b_i^4 S^4(\bar{Q}_i)}{n_i + 1}\right)\right],$$

где n_i — число измерений при определении аргумента Q_i. В этом случае при условии, что распределение погрешностей результатов измерения аргументов не противоречит нормальному распределению, доверительная граница случайной погрешности результата косвенного измерения

$$\varepsilon(P) = t_q S(\bar{Q}),$$

где t_q — коэффициент Стьюдента, соответствующий доверительной вероятности $P=1-q$ и числу степеней свободы f.

Систематическая погрешность результата косвенного измерения определяется систематическими погрешностями результатов измерений аргументов. При измерениях последние стремятся исключить. Однако полностью это сделать не удается, всегда остаются неисключенные систематические погрешности, которые рассматриваются как реализации случайной величины [57], имеющей равномерное распределение. Такое предположение приводит обычно к достаточно осторожным заключениям о погрешности результатов косвенных измерений.

Доверительные границы неисключенной систематической погрешности результата линейного косвенного измерения $\theta(P)$ в случае, если неисключенные систематические погрешности аргументов заданы границами θ_i, вычисляют по формуле

$$\theta(P) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m} b_i^2\theta_i^2} \tag{8.4}$$

где k — поправочный коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью P и числом m составляющих θ_i. Его значения приведены в табл. 8.4. Погрешность от применения этих усредненных коэффициентов не превышает 10% [57].

Таблица 8.4
Значения коэффициента k при $m>4$

P	0,90	0,95	0,98	0,99
k	0,95	1,1	1,3	1,4

Если число суммируемых слагаемых $m\leq 4$ и они значительно различаются между собой, то значение коэффициента k определяется по табл. 8.5. Под L здесь понимают отношение наибольшей длины интервала $(b_i\theta_i)_{max}$ одного из слагаемых к длине $b_i\theta_i$ остальных слагаемых.

Если границы неисключенных систематических погрешностей результатов измерений аргументов заданы их доверительными границами $\theta_i(P_i)$, соответствующими вероятностям P_i, то границу $\theta(P)$ определяют по формуле

$$\theta(P) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m} b_i^2\theta_i^2(P_i) / k_i^2} .$$

Таблица 8.5

Значения коэффициента k при m = 2, 3, 4

L	P=0,98			P=0,99		
	m=2	m=3	m=4	m=2	m=3	m=4
1	1,22	1,28	1,30	1,28	1,38	1,41
2	1,16	1,23	1,26	1,22	1,31	1,36
3	1,11	1,17	1,20	1,16	1,24	1,28
4	1,07	1,12	1,15	1,12	1,18	1,22
5	1,05	1,09	1,12	1,09	1,14	1,18

Коэффициенты k_i определяются так же, как поправочный коэффициент k.

Суммарная погрешность результата косвенного измерения оценивается на основе композиции распределений случайных и неисключенных систематических погрешностей. Формулы для ее расчета в зависимости от соотношения границ неисключенной систематической составляющей и СКО случайной составляющей погрешности приведены в табл. 8.6.

Коэффициент k_P определяется по табл. 8.7.

Таблица 8.6

Погрешность результата косвенных измерений Δ(P)

Значение $\theta(P)/S(\bar{Q})$	Погрешность результата измерения $\Delta(P)$
$\theta(P)/S(\bar{Q}) < 0,8$	$\varepsilon(P)$
$0,8 \le \theta(P)/S(\bar{Q}) \le 8$	$k_P[\varepsilon(P)+\theta(P)]$
$\theta(P)/S(\bar{Q}) > 0,8$	$\theta(P)$

Результат косвенных измерений должен записываться в виде $x \pm \Delta(P)$ при доверительной вероятности P.

Косвенные измерения при нелинейной зависимости между аргументами. Для обработки результатов измерений при нелинейных зависимостях между аргументами и некоррелированных погрешностях используется *метод линеаризации*. Он состоит в том, что нелинейная функция, связывающая измеряемую величину с аргументами, разлагается в ряд Тейлора:

Таблица 8.7

Зависимость k_P от отношения $\theta(P)/S(\bar{Q})$ при различной доверительной вероятности

$\theta(P)/S(\bar{Q})$	0,5	0,75	1	2	3	4	5	6	7	8
$k_{0,95}$	0,81	0,77	0,74	0,71	0,73	0,76	0,78	0,79	0,80	0,81
$k_{0,99}$	0,87	0,85	0,82	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,84	0,85

$$Q = f(Q_1, Q_2, \ldots, Q_m) = f(\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \ldots, \bar{Q}_m) + \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial Q_i} \Delta Q_i + \bar{R}. \qquad (8.5)$$

Здесь $\partial f/\partial Q_i$ — первая частная производная от функции f по аргументу Q_i, вычисленная в точке $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \ldots, \bar{Q}_m$; ΔQ_i — отклонение результата измерения аргумента Q_i от его среднего арифметического; $\tilde{R}$ — остаточный член:

$$\tilde{R} = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{m} \frac{\partial^2 f}{\partial Q_i \partial Q_j} \Delta Q_i \Delta Q_j .$$

Метод линеаризации применим, если остаточным членом можно пренебречь. Это возможно в том случае, если

$$\tilde{R} < 0{,}8 \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial Q_i} \right)^2 S^2(\bar{Q}_i)} ,$$

где $S(\tilde{Q}_i)$ — СКО случайной погрешности результата измерений аргумента Q_i. При необходимости результаты косвенных измерений можно уточнить, используя члены ряда Тейлора более высокого порядка. Эти вопросы детально рассмотрены в [57].

Оценка результата определяется по формуле

$$\bar{Q} = f(\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \ldots, \bar{Q}_m). \qquad (8.6)$$

Абсолютная погрешность косвенного измерения $\Delta = \bar{Q} - Q$, как это следует из уравнения (8.5), равна

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial Q_i} \Delta Q_i = \sum_{i=1}^{m} W_i \Delta Q_i ,$$

где $W_i = \partial f/\partial Q_i$ — коэффициенты влияния i-го аргумента; ΔQ_i — абсолютная погрешность измерения i-го аргумента; $W_i \Delta Q_i$ —

частная i-я погрешность определения результата косвенного измерения.

Пример 8.2. **Разложить в ряд Тейлора уравнение для определения плотности и получить выражение для расчета абсолютной погрешности.**

Плотность твердого тела ρ определяется как отношение результата измерения его массы m к объему V. При этом в соответствии с (8.5) получаем выражение

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\bar{V}} + \frac{\partial \rho}{\partial m}\Delta m + \frac{\partial \rho}{\partial V}\Delta V + \left[\frac{1}{2}\frac{\partial^2 \rho}{\partial m^2}(\Delta m)^2 + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \rho}{\partial V^2}(\Delta V)^2 + 2\frac{\partial^2 \rho}{\partial m \partial V}\Delta m \Delta V\right],$$

где в скобках стоит остаточный член. Учитывая, что

$$\frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{1}{\bar{V}}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial V} = -\frac{\bar{m}}{\bar{V}^2}; \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial^2 m} = 0; \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial V^2} = \frac{2\bar{m}}{\bar{V}^3}; \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial m \partial V} = -\frac{1}{\bar{V}^2},$$

окончательно получим

$$\rho = \frac{\bar{m}}{\bar{V}} + \frac{1}{\bar{V}}\Delta m - \frac{\bar{m}}{\bar{V}^2}\Delta V + \left(\frac{2\bar{m}}{\bar{V}^3}(\Delta V)^2 - \frac{1}{\bar{V}^2}\Delta m \Delta V\right).$$

Абсолютная погрешность

$$\Delta\rho = \rho - \bar{\rho} = \frac{1}{\bar{V}}\Delta m - \frac{\bar{m}}{\bar{V}^2}\Delta V.$$

Коэффициенты влияния чаще всего определяются путем подстановки в выражения для частных производных оценок $\bar{Q}_i$. Поэтому вместо самих коэффициентов влияния получаются их оценки. В ряде случаев они устанавливаются экспериментально, что приводит к возникновению еще одной погрешности нелинейных косвенных измерений. Этой погрешности можно избежать, если зависимость (8.1) имеет вид

$$Q = Q_1^k Q_2^l \ldots Q_m^n. \tag{8.7}$$

Тогда коэффициенты влияния

$$W_1 = kQ_1^{k-1}Q_2^l \ldots Q_m^n; \; W_2 = Q_1^k l Q_2^{l-1} \ldots Q_m^n; \ldots; \; W_m = Q_1^k Q_2^l \ldots nQ_m^{n-1}.$$

Оценка измеряемой величины находится по (8.6), (8.7), а ее относительная погрешность с учетом последних формул определяется как

$$\delta Q = \frac{\tilde{Q} - Q}{Q} = \frac{W_1 \Delta Q_1}{Q} + \frac{W_2 \Delta Q_2}{Q} + \ldots + \frac{W_m \Delta Q_m}{Q} = k\delta Q_1 + l\delta Q_2 + \ldots + n\delta Q_n.$$

Из полученной формулы видно, что коэффициенты влияния для относительной погрешности оказываются равными показателям степеней соответствующих аргументов. Последние известны точно, и отмеченная выше погрешность не возникает. Для рассмотренного выше примера измерения плотности тела имеем $\delta\rho = \delta m - \delta V$.

Оценка СКО случайной погрешности результата косвенного измерения

$$S(\bar{Q}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} W_i^2 S^2(\bar{Q}_i)}. \tag{8.8}$$

При точно известных коэффициентах влияния оно совпадает с уравнением (8.3), полученным для линейных косвенных измерений. Для зависимости вида (8.7) данная оценка, представленная в относительной форме, запишется в виде

$$S_0(\bar{Q}) = \sqrt{k^2 S_0^2(\bar{Q}_1) + l^2 S_0^2(\bar{Q}_2) + \ldots + n^2 S_0^2(\bar{Q}_m)},$$

где $S_0(\bar{Q}_i) = S(\bar{Q}_i) / Q_i$ — оценка СКО i-го аргумента, представленная в относительной форме.

Доверительные границы случайной погрешности результата при нормально распределенных погрешностях измерений аргументов вычисляются так же, как и для линейных косвенных измерений, при условии, что вместо коэффициентов b_i в формулах подставляются коэффициенты влияния W_i. Аналогичным образом поступают при определении границ неисключенной систематической погрешности. Погрешность результата нелинейных косвенных измерений оценивается так же, как и при линейных измерениях.

Метод приведения. Он используется для определения результатов косвенного измерения и его погрешности при наличии корреляции между погрешностями измерений аргументов. Метод можно также применять при неизвестных распределениях погрешностей аргументов. Он предполагает наличие ряда согласованных результатов измерений аргументов $Q_{11}, Q_{12}, \ldots, Q_{1m}$; Q_{21}, Q_{22}, ..., Q_{2m}; ....; Q_{j1}, Q_{j2}, ..., Q_{jm}; ...; Q_{L1}, Q_{L2}, ..., Q_{Lm}, полученных в процессе многократных измерений. Согласованность результатов измерений означает либо одновременное их осуществление, либо то, что они выполнены над одним и тем же объектом и в одних и тех же условиях.

Метод основан на приведении отдельных значений косвенно измеряемой величины к ряду простых измерений. Получаемые сочетания отдельных аргументов подставляют в формулу (8.6) и вычисляют отдельные значения измеряемой величины Q: Q_1, Q_2, ..., Q_j, ,Q_L.

Результат косвенного измерения $\bar{Q}$ и СКО его случайной погрешности вычисляются по формулам

$$\bar{Q} = \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L} Q_j; \qquad S(\bar{Q}) = \sqrt{\sum_{j=1}^{L} \frac{(Q_j - \bar{Q})^2}{L(L-1)}}.$$

Доверительные границы случайной погрешности результата измерения рассчитываются по формуле $\Delta = TS(\bar{Q})$, где T — коэффициент, зависящий от вида распределения отдельных значений определяемой величины и выбранной доверительной вероятности. При нормальном распределении отдельных значений измеряемой величины доверительные границы случайных погрешностей вычисляются по методике для прямых многократных измерений, изложенной в ГОСТ 8.207–76.

Границы неисключенной систематической погрешности и доверительные границы погрешности результата косвенного измерения определяются так же, как и в рассмотренных выше случаях.

8.4. Совместные и совокупные измерения

Эти виды измерений характеризуются тем, что значения искомых величин рассчитывают по системе уравнений, связывающих их с некоторыми другими величинами, определяемыми посредством прямых или косвенных измерений. При этом измеряются несколько комбинаций значений указанных величин. Каждая такая комбинация позволяет получить одно уравнение, а система содержит всю. информацию о значениях искомых величин и имеет вид

$$F_i(Q_1; Q_2; \ldots; Q_j; \ldots; Q_m; X_1^{(i)}; X_2^{(i)}; \ldots; X_r^{(i)}; \ldots; X_k^{(i)}) = 0,$$

где F_i — символ функциональной зависимости между величинами в i-м опыте; i=1; 2;...; n; n — число опытов; Q_j — значения искомых величин, общее число которых равно m; $X_r^{(i)}$ — полученные в i-м опыте значения k величин, измеряемых прямыми или косвенными методами.

Если Q_j являются значениями одной и той же величины, то измерения называются *совокупными*, если разных физических величин, — то *совместными*.

После подстановки в исходную систему уравнений результатов $X_r^{(i)}$ прямых или косвенных измерений и проведения необходимых преобразований получим n уравнений, содержащих лишь искомые величины и числовые коэффициенты:

$$F_i(Q_1; Q_2; \ldots; Q_j; \ldots; Q_m) = 0.$$

Такие уравнения называют *условными*.

Для того чтобы рассчитать значения искомых величин, достаточно иметь m уравнений, т.е. столько же, сколько содержится неизвестных. Тогда результаты измерений и доверительные границы их погрешностей можно найти методами обработки результатов косвенных измерений. Однако обыкновенно для уменьшения погрешностей результатов измерений делается значительно больше измерений, чем это необходимо для определения неизвестных, т.е. n>m.

Вследствие ограниченной точности определения величин X_r условные уравнения одновременно не обращаются в тождества ни при каких значениях искомых величин. И поскольку найти истинные значения искомых величин невозможно, то задача сводится к нахождению их оценок, представляющих собой наилучшие приближения к истинным значениям. Предположим, что $\bar{Q}_j$, где j =1, 2, ..., m, наилучшие приближения к неизвестным Q_j. Если значения этих оценок подставить в условные уравнения, то их правые части будут отличаться от левых. Для получения тождеств нужно записать:

$$F_i(\bar{Q}_1; \bar{Q}_2; \ldots; \bar{Q}_j; \ldots; \bar{Q}_m) + v_i = 0, \qquad (8.9)$$

где v_i — величины, называемые остаточными погрешностями условных уравнений. Если в систему условных уравнений подставить истинные значения искомых величин, то остаточные погрешности превратятся в случайные погрешности условных уравнений.

Одним из наиболее общих способов отыскания оценок истинных значений измеряемых величин является регрессионный анализ, или, как его часто называют, *метод наименьших квадратов*. Согласно ему оценки $\bar{Q}_j$ выбираются так, чтобы минимизировать сумму квадратов остаточных погрешностей условных уравнений. Сумма квадратов остаточных погрешностей, определенных в соответствии с системой условных уравнений (8.9), составляет

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} v_i^2 = \sum_{i=1}^{n} F_i^2(\bar{Q}_1; \bar{Q}_2; \ldots; \bar{Q}_j; \ldots; \bar{Q}_m)$$

и достигает минимума при системе значений Q_j, обращающей в нуль все частные производные от S_2 по искомым величинам:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{Q}_j} \sum_{i=1}^{n} v_i^2 = 0.$$

Выражая остаточные погрешности через функции, стоящие в левой части условных уравнений, получаем систему из m уравнений с m неизвестными:

$$\sum_{i=1}^{n} F_i \frac{\partial F_i}{\partial \bar{Q}_j} = 0,$$

где $j=1, 2, \ldots, m$, которая может быть решена относительно оценок $\bar{Q}_j$ искомых величин.

При решении задачи в общем случае, когда условные уравнения нелинейны, а результаты отдельных измерений коррелированы, иногда возникает ряд непреодолимых трудностей. Задача относительно несложно решается лишь тогда, когда условные уравнения линейны или приведены к линейным известными способами и при отсутствии корреляции между результатами отдельных наблюдений. Ее решение подробно рассмотрено в [3].

Оценки, даваемые методом наименьших квадратов, являются состоятельными и несмещенными, а при нормальном распределении результатов измерений и эффективными. Детальное описание процесса обработки результатов совокупных и совместных измерений приведено в [12, 24].

Контрольные вопросы

1. Что такое вариационный ряд и интервалы группирования? Как определяется число интервалов группирования?
2. Что такое гистограмма, полигон и кумулятивная кривая?
3. Перечислите этапы обработки результатов прямых многократных измерений.
4. Для чего необходимо идентифицировать форму закона распределения результатов измерений? Расскажите, каким образом это делается.
5. Напишите алгоритм обработки результатов однократных измерений с точным оцениванием погрешностей.
6. Как обрабатываются результаты линейных косвенных измерений?
7. В чем состоит метод линеаризации и как он используется для обработки результатов нелинейных косвенных измерений?
8. Напишите алгоритм обработки результатов косвенных измерений при использовании метода приведения.

Глава 9. СУММИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ

9.1. Основы теории суммирования погрешностей

Определение расчетным путем оценки результирующей погрешности по известным оценкам ее составляющих называется *суммированием погрешностей.*

Главной проблемой, возникающей при суммировании, является то, что все составляющие погрешности должны рассматриваться как случайные величины. С точки зрения теории вероятностей они наиболее полно могут быть описаны своими законами распределения, а их совместное действие — соответствующим многомерным распределением. Однако в такой постановке задача суммирования погрешностей практически не разрешима уже для нескольких составляющих, не говоря о нескольких десятках.

Практически приемлемый путь решения данной задачи суммирования погрешностей состоит в отказе от определения и использования многомерных функций распределения составляющих погрешности. Необходимо подобрать для характеристик составляющих такие числовые оценки (СКО, эксцесс и др.), оперируя с которыми можно было бы получить соответствующие числовые оценки результирующей погрешности. При этом следует учитывать, что:

- отдельные составляющие погрешности могут быть коррелированы между собой;
- при суммировании случайных величин их законы распределения существенно деформируются, т.е. форма закона суммы может резко отличаться от формы закона распределения составляющих.

Правила суммирования погрешностей основываются [4] на том, что погрешность по абсолютному значению всегда много меньше самой измеряемой величины. Поэтому изменение погрешности в зависимости от изменения измеряемой величины может быть учтено, если все суммируемые случайные и систематические составляющие погрешности разделить на аддитивные и мультипликативные. Сумма аддитивных составляющих даст значение аддитивной части результирующей погрешности, а сумма мультипликативных составляющих — значение мультипликативной части результирующей погрешности.

В пределах некоторого диапазона изменения, как правило, десятикратного, измеряемой величины изменение результирующей погрешности может быть с достаточной степенью точности представлено прямой линией или простейшей кривой (парабола, гипербола). Это дает возможность описать результирующую погрешность линейной или нелинейной двузвенной формулой. При большем изменении измеряемой величины весь диапазон разбивается на участки, для которых и определяются крайние погрешности.

Пример 9.1. Основная допускаемая погрешность измерения сопротивления цифрового микропроцессорного измерителя иммитанса марки Е7-14 при различных диапазонах измерения и добротностях Q приведена в таблице.

Диапазон измерения	Конечное значение диапазона R_k, Ом	Предел допустимого значения основной погрешности, Ом
0,1...1000 мОм	1	$10^{-3}(1+Q)\ R+3\cdot10^{-4}\ R_k$
0,001...10 Ом	10	$10^{-3}(1+Q)\ R+2\cdot10^{-4}\ R_k$
0,01...100 Ом	100	$10^{-3}(1+Q)\ R+2\cdot10^{-4}\ R_k$
100...1000 Ом	1000	$[10^{-3}(1+Q)+2\cdot10^{-3}\ R/R_k]\ R$
1...10 кОм	10000	$[10^{-3}(1+Q)+2\cdot10^{-3}\ R/R_k]\ R$

Для устранения влияния деформации формы законов распределения все суммируемые составляющие исходно представляются своими СКО и все операции расчетного суммирования проводятся только над ними. Учет взаимных корреляционных связей между суммируемыми составляющими производится путем использования различных правил суммирования для жестко и слабо коррелированных составляющих. Эти правила рассмотрены далее.

В результате суммирования СКО составляющих получаются средние квадратические отклонения соответственно аддитивной, мультипликативной или нелинейной составляющих результирующей погрешности. СКО аддитивной составляющей результирующей погрешности будет характеризовать результирующую погрешность в начале диапазона. Сумма СКО аддитивной и мультипликативной составляющих в конце диапазона описывает результирующую погрешность в конце диапазона. Если участков несколько, то суммирование проводится на всех участках, а затем принимается решение о методе описания результирующей погрешности.

Результирующую погрешность необходимо выразить в виде доверительного интервала. Его расчет по полученному СКО является с точки зрения теории самой трудной операцией при суммировании погрешностей. Это связано с тем, что доверительный интервал равен произведению рассчитанного СКО и множителя, зависящего от закона распределения результирующей погрешности. В то же время вся излагаемая методика с самого начала была нацелена на то, чтобы обойтись без точного определения результирующего закона распределения суммы всех составляющих.

Практические правила расчетного суммирования результирующей погрешности состоят в следующем [4]:

1. Для определения суммарного значения СКО должны учитываться корреляционные связи различных составляющих погрешности. В связи с этим исходными данными для более точного расчета должны служить оценки именно всех отдельных составляющих погрешности, а не оценки некоторых суммарных погрешностей.

2. Для каждой составляющей должно быть найдено ее СКО. В большинстве случаев для этого необходимо знание или предположение о виде закона ее распределения.

3. Все суммируемые составляющие разделяются на аддитивные и мультипликативные составляющие, которые суммируются отдельно.

4. Так как в большинстве случаев точное значение коэффициента корреляции ρ найти невозможно, то все погрешности должны быть условно разделены на:

- сильно коррелированные при $0,7 \le |\rho| \le 1$, для которых считают $\rho = \pm 1$ в зависимости от знака коэффициента корреляции;
- слабо коррелированные при $0 \le |\rho| \le 0,7$, для которых $\rho = 0$.

5. Из суммируемых составляющих выделяются группы сильно коррелированных между собой погрешностей и внутри этих групп производится алгебраическое суммирование их оценок.

6. После алгебраического суммирования групп сильно коррелированных погрешностей суммарные по группам и оставшиеся вне групп погрешности можно считать некоррелированными и складывать по правилу геометрического суммирования.

Для определения СКО суммарной погрешности при начальном значении измеряемой величины складывают лишь аддитивные составляющие, а для определения СКО погрешности в конце диапазона изменения измеряемой величины — все просуммированные выше составляющие.

7. Для перехода от СКО погрешности к доверительному значению должно быть вынесено суждение о форме закона распределе-

ния результирующей погрешности и тем самым выбрано значение квантильного множителя.

Изложенная методика может быть несколько упрощена. Самым сложным в ней являются нахождение СКО всех составляющих по известным их интервальным оценкам и определение интервальной оценки результирующей погрешности по полученному СКО.

В обоих случаях необходимо знание закона распределения погрешностей. Упрощение методики суммирования состоит в том, чтобы сделать эти переходы по возможности более простыми. Один из вариантов состоит в следующем. Согласно центральной предельной теореме, если число суммируемых независимых составляющих достаточно велико (практически при $m \geq 5$) и если среди этих составляющих нет существенно преобладающих над остальными, то результирующий закон распределения близок к нормальному. Однако предположение о близости закона распределения к нормальному без соответствующего анализа достаточно рискованно даже и при большом числе суммируемых составляющих. Тем не менее при недостатке времени и невысоких требованиях к точности получаемого результата предположение о нормальности закона распределения результирующей погрешности вполне возможно. В этом случае доверительный интервал $\Delta = z_P S_\Sigma$, где z_P — квантильный множитель, определяемый через функцию Лапласа; S_Σ — суммарное СКО или его оценка.

Такой прием существенно снижает трудоемкость расчетов, но может вносить весьма значительные ошибки, если реальное распределение сильно отличается от нормального закона. Например, при фактическом арксинусоидальном распределении ошибка может достигать 180% [4]. Поэтому использовать его надо весьма осмотрительно.

В качестве другого пути упрощения перехода от СКО результирующей погрешности к ее интервальной оценке следует указать возможность использования доверительной вероятности $P_\Delta = 0{,}9$, при которой для большой группы различных распределений имеет место соотношение

$$\Delta = 1{,}6\, S_\Sigma. \qquad (9.1)$$

Действительно, как показано в [4], для широкого класса симметричных, высокоэнтропийных ($k > 1{,}7$) распределений, а именно для равномерного, треугольного, трапецеидальных, нормального, экспоненциальных с показателем степени $\alpha \geq 2/3$, двухмодальных с глубиной антимодальности менее 1,5, интегральные кривые F(x) в области 0,05 и 0,95 квантилей пересекаются между собой в очень узком интервале значений $X/S = 1,6 \pm 0,05$. Поэтому с погрешностью 0,05S можно считать, что квантили 0,05 и 0,95 для любых из этих распределений могут быть найдены как $X_{0,05} = X_ц - 1,6S$ и $X_{0,95} = X_ц + 1,6S$, где $X_ц$— координата центра распределения; ST— его СКО. Отсюда следует, что значение доверительного интервала, найденное по формуле (9.1), для любого из названных распределений является интервалом с 90%-ной доверительной вероятностью.

При $P_д > 0,9$ интегральные кривые для разных законов распределения резко расходятся между собой. В этом случае для нахождения доверительного интервала $\Delta = z_P S_\Sigma$ в [4] предложено вместо большого числа таблиц квантилей разнообразных распределений найти для близких классов распределений аппроксимирующие выражения $z_P = f(\varepsilon, P)$, где ε — эксцесс распределения.

Для входящих в классы экспоненциальных и трапецеидальных распределений, а именно: распределения Лапласа ($\varepsilon = 6$); нормального распределения ($\varepsilon = 3$); трапецеидального распределения с соотношением верхнего и нижнего оснований 1:2 ($\varepsilon = 2$) и равномерного распределения ($\varepsilon = 1,8$), зависимость квантильного множителя от эксцесса и доверительной вероятности аппроксимируется уравнением

$$z_P = 1,62[3,8(\varepsilon - 1,6)^{2/3}]^{\lg \lg[1/(1-P)]}. \tag{9.2}$$

Погрешность аппроксимации не превышает 4% при изменении P от 0,9 до 0,99 и 8% — от 0,9 до 0,999.

Для кругловершинных двухмодальных распределений, представляющих собой композицию нормального и дискретного двузначного распределений, в диапазоне изменения ε от 3 до 1,3 для P от 0,9 до 0,999 с погрешностью 10% зависимость $z_P = f(\varepsilon, P)$ аппроксимируется выражением

$$z_P = 1,6\{3,6[1 + \lg(\varepsilon - 1)]\}^{\lg \lg[1/(1-P)]}. \tag{9.3}$$

Для островершинных двухмодальных распределений, образующихся как композиция распределения Лапласа и дискретного двузначного распределения, рассматриваемая зависимость в интервале значений ε от 1,8 до 6 при P от 0,9 до 0,999 с погрешностью 5% аппроксимируется формулой

$$z_P = 1{,}23\left[1 + \sqrt{\frac{\varepsilon - 1}{2{,}5}}\,\lg\frac{0{,}175}{1 - P}\right]. \tag{9.4}$$

Для уплощенных распределений, образующихся как композиция экспоненциального распределения с $\alpha = 1/2$ и равномерного распределения в интервале значений ε от 6 до 1,8 с погрешностью 8%, рассматриваемая зависимость аппроксимируется формулой

$$z_P = 1{,}56\left[1{,}12 + (\varepsilon - 1{,}8)^{0{,}58} / \sqrt{10}\right]^{\lg[0{,}1/(1-P)]}. \tag{9.5}$$

Использование приведенных уравнений позволяет, не прибегая к таблицам, с достаточной для практики степенью точности вычислять доверительные интервалы для всех встречающихся распределений погрешностей. Однако для выбора формулы нужно вынести суждение о классе распределения суммарной погрешности.

Дальнейшие упрощения методики, выражающиеся в пренебрежении разделением погрешностей на аддитивные и мультипликативные, коррелированные и некоррелированные, недопустимы, поскольку при суммировании погрешностей получены неверные результаты.

9.2. Суммирование систематических погрешностей

При определении границ систематическая погрешность оценивается по ее составляющим, называемым *элементарными систематическими погрешностями*. Если для части составляющих находят их оценки и эти погрешности устраняют введением поправок, то в качестве рассматриваемых элементарных погрешностей выступают погрешности определения поправок, которые также характеризуются границами.

Множество возможных способов измерений данной величины дает множество различных реализаций каждой элементарной систематической погрешности. Поэтому последние можно рассматривать как случайные величины и суммировать методами, разработанными в математической статистике. Однако поскольку их функции распределения, как правило, неизвестны, то при суммировании видом распределения задаются, исходя из известных данных об элементарной систематической погрешности. Это не вносит существенной ошибки в получаемые результаты, так как в соответствии с принципом оценивания погрешностей сверху из всех возможных ее распределений всякий раз выбирают наихудшее. Получаемая оценка погрешности надежно характеризует неопределенность результата.

При выборе закона распределения необходимо руководствоваться следующими правилами:

- если известна оценка границ погрешности $\pm\theta_i$, то ее распределение следует считать равномерным (такая ситуация наиболее часто встречается в практике);
- если известна оценка СКО, то распределение следует считать нормальным.

Применение этого правила позволяет статистически суммировать элементарные систематические погрешности и обычно приводит к осторожным и вместе с тем не слишком завышенным оценкам погрешности результата измерений.

При равномерном законе распределения элементарных систематических погрешностей их сумма

$$\theta = \begin{cases} k\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{m}\theta_i^2}, & \text{если } k\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{m}\theta_i^2} < \sum\limits_{i=1}^{m}\theta_i, \\ \sum\limits_{i=1}^{m}\theta_i, & \text{если } k\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{m}\theta_i^2} \ge \sum\limits_{i=1}^{m}\theta_i, \end{cases} \tag{9.6}$$

где θ_i — границы i-й элементарной случайной погрешности; k — поправочный коэффициент, зависящий от числа слагаемых m, их соотношения и доверительной вероятности. При $P < 0{,}99$ он мало зависит от числа слагаемых и может быть представлен усредненными значениями, приведенными в табл. 9.1. Их погрешность не превышает 10% [3].

При $P \ge 0{,}99$ коэффициент k существенно зависит от числа слагаемых и соотношения между ними. Поэтому при $m > 4$ рекомендуется принимать среднее значение $k = 1{,}4$, а при $m \le 4$ значение k необходимо уточнить по ГОСТ 8.207–76 или табл. 9.2. Параметр C, характеризующий отношение границ составляющих систематической погрешности θ_m/θ_{m-1}, принимается равным наименьшему значению указанного отношения при условии, что $\theta_1 \le \theta_2 \le \theta_3 \le \theta_4$.

Таблица 9.1

Зависимость коэффициента k от P и m

P	Значение k при m равном					Среднее значение
	2	3	4	5	∞	
0,90	0,97	0,96	0,95	0,95	0,95	0,95
0,95	1,10	1,12	1,12	1,12	1,13	1,1
0,99	1,27	1,37	1,41	1,42	1,49	1,4

Таблица 9.2

Зависимость коэффициента k от m и C при P = 0,99

m	Значение k при C, равном								
	0	0,5	1	2	3	4	5	6	7
2	0,98	1,15	1,27	1,22	1,15	1,12	1,08	1,07	1,05
3	1,27	1,32	1,37	1,32	1,24	1,18	1,15	1,12	1,08
4	1,38	1,40	1,41	1,36	1,28	1,23	1,18	1,15	1,11

При большом числе слагаемых результирующая погрешность имеет практически нормальное распределение. Оценка дисперсии этого распределения равна сумме дисперсий слагаемых:

$$S_\theta^2 = \sum_{i=1}^{n} \theta_i^2 / 3 .$$

Задавшись доверительной вероятностью, получим θ как границу доверительного интервала $\theta = z_P S_\theta$, где z_P — квантиль нормального распределения при выбранном уровне значимости $q = 1-P$.

9.3. Суммирование случайных погрешностей

Правила суммирования случайных погрешностей основаны на известных из теории вероятностей положениях [48,49]:

а) оценка математического ожидания результирующей погрешности определяется алгебраической суммой оценок математических ожиданий составляющих;

б) оценка СКО суммарной погрешности определяется выражением

$$S_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} S_i^2 + \sum_{i=1}^{m}\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{m} \rho_{ij} S_i S_j}\,, \tag{9.7}$$

где S_i — оценка СКО i-й составляющей погрешности; m — число суммируемых составляющих погрешностей; ρ_{ij} — коэффициент корреляции между i- и j-й составляющими.

При суммировании m случайных погрешностей их коэффициенты корреляции образуют матрицу, которая ввиду равенства $\rho_{ij} = \rho_{ji}$ является диагональной. Так как матрица коэффициентов корреляции симметрична относительно главной диагонали, на которой находятся значения $\rho_{ii} = 1$, то формулу (9.7) можно переписать в виде

$$S_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} S_i^2 + 2\sum_{i<j}^{m} \rho_{ij} S_i S_j}\,,$$

где суммирование во втором слагаемом распространяется на все те составляющие, коэффициенты корреляции которых находятся в матрице правее и выше главной диагонали. Их число равно m(m−1)/2.

Использование последнего уравнения и выражения (9.7) затруднительно, так как точное значение коэффициента корреляции между составляющими обычно неизвестно. В этом случае при расчетах полагают $\rho = 0$, если случайные составляющие можно считать независимыми (при $|\rho| < 0{,}7$), или $\rho = \pm 1$, если заметна корреляция между суммируемыми случайными составляющими погрешностей (при $|\rho| > 0{,}7$).

При необходимости точного учета коэффициента корреляции между погрешностями аргументов X_i и X_j его оценка может быть найдена по формуле

$$\bar{\rho}_{ij} = \frac{1}{m(m-1)S(\bar{X}_i)S(\bar{X}_j)} \sum_{k=1}^{m} (X_{ki} - \bar{X}_i)(X_{kj} - \bar{X}_j). \tag{9.8}$$

где X_{ki}, X_{kj} — элементы выборки аргументов X_i и X_j; $S(\bar{X}_i)$, $S(\bar{X}_j)$ — оценки СКО средних арифметических результатов измерений аргументов X_i и X_j. Оценку коэффициента корреляции можно определить и по формуле

$$\tilde{\rho}_{ij} = \frac{1}{m(m-1)S(\bar{X}_i)S(\bar{X}_j)}\left[\sum_{k=1}^{m} X_{ki}X_{kj} - \frac{1}{m}\left(\sum_{k=1}^{m} X_{ki}\right)\left(\sum_{k=1}^{m} X_{kj}\right)\right]. \quad (9.9)$$

Полезной может оказаться формула

$$\tilde{\rho}_{ij} = \frac{m\sum_{k=1}^{m} X_{ki}X_{kj} - \left(\sum_{k=1}^{m} X_{ki}\right)\left(\sum_{k=1}^{m} X_{kj}\right)}{\sqrt{\left[m\sum_{k=1}^{m} X_{ki}^2 - \left(\sum_{k=1}^{m} X_{ki}\right)^2\right]\left[m\sum_{k=1}^{m} X_{kj}^2 - \left(\sum_{k=1}^{m} X_{kj}\right)^2\right]}}, \quad (9.10)$$

основным достоинством которой является отсутствие необходимости предварительного вычисления СКО составляющих X_{ki} и X_{kj}. Следует отметить, что формулы (9.8)—(9.10) равнозначны.

В случае суммирования нормально распределенных случайных погрешностей результирующая погрешность измерения состоит из m случайных составляющих. Зная доверительную вероятность P и доверительный интервал Δ_i для каждой составляющей погрешности, можно найти оценку СКО любой из них по формуле

$$S_i = \Delta/z_{Pi}, \quad (9.11)$$

где z_{Pi} — квантиль нормального распределения, соответствующий доверительной вероятности P_i. Если значение P для всех составляющих одинаково, то, используя выражения (9.7) и (9.11), получаем:

а) для коррелированных составляющих ($\rho_{ij} = \pm 1$)

$$S_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} S_i^2 \pm 2\sum_{i<j} S_i S_j} = \sum_{i=1}^{m} \pm S_i = \frac{1}{z_P}\sum_{i=1}^{m} \pm \Delta_i, \quad (9.12)$$

где знак "±" означает, что для составляющих с положительной корреляцией величины S_i и Δ_i нужно брать со знаком "+", а для составляющих с отрицательной корреляцией — со знаком "–";

б) для независимых составляющих ($\rho_{ij} = 0$)

$$S_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} S_i^2} = \frac{1}{z_P}\sqrt{\sum_{i=1}^{m} \Delta_i^2}. \tag{9.13}$$

При суммировании составляющих с нормальным законом распределения результирующая погрешность также будет распределена нормально. Поэтому доверительный интервал суммарной погрешности с доверительной вероятностью P может быть найден как

$$\Delta_\Sigma = z_P S_\Sigma. \tag{9.14}$$

С учетом (9.12) и (9.13) выражение (9.14) принимает вид, соответственно для коррелированных и некоррелированных составляющих:

$$\Delta_\Sigma = \sum_{i=1}^{m} \pm \Delta_i; \quad \Delta_\Sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \Delta_i^2}. \tag{9.15}$$

Суммирование погрешностей по первой формуле называется *арифметическим*, а по второй — *геометрическим*. Действительные значения коэффициентов корреляции по абсолютному значению могут находиться в пределах от нуля до единицы, поэтому арифметическое суммирование обычно дает завышенное значение суммарной погрешности, а геометрическое — заниженное, т.е. действительное значение находится в интервале между ними.

Закон распределения результирующей погрешности зависит от конкретных видов и характеристик законов распределения суммируемых составляющих. Исходя из этого для определения доверительного интервала суммарной погрешности необходимо в каждом конкретном случае по известным законам суммируемых составляющих установить методами теории вероятностей результирующий закон распределения. Зная его и соответственно квантильный множитель z_P, можно найти доверительный интервал суммарной погрешности по формуле (9.14).

Возможны приближенные способы определения доверительного интервала суммарной погрешности без установления результирующего закона распределения (они рассматривались в разд. 9.1).

9.4. Суммирование систематических и случайных погрешностей

При проведении многократных измерений случайная погрешность может быть уменьшена во много раз. Однако погрешность усредненного результата будет определяться не этой весьма малой случайной погрешностью, а не зависящей от числа усредняющих отсчетов систематической погрешностью.

Механизм суммирования систематической и случайной составляющих погрешности отличается от механизма суммирования случайных погрешностей. Согласно ГОСТ 8.207–76 погрешность результата измерения определяется по следующим правилам. Если границы неисключенной систематической погрешности θ и оценка СКО результата измерения S связаны соотношением

$$\theta < 0{,}8S, \tag{9.16}$$

то следует пренебречь систематической составляющей погрешности и учитывать только случайную погрешность результата. При этом доверительные границы погрешности результата $\Delta = t_P S$, где t_P — коэффициент Стьюдента, зависящий от доверительной вероятности P и числа проведенных измерений n.

Если же имеет место неравенство

$$\theta > 8S, \tag{9.17}$$

то, наоборот, следует пренебречь случайной составляющей и результат характеризовать лишь границами его суммарной систематической погрешности $\Delta = \theta$. Погрешность, возникающая из-за пренебрежения одной из составляющих погрешности, при выполнении указанных неравенств не превышает 15%.

Числа 0,8 и 8 в стандарте никак не обосновываются. Однако если принять во внимание, что, как было показано ранее, $\Delta_{0,9} = 1{,}6S$, то условие (9.16) эквивалентно неравенству $\theta < \Delta_{0,9}/2$. Условие (9.17) эквивалентно неравенству $\theta > 5\Delta_{0,9}$. Следовательно, ГОСТ 8.207–76 разрешает пренебрегать систематической составляющей и учитывать только случайную составляющую лишь тогда, когда она в 2 раза превышает систематическую. Если же случайная составляющая менее 1/5 систематической, ею можно пренебречь.

При невыполнении неравенств (9.16) и (9.17) границу суммарной погрешности ГОСТ 8.207–76 предписывает находить путем композиции распределений случайных и неисключенных систематических погрешностей, рассматриваемых как случайные величины. Допускается границы погрешности результата измерений определять по формуле

$$\Delta = KS_{\Sigma} = \frac{t_p S + \theta}{S + \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \theta_i^2 / 3}} S_{\Sigma},$$

где $S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \theta_i^2 / 3 + S^2}$ — оценка суммарного СКО суммарной погрешности.

Данный подход, приводящий к заниженным оценкам, вызывает [4] справедливые нарекания и вряд ли его следует считать правомочным. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Систематическая погрешность, присутствующая во всех отсчетах, не усредняется при статистической обработке. На рис. 9.1 показаны истинное значение измеряемой величины $x_и$, границы систематической погрешности θ, распределение случайной составляющей погрешности $p(x)$. Из рисунка ясен механизм суммирования составляющих погрешности. Если систематическая составляющая постоянна, то ее модуль $|\theta|$ должен суммироваться с доверительным интервалом случайной составляющей $t_p S$, а отнюдь не с СКО. Доверительный интервал суммарной погрешности $\Delta = 2(|\theta| + t_p S)$.

Из рис. 9.1 становятся понятными рассмотренные выше условия, при которых можно пренебречь одной из составляющих суммарной погрешности. На рис. 9.1,а показана ситуация, когда нельзя пренебречь ни одной из составляющих. На рис. 9.1,б доверительный интервал случайной составляющей более чем в два раза больше систематической составляющей, и последней можно пренебречь. На рис. 9.1,в систематическая составляющая превышает доверительный интервал случайной составляющей более чем в 5 раз, и ее также можно не учитывать при определении суммарной погрешности.

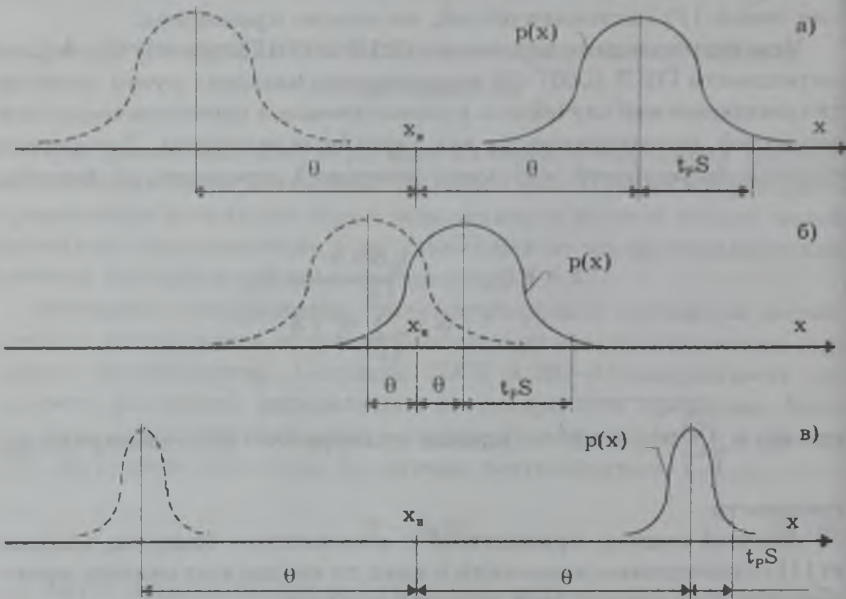


Рис. 9.1. Систематическая и случайная составляющие погрешности

9.5. Критерий ничтожно малой погрешности

Вопрос о том, какими составляющими при расчете погрешностей можно пренебрегать, возникает постоянно. Это связано с тем, что степень точности определения суммируемых погрешностей невысока, поэтому нет смысла суммировать те из них, которые имеют по сравнению с другими малые значения, поскольку это не повысит точности суммарной погрешности. Пренебрежение малыми погрешностями позволит упростить вычисления при нахождении результирующей погрешности. Следовательно, необходимо установить *критерий ничтожно малой погрешности*, ,т.е. математическое правило, позволяющее исключать последнюю из расчета. Этот критерий также необходим при выборе класса точности образцового средства измерений в зависимости от класса точности поверяемого средства измерений.

Один из возможных вариантов определения критерия ничтожно малой погрешности состоит в том, что если одна величина больше другой на порядок, то ею можно пренебречь.

При сложении некоррелированных случайных составляющих суммируются их дисперсии (СКО). В случае двух составляющих суммарная случайная погрешность определяется по формуле

$$\sigma(\Delta) = \sqrt{\sigma^2(\Delta_1) + \sigma^2(\Delta_2)},$$

где $\sigma(\Delta_1)$, $\sigma(\Delta_2)$ — СКО первой и второй составляющих.

В соответствии с критерием, если дисперсия первой составляющей $\sigma^2(\Delta_1)$ больше дисперсии второй составляющей $\sigma^2(\Delta_2)$ более чем в 10 раз, то СКО $\sigma(\Delta)$ суммарной случайной погрешности составит $1{,}05\sigma(\Delta_1)$. Следовательно, пренебрежение дисперсией второй составляющей по сравнению с дисперсией первой составляющей приводит к тому, что СКО суммарной случайной погрешности будет определено с ошибкой в 5%. Критерий ничтожно малой погрешности для СКО случайной погрешности запишется в виде $\sigma(\Delta_1) > \sqrt{10}\sigma(\Delta_2) = 3\sigma(\Delta_2)$. Таким образом, погрешностью можно пренебречь, если ее СКО или доверительный интервал в 3 раза меньше, чем у оставляемых погрешностей.

Известен и другой подход к определению критерия ничтожной малости составляющих погрешности, рассмотренный в разд. 9.4.

Для погрешности средств измерений [58] предложен иной критерий существенности ее составляющих.

Пример 9.2. Цифровым измерителем иммитанса Е7-14 проводились прямые многократные измерения сопротивления магазина сопротивлений марки Р33, номинальное значение которого равно 0,1 Ом. Измерения проводились в диапазоне рабочих температур измерителя иммитанса. Получены следующие результаты измерения R_i: 145,44; 145,36; 145,43; 145,38; 145,44; 145,42; 145,41; 145,39; 145,40; 145,41; 145,45; 145,43; 145,46; 145,37; 145,48 мОм. Проведенные измерения характеризуются неисключенной систематической погрешностью, задаваемой пределом допускаемого значения:

- основной погрешности измерения измерителя Е7-14. Формулы для расчета этого значения приведены в таблице примера 9.1. При этом для данного магазина сопротивлений добротность Q = 0;

• дополнительной погрешности измерения в диапазоне рабочих температур. Он равен удвоенному допускаемому значению основной погрешности.

Для устранения влияния соединительных проводов и переходных сопротивлений контактов был проведен ряд измерений при нулевом значении магазина сопротивлений. Получены следующие результаты измерения R_{0i}: 48,30; 48,29; 48,28; 48,29; 48,28; 48,29; 48,29; 48,28; 48,30; 48,30; 48,30; 48,30; 48,31; 48,32; 48,30 мОм.

Требуется провести обработку результатов измерений. Найти суммарную погрешность измерения сопротивлений.

Суммарная погрешность измерения сопротивления складывается из случайной и систематической погрешностей. Систематическая погрешность измерения сопротивления состоит из трех составляющих, обусловленных:

• ненулевым значением сопротивления соединительных проводов и переходных контактов зажимов используемых средств измерений;

• основной и дополнительной погрешностями измерителя иммитанса Е7-14.

Первая из них может быть оценена исходя из данных измерений нулевого сопротивления магазина. Полученный ряд данных характеризуется средним арифметическим значением и оценкой его СКО:

$$R_0 = \frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15} R_{0i} = 45{,}295\,\text{мОм}, \quad S_0 = \sqrt{\frac{1}{14\cdot 15}\sum_{i=1}^{15}\left(R_{0i} - R_0\right)^2} = 0{,}0029\,\text{мОм}.$$

Сопротивление проводов постоянно присутствует в результатах измерений и по своей сути является систематической погрешностью, которая может быть исключена из результатов измерений путем введения поправки, равной −42,295 мОм.

Доверительный интервал погрешности измерения сопротивления проводов, равный $\Delta_{0,95}(R_0) = t_P S_0 = 2{,}15 \cdot 0{,}0029 = 0{,}0062\,\text{мОм}$, можно рассматривать двояко: как неисключенную систематическую погрешность и как составляющую случайной погрешности. В любом случае, как это будет видно далее, ее значение столь мало, что согласно критерию ничтожно малой погрешности ею можно пренебречь.

После введения поправки получается исправленный ряд значений сопротивления $R_{иi}$: 100,145; 100,065; 100,135; 100,085; 100,145; 100,125; 100,115; 100,095; 100,105; 100,115; 100,155; 100,135; 100,165; 100,075; 100,185 мОм.

Составляющая систематической погрешности, обусловленная основной погрешностью измерителя иммитанса Е7-14, рассчитывается по формуле

$$\theta_{осн} = \overline{R}_п \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-4}\,\text{Ом}.$$

Здесь $\overline{R}_п$ — среднее арифметическое значений ряда неисправленных показаний измерителя иммитанса, равное 145,418 мОм. Следовательно, систематическая погрешность, обусловленная основной погрешностью Е7–14

$$\theta_{осн} = \overline{R}_п \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-4}\,Ом = 0{,}145418 \cdot 10^{-3} + 0{,}3 \cdot 10^{-3} = 0{,}4454 \text{ мОм}.$$

Систематическая погрешность, обусловленная дополнительной погрешностью средства измерений,

$$\theta_{доп} = 2\theta_{осн} = 2 \cdot 0{,}4454 = 0{,}8908 \text{ мОм}.$$

Суммарная систематическая погрешность

$$\theta = k\sqrt{\sum_{i=1}^{3}\theta_i^2} = 1{,}10\sqrt{(0{,}4454)^2 + (0{,}8908)^2} = 1{,}10\sqrt{0{,}9919} =$$
$$= 1{,}10 \cdot 0{,}9959 = 1{,}0955 \text{ мОм}$$

при условии, что коэффициент k в используемой для расчетов формуле (9.6) определяется из табл. 9.1 для P = 0,95.

Характеристики случайной составляющей находятся посредством статистической обработки исправленного ряда наблюдений. Среднее арифметическое значение сопротивления и его СКО, соответственно равны:

$$\overline{R} = \frac{1}{15}\sum_{i=1}^{15} R_{иi} = 100{,}123 \text{ мОм}, \quad S_{\overline{R}} = \sqrt{\frac{1}{14 \cdot 15}\sum_{i=1}^{15}\left(R_{иi} - \overline{R}\right)^2} = 0{,}0088 \text{ мОм}.$$

Считая распределение результатов измерений R_i нормальным, по таблице из приложения 1 находим коэффициент Стьюдента для числа измерений n=15 и 0,95. Он равен t_p=2,15. В этом случае доверительная граница случайной составляющей погрешности измерений $\Delta_{0.95}(\overline{R}) = t_P S_{\overline{R}} = 2{,}15 \cdot 0{,}0088 = 0{,}0189$ мОм.

Случайные погрешности измерений исследуемого сопротивления и сопротивления подводящих проводов можно считать некоррелированными, так как измерения проводились в разное время. Поэтому суммарная случайная погрешность определится в соответствии со вторым уравнением в (9.15):

$$\Delta_{0,95} = \sqrt{\Delta^2_{0,95}(\overline{R}) + \Delta^2_{0,95}(R_0)} = \sqrt{0{,}0189^2 + 0{,}0062^2} = 0{,}0199 \text{ мОм}.$$

Из полученных данных видно, что систематическая погрешность значительно больше случайной, поэтому, согласно ГОСТ 8.207-76, последнюю можно не учитывать. Результат измерения запишется в виде $R=100{,}1\pm1{,}1$ мОм при $P = 0{,}95$.

Контрольные вопросы

1. На чем основана теория расчетного суммирования погрешностей?
2. Как могут быть определены квантильные множители суммарной погрешности результата измерения?
3. Сформулируйте правила, по которым суммируются систематические погрешности.
4. Расшифруйте понятия коррелированных и некоррелированных случайных величин. Что считается границей между этими случайными величинами при их суммировании?
5. Каким образом суммируются коррелированные случайные величины?
6. По каким правилам суммируются некоррелированные случайные величины?
7. Как суммируются случайные и систематические погрешности? Какой нормативный документ регламентирует эти правила?
8. В чем состоит суть критерия ничтожно малой погрешности?

Глава 10. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ СИГНАЛЫ

10.1. Классификация сигналов

10.1.1. Классификация измерительных сигналов

Сигналом называется материальный носитель информации, представляющий собой некоторый физический процесс, один из параметров которого функционально связан с измеряемой физической величиной. Такой параметр называют *информативным*.

Измерительный сигнал — это сигнал, содержащий количественную информацию об измеряемой физической величине. Основные понятия, термины и определения в области измерительных сигналов устанавливает ГОСТ 16465–70 “Сигналы радиотехнические. Термины и определения”. Измерительные сигналы чрезвычайно разнообразны. Их классификация по различным признакам приведена на рис. 10.1.

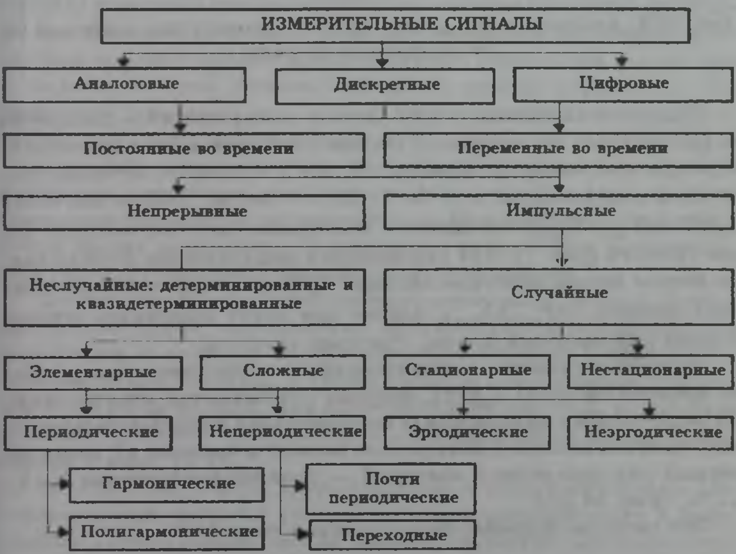


Рис. 10.1. Классификация измерительных сигналов

По ***характеру измерения информативного и временного параметров*** измерительные сигналы делятся на аналоговые, дискретные и цифровые.

Аналоговый сигнал — это сигнал, описываемый непрерывной или кусочно-непрерывной функцией $Y_я(t)$, причем как сама эта функция, так и ее аргумент t могут принимать любые значения на заданных интервалах $Y \in (Y_{min}; Y_{max})$ и $t \in (t_{min}; t_{max})$ (рис. 10.2,а).

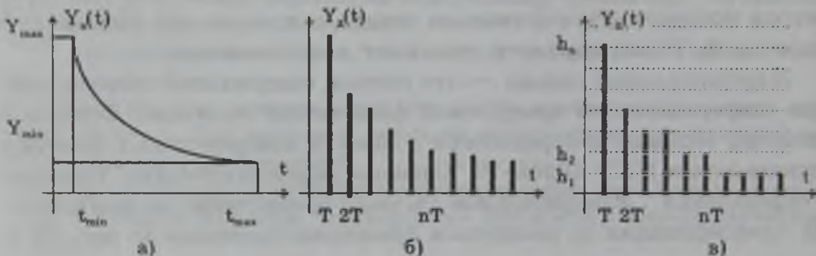


Рис. 10.2. Аналоговый (а), дискретный (по времени) (б) и цифровой (в) измерительные сигналы

Дискретный сигнал — это сигнал, изменяющийся дискретно во времени или по уровню. В первом случае он может принимать в дискретные моменты времени nT, где T = const — интервал (период) дискретизации, n = 0; 1; 2;...— целое, любые значения $Y_д(nT) \in (Y_{min}; Y_{max})$, называемые *выборками*, или *отсчетами*. Такие сигналы (рис. 10.2,б) описываются решетчатыми функциями. Во втором случае значения сигнала $Y_д(t)$ существуют в любой момент времени $t \in (t_{min}; t_{max})$, однако они могут принимать ограниченный ряд значений $h_i = nq$, кратных кванту q.

Цифровые сигналы — квантованные по уровню и дискретные по времени сигналы $Y_ц(nT)$, которые описываются квантованными решетчатыми функциями (квантованными последовательностями), принимающими в дискретные моменты времени nT лишь конечный ряд дискретных значений — уровней квантования h_1, h_2, ..., h_n (рис. 10.2,в).

Эти сигналы подробно рассмотрены в разд. 10.5.

По *характеру изменения во времени* сигналы делятся на *постоянные*, значения которых с течением времени не изменяются, и *переменные*, значения которых меняются во времени. Постоянные сигналы являются наиболее простым видом измерительных сигналов.

Переменные сигналы могут быть непрерывными во времени и импульсными. *Непрерывным* называется сигнал, параметры которого изменяются непрерывно. *Импульсный* сигнал — это сигнал конечной энергии, существенно отличный от нуля в течение ограниченного интервала времени, соизмеримого с временем завершения переходного процесса в системе, для воздействия на которую этот сигнал предназначен. Характеристики и параметры импульсных сигналов рассмотрены в разд. 10.4.

По *степени наличия априорной информации* переменные измерительные сигналы делятся на детерминированные, квазидетерминированные и случайные. *Детерминированный сигнал* — это сигнал, закон изменения которого известен, а модель не содержит неизвестных параметров. Мгновенные значения детерминированного сигнала известны в любой момент времени. Детерминированными (с известной степенью точности) являются сигналы на выходе мер. Например, выходной сигнал генератора низкочастотного синусоидального сигнала характеризуется значениями амплитуды и частоты, которые установлены на его органах управления. Погрешности установки этих параметров определяются метрологическими характеристиками генератора.

Квазидетерминированные сигналы — это сигналы с частично известным характером изменения во времени, т.е. с одним или несколькими неизвестными параметрами. Они наиболее интересны с точки зрения метрологии. Подавляющее большинство измерительных сигналов являются квазидетерминированными.

Детерминированные и квазидетерминированные сигналы делятся на *элементарные*, описываемые простейшими математическими формулами, и *сложные*. К элементарным относятся постоянный и гармонический сигналы, а также сигналы, описываемые единичной и дельта-функцией. Они рассмотрены в разд. 10.3. К сложным сигналам относятся импульсные и модулированные сигналы, описанные в разд. 10.4.

Сигналы могут быть *периодическими и непериодическими*. Непериодические сигналы делятся на почти периодические и переходные. *Почти периодическим* называется сигнал, значения которого приближенно повторяются при добавлении к временному аргументу надлежащим образом выбранного числа — почти периода. Периодический сигнал является частным случаем таких сигналов. Почти периодические функции получаются в результате сложения периодических функций с несоизмеримыми периодами, например $Y(t) = \sin(\omega t) + \sin(\sqrt{2}\omega t)$. *Переходные* сигналы описывают переходные процессы в физических системах.

Периодическим называется сигнал, мгновенные значения которого повторяются через постоянный интервал времени. *Период T* сигнала — параметр, равный наименьшему такому интервалу времени. *Частота* f периодического сигнала —величина, обратная периоду.

Периодический сигнал характеризуется *спектром*. Различают три вида спектра:

• *комплексный* — комплексная функция дискретного аргумента, кратного целому числу значений частоты ω периодического сигнала Y(t), представляющая собой значения коэффициентов комплексного ряда Фурье:

$$A(k\omega) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} Y(t)\, e^{-jk\omega t} dt, \qquad (10.1)$$

где k — любое целое число;

• *амплитудный* — функция дискретного аргумента, представляющая собой модуль комплексного спектра периодического сигнала:

$$G(k\omega) = |A(k\omega)| = \sqrt{\mathrm{Re}^2[A(k\omega)] + \mathrm{Im}^2[A(k\omega)]}, \qquad (10.2)$$

где Re(z), Im(z) — действительная и мнимая части комплексного числа z;

• *фазовый* — функция дискретного аргумента, представляющая собой аргумент комплексного спектра периодического сигнала:

$$\varphi(k\omega) = \arg[A(k\omega)] = \mathrm{arctg}\,\frac{\mathrm{Im}[A(k\omega)]}{\mathrm{Re}[A(k\omega)]}. \qquad (10.3)$$

Периодической сигнал содержит ряд гармоник. *Гармоника* — гармонический сигнал с амплитудой и начальной фазой, равными соответствующим значениям амплитудного и фазового спектра периодического сигнала при некотором значении аргумента. Наличие высших гармоник в спектре периодического сигнала количественно описывается *коэффициентом гармоник*, характеризующим отличие формы данного периодического сигнала от гармонической (синусоидальной). Он равен отношению среднеквадратического значения сигнала суммы всех его гармоник, кроме первой, к среднеквадратическому значению первой гармоники:

$$k_r = \sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} Y_i} \bigg/ Y_1, \tag{10.4}$$

где Y_i, Y_1 — i-я и первая гармоники сигнала Y(t).

Периодические сигналы бывают *гармоническими*, т.е. содержащими только одну гармонику, и *полигармоническими*, спектр которых состоит из множества гармонических составляющих. К гармоническим сигналам относятся сигналы, описываемые функцией синуса или косинуса. Все остальные сигналы являются полигармоническими.

Случайный сигнал — это изменяющаяся во времени физическая величина, мгновенное значение которой является случайной величиной. Характеристики и параметры случайных сигналов, или, как еще говорят, процессов, рассмотрены в разд. 4.3.

Измерительным сигналам посвящена обширная научная литература. В качестве примера можно привести [89, 90].

10.1.2. Классификация помех

Измерительные сигналы редко присутствуют в средствах измерений в чистом виде. Практически всегда на них накладываются помехи. Под *помехой* понимается сигнал, однородный с измерительным и действующий одновременно с ним. Его присутствие приводит к появлению погрешности измерения. Классификация помех возможна по ряду признаков.

По ***месту возникновения*** помехи делятся на внешние и внутренние. Причиной возникновения *внешних* помех являются природные процессы и работа различных технических устройств. Последние создают так называемые *индустриальные* помехи.

Внутренние помехи обусловлены процессами, происходящими при работе самого средства измерений.

В зависимости от ***вида включения источников помехи и измерительного сигнала в эквивалентных схемах средств измерений*** различают помехи общего вида (синфазные) и помехи нормального (последовательные) вида [69, 71]. Источник помехи *общего вида* включен между общими точками (корпусами) схем объекта измерений и СИ. Источник помехи *нормального вида* включен последовательно во входную цепь СИ.

По ***виду частотного спектра*** помехи делятся на белый и розовый шумы. Спектральные составляющие *белого шума* равномерно распределены по всему частотному диапазону. У *розового шума* спектральная мощность, приходящаяся на декаду частоты, постоянна.

По ***основным свойствам*** помехи можно разделить на три вида: флуктуационные, сосредоточенные и импульсные.

Флуктуационные помехи представляют собой хаотическое, беспорядочное изменение во времени сигнала, однородного с измеряемым, в каком-либо месте средства измерений. Такие помехи часто называют *шумом*. Пример — внутренние шумы измерительных электронных усилителей. Различают следующие виды шумов:

• *тепловой* (шум Джонсона), по своим свойствам близкий к белому шуму. Тепловой шум генерируется любым резистором, находящимся в измерительной цепи. Значение его состоит в том, что он устанавливает нижнюю границу напряжения шумов любого измерительного преобразователя, имеющего выходное сопротивление;

• *дробовый*, обусловленный движением электронов — дискретных носителей электрического тока. Он имеет равномерный спектр, т.е. является белым;

• *фликкер-шум*. К данному виду относят шумы, у которых спектральная мощность на декаду частоты примерно постоянна, т.е. розовые шумы, например шум постоянного резистора, пропорциональный протекающему через него току, шум тока базы транзистора и др.

Влияние флуктуационной помехи уменьшается при усреднении суммы измерительного сигнала и помехи. Максимальное уменьшение влияния флуктуационной помехи на результат измерения возможно в том случае, когда спектральная плотность помехи постоянна в пределах полосы пропускания средства измерений, т.е. помеха имеет характер белого шума.

Сосредоточенными называют помехи, основная часть мощности которых сосредоточена на отдельных участках диапазона частот, меньших полосы пропускания СИ. Помехи, наводимые в измерительных цепях СИ от промышленной силовой сети частотой 50 Гц, являются сосредоточенными. Эффективность их подавления в значительной мере определяется достоверностью априорных данных о частотном спектре.

Импульсными помехами называется регулярная или хаотическая последовательность импульсных сигналов, однородных с измерительным сигналом. Источниками таких помех являются цифровые и коммутирующие элементы СИ или работающего рядом с ними устройства. Характерный пример импульсных помех — помехи от устройств зажигания двигателей внутреннего сгорания. Импульсные и сосредоточенные помехи часто называют *наводками*.

Поскольку основным следствием действия помехи является появление погрешности измерения, то стараются устранить или, по крайней мере, ослабить их действие на средства измерений. Для устранения влияния помех целесообразно, если это возможно, исключить причины их возникновения. Способы борьбы с помехами в значительной мере зависят от их спектрального состава, вида измерительного сигнала и помехи.

Многие из электрических помех можно устранить путем экранирования, заземления средства измерений, применения специальных фильтров. Тепловые шумы могут быть заметно уменьшены при охлаждении их источника. Однако в целом борьба с помехами чрезвычайно сложна и является скорее искусством, нежели наукой. В отдельных случаях приходится применять особенно изощренные меры, как то: использование монолитных каменных столов для исключения посторонней вибрации, размещение средств измерений или их частей в термостатах, проведение электрической и электромагнитной экранировки помещений для устранения электромагнитных наводок.

10.2. Математическое описание измерительных сигналов

В метрологии измерительные сигналы описываются математическими моделями вида Y = f(X, A, B, C,...), где Y — основной информативный параметр сигнала; X — независимый аргумент сигнала;

A,B,C — параметры сигнала. В зависимости от рода независимого аргумента сигналы описываются временными ($X = t$) и частотными ($X = \omega$) математическими моделями. Вид модели выбирается в зависимости от конкретных условий решаемой задачи.

Во временной области применяют известные математические функции f(t, A, B, C,...), наиболее точно описывающие изменение сигнала, в которых один из параметров A, B, C и т.д. зависит от измеряемой величины. Временная форма представления сигнала позволяет легко определить такие важные характеристики, как энергия, мощность и длительность сигнала.

Наряду с временным описанием сигналов широко используется их *спектральное* (*частотное*) представление. В процессе передачи и обработки сигналов оно играет особую роль, поскольку определяет параметры используемой аппаратуры. Частотное представление основывается на преобразовании Фурье сигнала Y(t):

$$Y(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t + \varphi_n),$$

где A_0 — постоянная составляющая; A_n, φ_n— амплитуда и фаза n-й гармоники. Множество значений $A_n(\omega)$ и $\varphi_n(\omega)$ образуют соответственно *амплитудный* и *фазовый спектры*, которые характеризуют свойства сигнала Y(t) в частотной области. Такой спектр называют *линейчатым*, или *дискретным*. Различные формы представления спектра периодического сигнала могут быть также найдены с помощью выражений (10.1) — (10.3). Характерный вид амплитудного и фазового спектров для некоего периодического сигнала приведен на рис. 10.3.

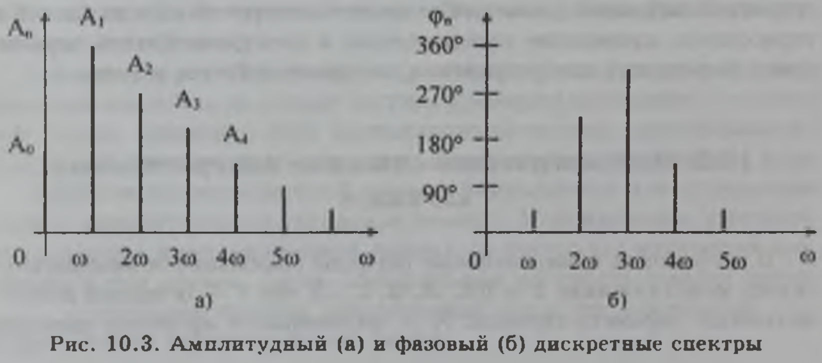


Рис. 10.3. Амплитудный (а) и фазовый (б) дискретные спектры

При постепенном увеличении периода сигнала (в пределе до бесконечности) разности соседних частотных составляющих спектра становятся ничтожно малыми и дискретный спектр превращается в *непрерывный.*

Для описания непрерывного спекра непериодического сигнала Y(t) используют спектральную функцию $S(\omega)$, модуль спектральной функции $|S(\omega)|$, часто называемый спектром, и аргумент спектральной функции $\arg S(\omega)$.

Спектральную функцию можно определить с помощью интеграла Фурье:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(t)e^{-j\omega t}dt = |S(\omega)|e^{-j\arg S(\omega)} = \mathrm{Re}[S(\omega)] - j\,\mathrm{Im}[S(\omega)].$$

Здесь $\mathrm{Re}[S(\omega)]$ и $\mathrm{Im}[S(\omega)]$— действительная и мнимая части спектральной функции:

$$\mathrm{Re}[S(\omega)] = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(t)\cos\omega t\,dt; \quad \mathrm{Im}[S(\omega)] = \int_{-\infty}^{+\infty} Y(t)\sin\omega t\,dt.$$

Модуль и аргумент спектральной функции определяются соответственно по формулам:

$$|S(\omega)| = \sqrt{\mathrm{Re}^2[S(\omega)] + \mathrm{Im}^2[S(\omega)]}; \quad \arg S(\omega) = \mathrm{arctg}\,\frac{\mathrm{Im}[S(\omega)]}{\mathrm{Re}[S(\omega)]}.$$

Спектральная функция $S(\omega)$ является комплексной величиной, содержащей информацию о спектре и амплитуд, и фаз, поэтому часто ее называют *комплексным спектром*. Модуль функции $S(\omega)$ является спектром амплитуд, но он выражает не непосредственно амплитуду, а ее спектральную плотность.

Спектральное представление сигнала позволяет оценить его частотный диапазон, т.е. граничные частоты, между которыми заключены все или основные, имеющие наибольшие амплитуды гармонические составляющие сигнала. Частотный диапазон является важной характеристикой сигнала, определяющей необходимую полосу пропускания средства измерения для передачи сигналов с требуемой точностью.

10.3. Математические модели элементарных измерительных сигналов

К элементарным измерительным сигналам относятся постоянный во времени сигнал и сигналы, описываемые единичной и синусоидальной функциями, а также дельта-функцией.

Постоянный сигнал — самый простой из элементарных сигналов, описываемый математической моделью вида $Y = A$, где A — единственный параметр сигнала. Графики временной и частотной моделей постоянного сигнала приведены на рис. 10.4.

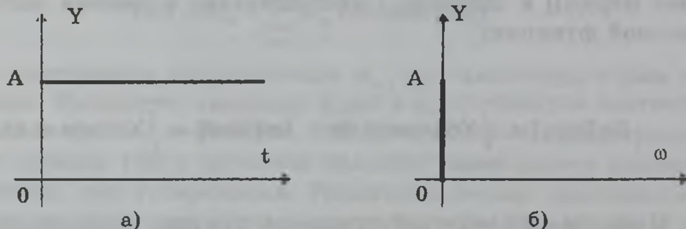


Рис. 10.4. Графики временной (а) и частотной (б) моделей постоянного сигнала

Единичная функция, называемая иногда функцией Хевисайда, описывается уравнением

$$1(t - t_0) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_0; \\ 1 & \text{при } t \geq t_0. \end{cases}$$

Она имеет один параметр — момент времени t_0. Ее временная и частотная модели представлены на рис. 10.5,а.

Дельта-функция описывается уравнением

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \neq t_0; \\ \infty & \text{при } t = t_0. \end{cases}$$

Она также имеет один параметр — момент времени t_0. Графики временной и частотной моделей дельта-функции $\delta(t)$ показаны на рис. 10.5,б. Из них видно, что дельта-функция имеет спектр бесконечной ширины.

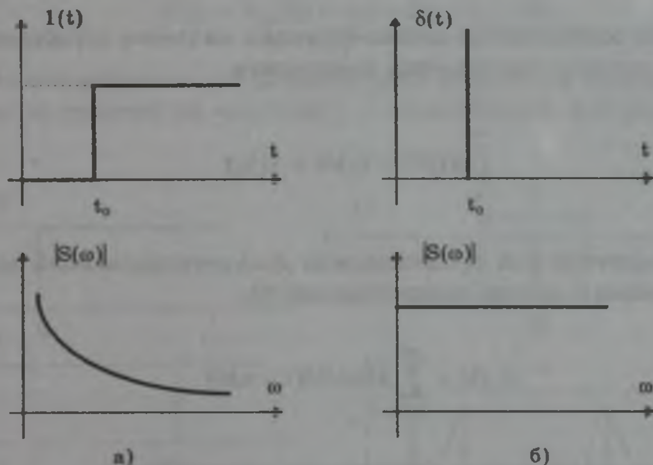


Рис. 10.5. График моделей единичной (а) и дельта-функции(б)

Дельта-функция обладает следующим свойством:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0)dt = \int_{t_0-\varepsilon}^{t_0+\varepsilon} \delta(t - t_0)dt,$$

где ε — любое, сколь угодно малое число. Она может рассматриваться как предельная функция однопараметрического семейства непрерывных функций, например нормального распределения с бесконечно малым СКО σ:

$$\delta(t - t_0) = \lim_{\sigma \to 0} \frac{\exp[-(t - t_0)^2 / (2\sigma^2)]}{\sigma\sqrt{2\pi}}.$$

Единичная и дельта-функции связаны между собой следующими выражениями:

$$1(t - t_0) = \int_0^t \delta(t - t_0)\, dt, \quad \delta(t - t_0) = \frac{d[1(t - t_0)]}{dt}.$$

Важной особенностью дельта-функции является стробирующее действие, которое описывается уравнением

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t - t_0)dt = x(t_0).$$

Оно используется для представления дискретизированной во времени функции с шагом дискретизации Δt:

$$x_д(t) = \sum_{n=1}^{\infty} x(n\Delta t)\delta(t - n\Delta t).$$

Гармонический сигнал описывается уравнением

$$Y(t) = Y_m \sin(\omega t + \varphi) = Y_m \sin(2\pi t / T + \varphi). \qquad (10.5)$$

Параметрами такого сигнала являются: амплитуда Y_m, период T (или частота f=1/T, или круговая частота ω) и начальная фаза φ. График временной модели общеизвестен, а график частотной модели такого сигнала показан на рис. 10.6.

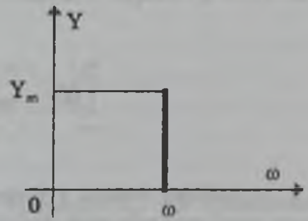


Рис. 10.6. Спектр гармонического сигнала

10.4. Математические модели сложных измерительных сигналов

В средствах измерений используется большое число измерительных сигналов, имеющих самые разнообразные формы. Рассмотрим некоторые из них, наиболее часто встречающиеся на практике.

Прямоугольные импульсы. Одиночный идеальный прямоугольный импульс (рис. 10.7,а) описывается уравнением

$$Y(t) = Y_m[1(t - t_0) - 1(t - t_0 - \tau)],$$

т.е. он формируется как разность двух единичных функций, сдвинутых во времени на величину τ — длительность импульса.

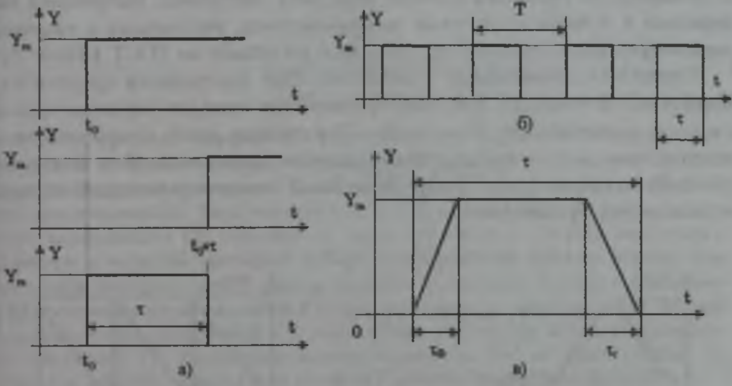


Рис. 10.7. Формирование идеального прямоугольного импульса (а), последовательность прямоугольных импульсов (б) и трапецеидальный импульс (в)

Последовательность прямоугольных импульсов есть сумма одиночных импульсов:

$$Y(t) = \sum_{k=0} Y_m[1(t - kT) - 1(t - kT - \tau)].$$

Для ее описания необходимо знать три параметра: амплитуду Y_m, длительность τ и период T (рис. 10.7,б). Отношение периода к длительности прямоугольного импульса называется *скважностью*, а обратная величина — *коэффициентом заполнения*. При скважности, равной двум, последовательность импульсов называют *меандром* (см. рис.10.7,б).

Идеальные прямоугольные импульсы в природе не встречаются. В реальных импульсах время изменения сигнала от нулевых до амплитудных значений (и обратно) всегда имеет конечную длительность, т.е. фронт $\tau_ф$ и спад τ_c (рис. 10.7,в). Следовательно, у реальных импульсов будет трапецеидальная форма.

Трапецеидальный импульс также является идеализаций реальных импульсов, которые имеют гораздо более сложную форму. Она отличается от трапеции спадом вершины импульса, выбросами на вершине и в паузе и другими особенностями, учтенными в системе параметров реального прямоугольного импульса по ГОСТ 16465–70.

Сигналы с линейными участками. При построении средств измерительной техники широкое применение находят периодические сигналы с линейными участками. Это прежде всего линейный знакопеременный и однополярный линейно изменяющийся (пилообразный) сигналы (рис. 10.8). Линейный знакопеременный сигнал описывается уравнением

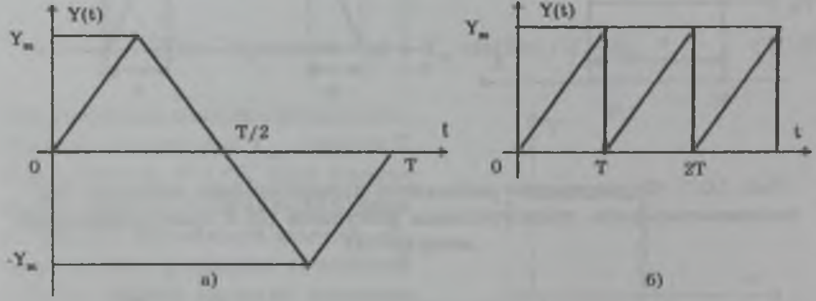


Рис. 10.8. Линейный знакопеременный (а) и однополярный линейно изменяющийся (пилообразный) (б) сигналы

$$Y(t) = \begin{cases} 4Y_m t/T & \text{при } t \in [0; T/4]; \\ 4Y_m(T\ 4 - t)/T + Y_m & \text{при } t \in [T/4; 3T/4]; \\ 4Y_m(t - 3T\ 4)/T - Y_m & \text{при } t \in [3T/4; 2T]. \end{cases} \quad (10.6)$$

Пилообразный сигнал $Y(t) = Y_m \frac{t}{T}$, при $t \in [0; T]$.

Пример 10.1. Оценить нижнюю и верхнюю частоты полосы пропускания измерительного канала средства измерений, используемого для определения параметров трех сигналов одинаковой частоты ω и амплитуды $Y_m = A$:

$Y_1(t)$ — синусоидального, описываемого формулой (10.5) при $\varphi = 0$;

$Y_2(t)$ — линейного знакопеременного, описываемого формулой (10.6);

$Y_3(t)$ — знакопеременного меандра, описываемого формулой

$$Y_2 = \begin{cases} A & \text{при } 0 \le \omega t < \pi; \\ -A & \text{при } \pi \le \omega t < 2\pi. \end{cases}$$

Чтобы средство измерений позволяло точно определять параметры сигнала, оно не должно искажать его форму в процессе преобразований. Для этого все гармоники сигнала должны проходить через измерительный канал без искажений. Выполнение данного условия нереально, так как полоса пропускания СИ конечна, а число гармоник в спектре бесконечно. Поэтому в качестве критерия выбора максимальной частоты полосы пропускания измерительного канала примем следующее условие: для внесения минимальных искажений в форму измеряемого сигнала канал должен пропускать без искажений его гармоники, амплитуда которых превышает, например, 1% амплитуды первой гармоники. Это не очень строгая постановка вопроса, однако она позволит решить поставленную задачу.

Определим спектральный состав измеряемых сигналов, разложив их в ряд Фурье:

$$Y_1 = A \sin \omega t;$$

$$Y_2 = \frac{4A}{\pi}\left(\sin \omega t - \frac{1}{9}\sin 3\omega t + \frac{1}{25}\sin 5\omega t - \frac{1}{49}\sin 7\omega t - \ldots\right);$$

$$Y_3 = \frac{4A}{\pi}\left(\sin \omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \frac{1}{7}\sin 7\omega t + \ldots\right).$$

Спектр первого сигнала содержит только первую гармонику с амплитудой А. Спектры второго и третьего сигналов содержат только нечетные гармоники, амплитуда которых затухает с разной интенсивностью: у сигнала Y_2 — пропорционально $1/n^2$, где n — номер гармоники, а у сигнала Y_2 — пропорционально $1/n$. Соответственно номер гармоники второго сигнала, после которой их амплитуда становится меньше $0{,}01A_1$, равен 11 ($100/11^2=0{,}83\%$). Для третьего сигнала это номер 101 ($100/101=0{,}99\%$).

Таким образом, при измерении синусоидального сигнала минимальная и максимальная частоты полосы пропускания канала одинаковы и равны ω. При измерении линейного знакопеременного сигнала они соответственно составят ω и 11ω. Полоса пропускания равна 10ω. Для знакопеременного меандра экстремальные частоты равны ω и 101ω, а полоса пропускания — 100ω.

Модулированные сигналы. *Модулированным* называется сигнал, являющийся результатом взаимодействия двух или более сигналов, т.е. модуляции. *Модуляция* — это воздействие измерительного сигнала $X(t)$ на какой-либо параметр стационарного сигнала $Y(t)$, обладающего такими физической природой и характером изменения во времени, при которых удобны его дальнейшие преобразования и передача. В качестве стационарного сигнала, именуемого *несущим*, обычно выбирают синусоидальное (гармоническое) колебание

$$Y(t) = Y_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{10.7}$$

или последовательность импульсов.

Физический процесс, обратный модуляции, называется *демодуляцией*, или *детектированием*, и заключается в получении из модулированного сигнала другого сигнала, пропорционального модулирующему. Задача демодуляции — по возможности полное восстановление информации, содержащейся в модулирующем сигнале $X(t)$.

Вид модуляции и способ детектирования зависят от требований, предъявляемых к точности передачи информации. Наиболее простым модулированным гармоническим сигналом является *амплитудно-модулированный сигнал*, в котором измерительная информация содержится в амплитуде несущего синусоидального сигнала (рис. 10.9).

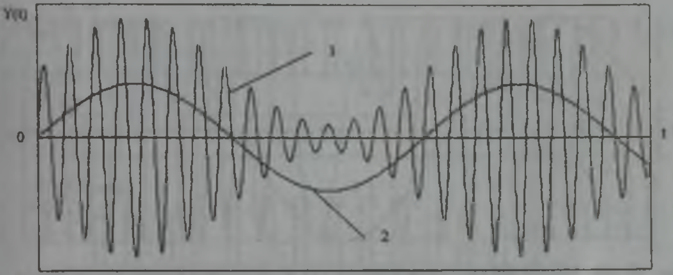


Рис. 10.9. Амплитудно-модулированный (1) и модулирующий (2) сигналы

Амплитудно-модулированные сигналы описываются формулой

$$Y(t) = Y_m\left[1 + m\frac{X(t)}{X_m}\right]\sin(\omega_0 t + \varphi_0), \tag{10.8}$$

где m — глубина амплитудной модуляции (всегда меньше единицы).

При *частотной модуляции* (рис.10.10) измерительная информация содержится в частоте модулированного сигнала, т.е.

$$\omega(t) = \omega_0 + \Delta_\omega \frac{X(t)}{X_m},$$

где Δ_ω — наибольшее изменение частоты модулированного сигнала, т.е. девиация частоты, пропорциональная амплитуде модулирующего сигнала.

При *фазовой модуляции* (рис. 10.11) модулирующий сигнал X(t) воздействует на фазу несущего колебания:

$$Y(t) = Y_m \sin\left\{\omega_0 t + \varphi_0\left[1 + m_\phi \frac{X(t)}{X_m}\right]\right\},$$

где m_ϕ — коэффициент фазовой модуляции.

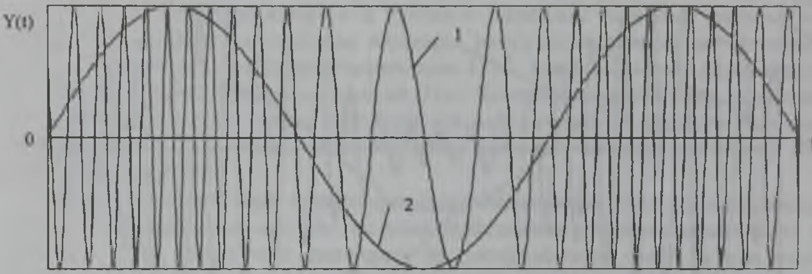


Рис. 10.10. Частотно-модулированный (1) и модулирующий (2) сигналы

Для того чтобы при детектировании можно было восстановить модулирующий сигнал, необходимо иметь сигнал вида (10.7), называемый *опорным*. Относительно него наблюдают, как меняется фаза модулированного сигнала. Модулирующий, модулированный и опорный сигналы показаны на рис. 10.11.

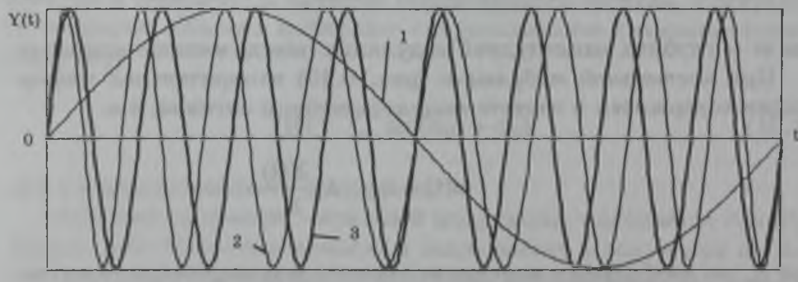


Рис. 10.11. Модулирующий (1), фазомодулированный (2) и опорный (3) сигналы

Если модулируемым сигналом является периодическая последовательность прямоугольных импульсов, то возможны три вида модуляции (рис. 10.12):

- амплитудно-импульсная (АИМ);
- частотно-импульсная (ЧИМ);
- широтно-импульсная (ШИМ).

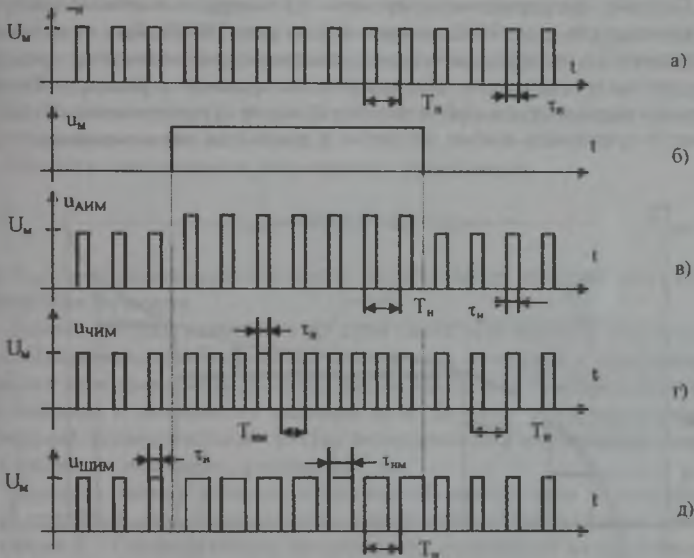


Рис. 10.12. Несущая последовательность прямоугольных импульсов (а), модулирующий (б), амплитудно-модулированный (в), частотно-модулированный (г) и широтно-модулированный (д) сигналы

При этом параметром, несущим измерительную информацию, соответственно являются амплитуда, частота и длительность импульсов.

10.5. Квантование и дискретизация измерительных сигналов

По характеру изменения информативного параметра сигналы делятся на четыре группы:

- непрерывный по времени и размеру;
- непрерывный по времени и квантованный по размеру;
- дискретизированный по времени и непрерывный по размеру;
- дискретизированный по времени и квантованный по размеру.

Сигналы, непрерывные по времени и размеру, — наиболее распространенные (см. рис. 10.2,а и кривая 1 на рис. 10.13). Они чаще всего встречаются в практике измерений, поскольку все первичные природные сигналы макромира непрерывны по времени и размеру. Такие сигналы определены в любой момент времени существования сигнала и могут принимать любые значения в диапазоне его изменения.

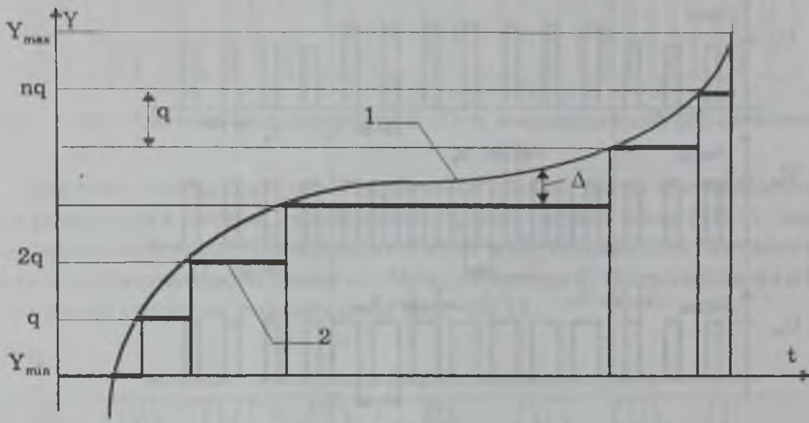


Рис. 10.13. Исходный непрерывный (1) и непрерывный по времени и квантованный по размеру (2) сигналы

Сигналы, непрерывные по времени и квантованные по размеру получаются из сигнала, непрерывного по времени и размеру, посредством его квантования. *Квантование* — измерительное преобразование непрерывно изменяющейся величины в ступенчато изменяющуюся с заданным размером ступени q — квантом. В результате проведения этой операции непрерывное множество значений сигнала Y(t) в диапазоне от Y_{min} до Y_{max} преобразуется в дискретное множество значений $Y_{кв}(t)$ (см. рис. 10.13). Квантование широко применяется в измерительной технике. Существует большая группа естественно квантованных физических величин. К ним относятся электрический заряд, квантом которого является заряд электрона, масса тела, квантом которой является масса молекулы или атома, составляющих данное тело, и др.

Различают *равномерное* (q — постоянная величина) и *неравномерное* (q — переменная величина) квантование. Неравномерное квантование применяется достаточно редко, в специфических случаях, например при большом динамическом диапазоне квантуемой величины. В связи с этим в дальнейшем рассматривается только равномерное квантование.

Процесс квантования описывается уравнением

$$Y_{кв}(t)=N(t_i)\ q\cdot 1(t-t_i),$$

где $Y_{кв}(t)$ — квантованный сигнал; $N(t_i)$ — число квантов; $1(t-t_i)$ — единичная функция.

Любой процесс измерения по сути своей есть процесс квантования. Например, при измерении длины тела линейкой с миллиметровыми делениями определяется целое число миллиметров, наиболее близкое к истинному размеру тела. В данном случае в роли кванта выступает миллиметр. При использовании микрометра квантом является величина, равная 10^{-6} м.

Разность между истинным значением длины тела и измеренным линейкой есть погрешность квантования. *Погрешность квантования* Δ — методическая погрешность отражения непрерывной величины ограниченным по числу разрядов числом. Она равна разности между значением непрерывной функции и значением, полученным в результате квантования (см. рис.10.13).

Возможны [13] четыре способа квантования, при которых значение непрерывной аналоговой функции $Y(t)$, находящееся между двумя известными значениями Y_i и Y_{i+1}, где $Y_{i+1}= Y_i+q$, отражается цифровым значением N, полученным после ее квантования. Способы и формулы для расчета числовых значений N и погрешностей квантования Δ приведены в табл. 10.1. Там же приведены максимальные значения погрешности квантования Δ_m (Int(x), Frac(x) — целая и дробная части числа x; sign(x) — функция, равная 1 при $x > 0$ и -1 при $x < 0$).

Можно показать [13, 14, 88], что погрешность квантования во всех рассмотренных случаях подчиняется равномерному закону распределения. В первом случае она распределена в диапазоне от 0 до $-q$ и имеет математическое ожидание $M[\Delta] = -q/2$, во втором — от 0 до $+q$ с $M[\Delta] = q/2$, в третьем и четвертом — от $-q/2$ до $+q/2$ с $M[\Delta] = 0$. Среднее квадратическое отклонение погрешности при всех видах равномерного квантования $\sigma(\Delta) = q/\left(2\sqrt{3}\right)$.

Таблица 10.1

Способы квантования

Способ представления аналоговой величины	Формулы для расчета числового значения и абсолютной погрешности квантования	Δ_m
Нижнее числовое значение	$N = \mathrm{Int}[Y(t)/q]$ $D = -q\,\mathrm{Frac}[\lvert Y(t)/q\rvert]$	q
Верхнее числовое значение	$N = \mathrm{Int}[Y(t)/q] + 1 \cdot \mathrm{sign}[Y(t)]$ $\Delta = -q\{\mathrm{sign}[Y(t)] - \mathrm{Frac}[Y(t)/q]\}$	q
Нижнее числовое значение, увеличенное на числовую поправку +0,5	$N = \mathrm{Int}[Y(t)/q] + 0{,}5\mathrm{sign}[Y(t)]$ $\Delta = 0{,}5q\,\{\mathrm{sign}[Y(t)] - \mathrm{Frac}[Y(t)/q]\}$	q/2
Нижнее числовое значение при аналоговом введении поправки, равной 0,5q	$N = \mathrm{Int}\{Y(t)/q + 0{,}5\mathrm{sign}[Y(t)]\}$ $\Delta = q\,\mathrm{Frac}\{Y(t)/q + 0{,}5\mathrm{sign}[Y(t)]\}$	q/2

Если задано максимально допустимое значение СКО σ_m, то данная формула дает возможность определить число ступеней N_m, при котором СКО погрешности квантования не превысит σ_m. Действительно, учитывая, что $q = X_m/N_m$, где X_m — максимальное значение квантуемого сигнала, получим исходное неравенство $\sigma(\Delta) = q/(2\sqrt{3}) = X_m/(N_m 2\sqrt{3}) \le \sigma_m$. После преобразования

$$N_m \ge \frac{X_m}{\sigma_m \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{1}{\delta_m \cdot 2\sqrt{3}} \approx \frac{0{,}289}{\delta_m},$$

где $\delta_m = \sigma_m/X_m$.

Сигналы, дискретизированные по времени и непрерывные по размеру получаются из непрерывных по времени и размеру сигналов посредством дискретизации. *Дискретизация* — измерительное преобразование непрерывного во времени сигнала $Y(t)$ в последовательность мгновенных значений этого сигнала $Y_k = Y(k\Delta t)$, соответствующих моментам времени $k\Delta t$, где $k = 1; 2; \ldots$ Интервал времени Δt называется *шагом дискретизации*, а обратная ему величина $f_д = 1/\Delta t$ — *частотой дискретизации.*

Процесс дискретизации непрерывного сигнала показан на рис. 10.14. Математически он описывается с помощью дельта-функции $\delta(t-k\Delta t)$, которая, как известно, обладает стробирующим действием. Идеальный дискретизированный сигнал $Y_д$ является последовательностью импульсов нулевой длительности и аналитически может быть представлен в виде

$$Y_д(k\Delta t) = \sum_{k=1}^{n} Y(k\Delta t)\,\Delta(t - k\Delta t),$$

где $Y(k\Delta t)$ — значение непрерывного сигнала в k-й точке дискретизации.

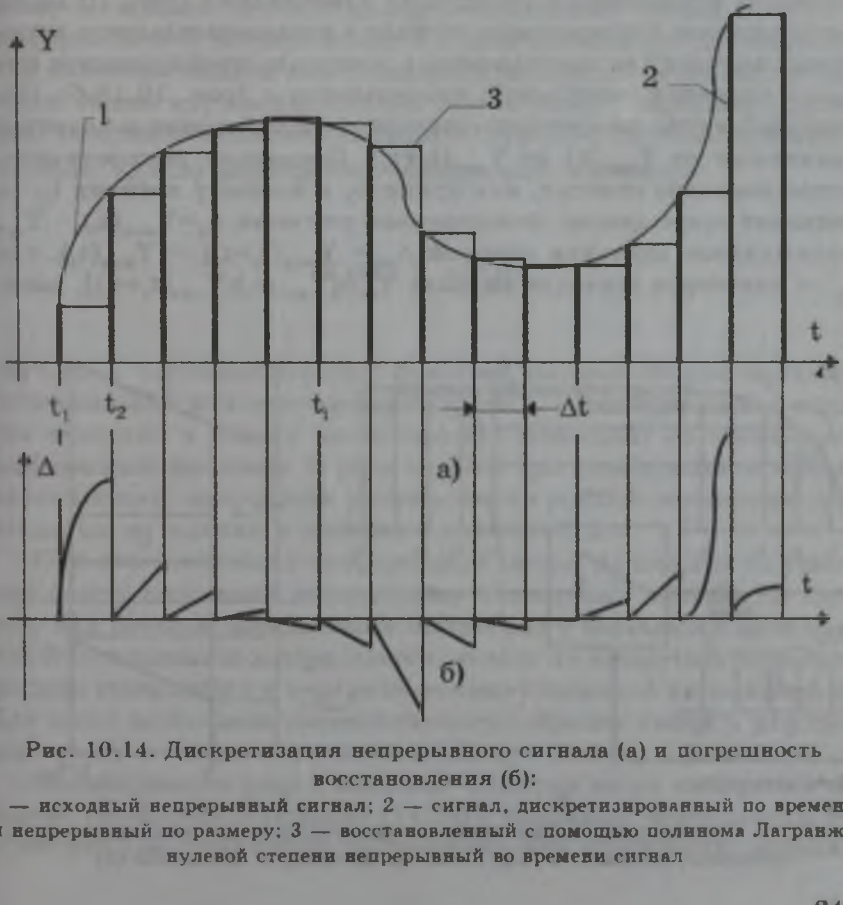


Рис. 10.14. Дискретизация непрерывного сигнала (а) и погрешность восстановления (б):

1 — исходный непрерывный сигнал; 2 — сигнал, дискретизированный по времени и непрерывный по размеру; 3 — восстановленный с помощью полинома Лагранжа нулевой степени непрерывный во времени сигнал

Дискретизация бывает *равномерной* ($\Delta t = \text{const}$) и *неравномерной* (Δt — переменная величина). Частота дискретизации выбирается на основе априорных сведений о характеристиках дискретизируемого сигнала. На практике наибольшее распространение получила равномерная дискретизация. Это объясняется тем, что алгоритмы дискретизации и последующего восстановления сигнала и соответствующая аппаратура относительно просты. Однако при недостаточности априорных данных о характеристиках сигнала или их некорректности возможна значительная избыточность отсчетов.

По способу получения дискретных значений различают *физическую* и *аналитическую* дискретизации.

При физической дискретизации, т.е. дискретизации, осуществляемой аппаратными средствами электроники (рис. 10.15,а), преобразование непрерывного сигнала в последовательность мгновенных значений осуществляется с помощью стробирующего импульса конечной (ненулевой) длительности τ_c (рис. 10.15,б). Поэтому амплитуда дискретизированных значений может находиться в диапазоне от $Y_{вых}(t_i)$ до $Y_{вых}(t_i+\tau_c)$. Поскольку дискретизированное значение относят, как правило, к моменту времени t_i, то возникает *погрешность датирования отсчета* $\Delta_д = Y_{вых}(t_i) - Y_{ср}$, максимальное значение которой $\Delta_{дm} = Y_{вых}(t_i+\tau_c) - Y_{вых}(t_i)$, где $Y_{ср}$ — некоторое значение сигнала $Y_{ср} \in [Y_{вых}(t_i); Y_{вых}(t_i+\tau_c)]$, зави-

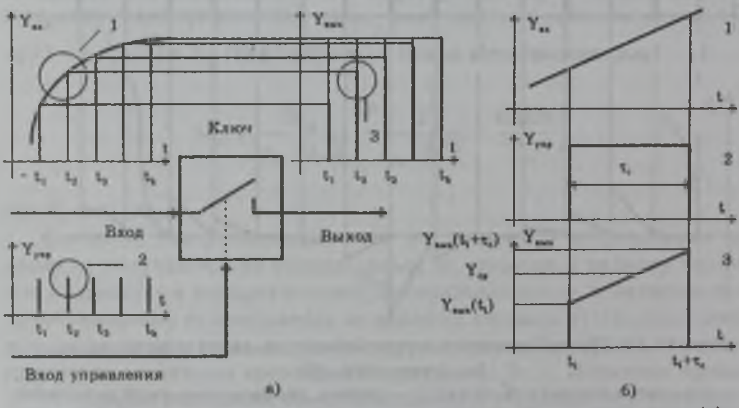


Рис 10.15. Структурная схема процесса физической дискретизации (а) и основные сигналы в укрупненном временном масштабе (б)

сящее от аппаратной реализации устройств, дискретизирующих измерительный сигнал.

Дискретизация имеет место в расчетах процессов, проводимых с помощью вычислительной техники. В этом случае она называется аналитической (математической, расчетной, условной). При такой дискретизации длительность стробирующего импульса равна нулю; следовательно, погрешность датирования принципиально отсутствует и дискретизированное значение относится к заданному моменту времени, т.е. определяется мгновенное значение сигнала.

В дискретизированном сигнале отсутствуют промежуточные значения, которые содержались в исходном непрерывном сигнале. Однако часто принципиально необходим непрерывный сигнал. Поэтому во многих случаях дискретизированный сигнал требуется преобразовать в непрерывный, т.е. восстановить его промежуточные значения. Задача восстановления дискретизированных сигналов в общем случае аналогична задаче интерполирования функций. При восстановлении исходного сигнала Y(t) по совокупности выборок $Y_д(k\Delta t)$ формируется обобщенный многочлен

$$Y_в(t) = \sum_{i=1}^{k} a_i C_i(t),$$

где $C_i(t)$ — система базисных функций, которая обычно является ортогональной или ортонормированной; a_i — коэффициенты ряда. Его значения в точках дискретизации совпадают со значениями непрерывной функции. В ряде случаев при формировании восстанавливающего многочлена накладывается условие совпадения производных до заданного порядка n включительно.

При восстановлении непрерывный сигнал на каждом из участков между соседними дискретными значениями заменяется кривой, вид которой определяется выбранными базисными функциями. Восстановление непрерывного сигнала из дискретизированного должно проводиться с возможно меньшей заданной погрешностью. Для этого необходимо соответствующим образом выбрать для данного участка сигнала восстанавливающую базисную функцию.

Коэффициенты ряда и базисные функции могут выбираться на основе различных критериев [14, 88], например: наибольшего отклонения [14], минимума погрешности или совпадения значений восстанавливаемого непрерывного сигнала с мгновенными значениями дискретизированного сигнала. В измерительной технике наиболее широко используется последний критерий, так как он удобен для аналитического восстановления с помощью компьютера на основе результатов измерения мгновенных значений дискретизированного сигнала, отличается простотой реализации и достаточно высокой точностью.

Восстановление сигнала в данном случае регулируется *теоремой Котельникова*, которая формулируется следующим образом: если функция Y(t), удовлетворяющая условиям Дирихле — ограничена, кусочно-непрерывна, имеет конечное число экстремумов — и обладающая спектром с граничной частотой f_c, дискретизирована циклически с периодом Δt, меньшим или равным $1/(2f_c)$, т.е. $f_д \geq 2f_c$, то она может быть восстановлена по всей этой совокупности ее мгновенных значений без погрешности.

Если теорема Котельникова выполняется, то непрерывный сигнал Y(t) может быть восстановлен как сумма базисных функций, называемых рядом Котельникова:

$$Y_в(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Y(n\Delta t) \frac{\sin[\omega_c(t - n\Delta t)]}{\omega_c(t - n\Delta t)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Y(n\Delta t) F_{от}(t),$$

где $\omega_c = 2\pi f_c$ — круговая граничная частота спектра непрерывного сигнала Y(t); Δt — период дискретизации; $F_{от}(t)$ — функция отсчетов.

Ряд Котельникова является одним из примеров обобщенного ряда Фурье и замечателен тем, что его коэффициенты равны мгновенным дискретизированным значениям сигнала Y(t) и, следовательно, определяются наиболее простым способом.

При использовании теоремы Котельникова возникает ряд принципиальных затруднений [13]. Теорема предназначена для сигналов с ограниченным частотным спектром, а реальные сигналы имеют бесконечный частотный спектр. Искусственное ограничение реального бесконечного спектра частотой f_c (в предположении, что при частотах, больших f_c, спектр равен нулю) приводит к возникновению погрешности восстановления.

В действительности дискретизированные значения сигнала практически никогда не являются мгновенными. Чаще всего они выражают усредненное за некоторый конечный (хотя и весьма малый) интервал значение сигнала (см. рис. 10.15,б). Это обуславливает возникновение методической погрешности восстановления сигнала.

Кроме полиномов Котельникова широкое применение в качестве базисных функций нашли степенные алгебраические полиномы Лагранжа (см. рис.10.14,б) и Уолша [14].

Погрешность восстановления дискретизированных сигналов равна разности между значениями непрерывной исходной функции и восстанавливающей функции. Она существенным образом зависит от вида используемой базисной функции. Для восстанавливающей функции на основе полиномов Лагранжа нулевой степени погрешность восстановления показана на рис. 10.14, б.

Погрешность восстановления зависит от закона изменения дискретизируемой функции, выбранных восстанавливающих полиномов и величины шага или частоты дискретизации. Чем менее гладкой и монотонной является дискретизируемая функция (т.е. чем больше в ее спектральном составе высших гармоник), тем больше, при прочих равных, погрешность восстановления. Выбор восстанавливающих полиномов влияет не только на погрешность, но и на сложность и стоимость реализующей данный способ восстановления аппаратуры. Поэтому на практике стремятся использовать по возможности наиболее простые аппроксимирующие выражения.

Погрешность восстановления доводят до требуемой величины главным образом соответствующим выбором шага дискретизации. Очевидно, что при его уменьшении погрешность восстановления снижается. Однако при малых Δt измерительный прибор должен иметь очень высокое быстродействие, что требует усложнения его конструкции и приводит к увеличению стоимости. Кроме этого возникает избыточность информации, приводящая к перегрузке используемых каналов связи и запоминающих устройств. При больших Δt невозможно точно восстановить исходную непрерывную функцию, поэтому на практике шаг Δt и частоту дискретизации $f=1/\Delta t$ рассчитывают по заданной погрешности восстановления.

Методика расчета зависит от применяемых базисных функций. При использовании ряда Котельникова частота дискретизации рассчитывается по формуле $f=2kf_c$, где k — коэффициент запаса, выбираемый [14] из диапазона (1,5; 6) и учитывающий неограниченность спектра реальных сигналов; f_c — максимальная частота в спектре сигнала.

Формулы для расчета частоты дискретизации при использовании полиномов Лагранжа нулевой и первой степеней носят приближенный характер и подробно рассмотрены в [13].

Сигналы, дискретизированные по времени и квантованные по размеру (рис. 10.16), согласно приведенной классификации являются цифровым сигналами. На практике они формируются цифроаналоговыми преобразователями. Последние фактически являются управляемыми цифровым кодом мерами, выходной сигнал которых подвергнут дискретизации. Следовательно, в этих устройствах параллельно осуществляются два процесса преобразования измерительной информации: дискретизация и квантование. Их совместное действие описывается математическим выражением

$$Y_{кд}(k\Delta t) = \sum_{k=1}^{n} N(k\Delta t) q \delta(t - k\Delta t),$$

где $N(k\Delta t)$ — цифровой код (число квантов), соответствующий моменту $k\Delta t$.

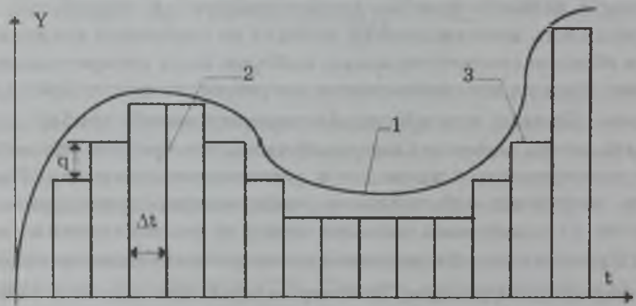


Рис. 10.16. Сигналы: исходный непрерывный (1), дискретизированный по времени и квантованный по уровню (2) и восстановленный непрерывный (3)

Значения сигнала, дискретизированного по времени и квантованного по уровню, определены только в моменты, кратные периоду дискретизации Δt. Поэтому имеет место задача формирования непрерывного сигнала по данным значениям. Эта задача аналогична рассмотренной задаче восстановления дискретизированного сигнала. Отличие состоит в том, что последний равен исходному непрерывному сигналу, а квантованный и дискретизированный сигналы отличаются от него, но не более чем на величину кванта q. Вследствие этого погрешность состоит из двух составляющих, обусловленных процессами дискретизации и квантования. Суммарная дисперсия ординаты восстановленного сигнала равна сумме дисперсий погрешности квантования и дискретизации: $\sigma^2 = q^2/12 + \sigma_д^2$. При этом считается, что между ними отсутствует корреляция.

10.6. Интегральные параметры периодического сигнала

Переменный периодический сигнал Y(t) кроме совокупности мгновенных значений часто описывается несколькими общепринятыми обобщающими параметрами, называемыми *интегральными* и характеризующими в целом период сигнала. Каждому закону изменения сигнала соответствуют определенные интегральные значения: амплитудное, среднее, средневыпрямленное и среднеквадратическое.

Амплитудное (пиковое) значение Y_m равно максимальному на периоде значению сигнала Y(t). По сути своей амплитудное значение является мгновенным, а не интегральным. Однако оно используется при расчете коэффициентов формы, амплитуды и усреднения и поэтому рассматривается в этом разделе.

Среднее значение $Y_{ср} = \frac{1}{T}\int_0^T Y(t)dt$ описывает постоянную составляющую сигнала. Так, для синусоидального сигнала среднее значение равно нулю, следовательно, он не содержит постоянной составляющей.

Средневыпрямленное значение $Y_{свз} = \frac{1}{T}\int_0^T |Y(t)|\,dt$ используется для симметричных относительно оси времени сигналов, т.е. не содержащих постоянной составляющей.

Среднеквадратическое значение $Y_{скз} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T Y^2(t)\,dt} = \sqrt{\sum_{k=0}^{\infty} Y_k^2}$.

где Y_k — среднеквадратическое значение k-й гармоники сигнала Y(t). Его иногда называют действующим или эффективным, хотя эти термины ГОСТ 16465–70 считает устаревшими. Среднеквадратическое значение сигнала является единственной истинной мерой его мощности. Эти значения широко используются в практике электрических измерений. Подавляющее большинство вольтметров проградуировано в среднеквадратических значениях напряжения.

Связь между перечисленными параметрами устанавливается с помощью следующих коэффициентов: формы $k_ф = Y_{скз}/Y_{свз}$, амплитуды $k_а = Y_m/Y_{скз}$ и усреднения $k_у = Y_m/Y_{свз} = k_а k_ф$. Числовые значения рассмотренных коэффициентов для некоторых сигналов приведены в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Значения коэффициентов амплитуды, формы и усреднения для ряда наиболее распространенных сигналов

Сигнал	$k_а$	$k_ф$	$k_у$
Синусоидальный	$\sqrt{2} \approx 1{,}41$	$\pi/(2\sqrt{2}) \approx 1{,}11$	$\pi/2 \approx 1{,}57$
Меандр	1	1	1
Линейный знакопеременный	$\sqrt{3} \approx 1{,}73$	$2/\sqrt{3} \approx 1{,}16$	2
Однополярный линейно изменяющийся (пилообразный)	$\sqrt{3} \approx 1{,}73$	$2/\sqrt{3} \approx 1{,}16$	2

Пример 10.2. В измерительной технике часто используются периодические и не содержащие постоянной составляющей сигналы. Они имеют самую разнообразную форму: прямоугольную, линейную знакопеременную, синусоидальную и т.д. до близкой к форме дельта-функции Дирака. Для моделирования и настройки средств измерений удобно иметь одну простую математическую функцию, которая при изменении одного—двух ее параметров описывала бы с той или иной степенью точности все перечисленные выше формы сигналов. Для данной цели подходит известная функция Иордана

$$Y(t) = \frac{Y_m \sin \omega t}{\sqrt{1 + \varepsilon \cos^2 \omega t}}, \tag{10.9}$$

где Y_m— амплитуда сигнала; $\omega = 2\pi f$ — круговая частота; ε — параметр формы, изменяющийся от −0,(999) до бесконечности. При $\varepsilon \to -1$, получаем практически прямоугольный сигнал, а при $\varepsilon \to \infty$, стремящимся к бесконечности, данная функция по форме становится близкой к дельта-функции Дирака (рис. 10.17).

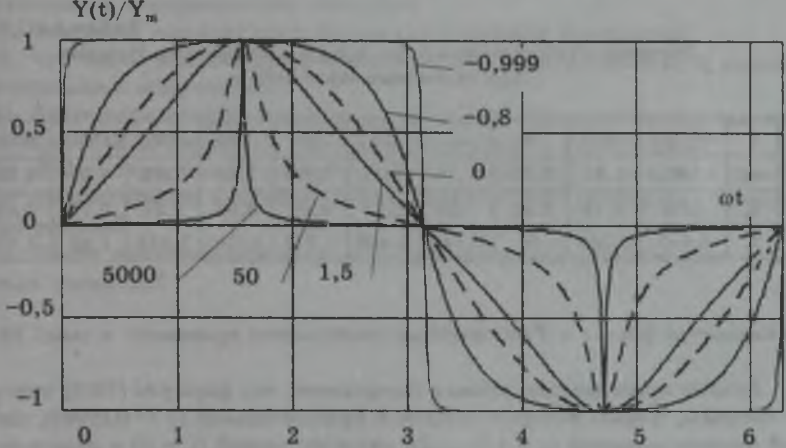


Рис. 10.17. Вид функции Иордана при различных значениях коэффициента ε

Среднеквадратическое и средневыпрямленное значения сигнала, описываемого функцией Иордана, зависят от параметра формы и могут быть определены по формулам:

$$Y_{ск} = \begin{cases} Y_m\sqrt{(\sqrt{1+\varepsilon}-1)/\varepsilon}, & \varepsilon \in (-1;\infty),\ \varepsilon \neq 0; \\ Y_m/\sqrt{2}, & \varepsilon = 0. \end{cases}$$

$$Y_{св} = \begin{cases} \dfrac{2Y_m}{\pi\sqrt{|\varepsilon|}}\arcsin\sqrt{|\varepsilon|}, & \varepsilon \in (-1;0); \\ 2Y_m/\pi, & \varepsilon = 0; \\ \dfrac{2Y_m}{\pi\sqrt{\varepsilon}}\operatorname{arsh}\sqrt{\varepsilon}, & \varepsilon \in (0;\infty). \end{cases}$$

Приведенные выражения позволяют найти все три коэффициента, характеризующие сигнал (10.9). Эти коэффициенты, а также коэффициент гармоник $k_г$, рассчитываемый по формуле (10.4), в значительной степени зависят

Таблица 10.3

Значения коэффициентов $k_ф(\varepsilon)$, $k_а(\varepsilon)$ и $k_г(\varepsilon)$ функции Иордана при различных значениях ε

ε	−0,999	−0,9	0	2	20	60	100	500	1000	5000
$k_ф$	1,00	1,04	1,11	1,15	1,35	1,50	1,58	1,91	2,10	2,65
$k_а$	1,02	1,15	1,41	1,65	2,36	2,97	3,32	4,84	5,71	8,47
$k_г$	0,447	0,242	0	0,146	0,446	0,643	0,730	1,076	1,25	1,73

от параметра формы ε. Рассчитанные зависимости приведены в табл. 10.3.

Анализ приведенных данных показывает, что формула (10.9) описывает сигналы, формы которых близки к прямоугольной ($\varepsilon > -0,(999)$), линейной знакопеременной ($\varepsilon \approx 1,5 \ldots 2$), синусоидальной ($\varepsilon = 0$) и дельта-функции Дирака ($\varepsilon \geq 5000$). Изменяя один параметр функции, можно описывать сигнал различным спектральным составом: коэффициент гармоник меняется от 0 при $\varepsilon = 0$ до 173% при $\varepsilon = 5000$.

Функцию Дирака удобно использовать при реализации калибраторов — прецизионных источников переменного напряжения, выполненных на основе цифроаналоговых преобразователей, управляемых микропроцессорами. Задавая параметр формы и рассчитывая управляющий код для данного преобразователя, можно формировать напряжения требуемой формы, амплитуды и частоты (естественно, с теми ограничениями, которые накладывает аппаратная реализация калибратора).

Контрольные вопросы

1. Чем измерительный сигнал отличается от сигнала? Приведите примеры измерительных сигналов, используемых в различных разделах науки и техники.

2. Перечислите признаки, по которым классифицируются измерительные сигналы.

3. Чем аналоговый, дискретный и цифровой сигналы отличаются друг от друга?

4. Расскажите о характеристиках и параметрах случайных сигналов.

5. Что такое помехи, как они классифицируются? Приведите примеры помех.

6. Какие типы математических моделей измерительных сигналов используются в метрологии?

7. Сколько и каких параметров нужно знать для описания каждого из элементарных измерительных сигналов?

8. Что такое амплитудная, частотная и фазовая модуляции?

9. Что такое амплитудно-импульсная, частотно-импульсная и широтно-импульсная модуляции?

10. Дайте определение операции квантования. Где и каким образом она используется в метрологии? Что такое погрешность квантования?

11. Дайте определение дискретизации. Расскажите о том, как проводится дискретизация измерительных сигналов. Что утверждает теорема Котельникова?

12. Какие интегральные параметры используются для описания переменных сигналов?

Глава 11. СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

11.1. Понятие о средстве измерений

Понятие "средство измерений" является одним из важнейших в теоретической метрологии. ГОСТ 16263–70 определяет *средство измерений* как техническое средство, используемое при измерениях и имеющее нормированные метрологические свойства. Такое определение представляется слишком кратким и не раскрывает все стороны этого многогранного понятия. Более удачным является другое, данное в [22, 34]: *средство измерений* — это техническое средство (или их комплекс), предназначенное для измерений, имеющее нормированные метрологические характеристики, воспроизводящее и (или) хранящее единицу физической величины, размер которой принимается неизменным (в пределах установленной погрешности) в течение известного интервала времени. Данное определение раскрывает метрологическую сущность средств измерения, заключающуюся в умении хранить (или воспроизводить) единицу ФВ и в неизменности размера хранимой единицы во времени. Первое обуславливает возможность выполнения измерения, суть которого, как известно, состоит в сравнении измеряемой величины с ее единицей. Второе принципиально необходимо, поскольку при изменении размера хранимой единицы ФВ с помощью данного средства измерения нельзя получить результат с требуемой точностью.

Средство измерений является обобщенным понятием [7], объединяющим самые разнообразные конструктивно законченные устройства, которые реализуют одну из двух функций:

• воспроизводят величину заданного (известного) размера — например, гиря — заданную массу, магазин сопротивлений — ряд дискретных значений сопротивления;

• вырабатывают сигнал (показание), несущий информацию о значении измеряемой величины. Показания СИ либо непосредственно воспринимаются органами чувств человека (например, показания стрелочного или цифрового приборов), либо они недоступны восприятию человеком и используются для преобразования другими СИ.

Последняя функция, являющаяся основной, может быть реализована только посредством измерения, составляющие операции которого рассмотрены в разд. 2.2. Очевидно, что СИ должны содержать устройства (блоки, модули), которые выполняют эти элементарные операции. Такие устройства называются *элементарными* средствами измерений. В их число входят измерительные преобразователи, меры и устройства сравнения (компараторы).

Измерительный преобразователь — это техническое устройство, построенное на определенном физическом принципе и выполняющее одно частное измерительное преобразование, т.е. операцию преобразования входного сигнала X в выходной X_1, информативный параметр которого с заданной степенью точности функционально связан с информативным параметром входного сигнала и может быть измерен с достаточной степенью точности. *Информативным параметром входного сигнала* СИ является параметр входного сигнала, функционально связанный с измеряемой величиной и используемый для передачи ее значения или являющийся самой измеряемой величиной.

Мера — это средство измерений, предназначенное для воспроизведения и (или) хранения физической величины одного (однозначная мера) или нескольких (многозначная мера) размеров, значения которых выражены в установленных единицах и известны с необходимой точностью.

Устройство сравнения (компаратор) — это средство измерений, дающее возможность выполнять сравнение мер однородных величин или же показаний измерительных приборов.

Обобщенная структурная схема СИ показана на рис. 11.1. Входным сигналом является измерительный сигнал, один из параметров которого однозначно связан с измеряемой ФВ:

$$X = X\{ a_0 [\Psi(t)], a_1, a_2, \ldots, a_n\},$$

где a_0 — информативный параметр входного сигнала; $\Psi(t)$ — измеряемая ФВ; $a_1, a_2, \ldots, a_n$— неинформативные параметры входного сигнала. *Неинформативным параметром входного сигнала* СИ называется его параметр, не используемый для передачи значения измеряемой величины.

Входной сигнал преобразуется измерительным преобразователем в пропорциональный ему сигнал X_1. Следует отметить, что преобразователь может отсутствовать, тогда входной сигнал будет подаваться непосредственно на один из входов устройства сравнения. Однако в большинстве случаев он входит в состав СИ.

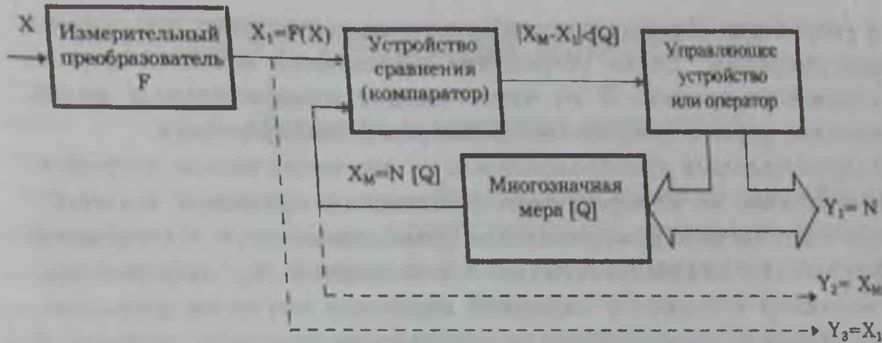


Рис. 11.1. Обобщенная структурная схема средства измерения

Сигнал с выхода измерительного преобразователя поступает на первый вход устройства сравнения, на второй вход которого подается известный сигнал с выхода многозначной меры. Роль меры могут выполнять самые разные устройства. Например, при взвешивании на весах мерой являются гири с известным весом. Во многих простых СИ роль меры выполняют отсчетные шкалы, предварительно проградуированные в единицах измеряемой величины. К таким средствам измерений относятся линейка, термометр, электромеханические вольтметры и др. Значение выходной величины многозначной меры изменяется в зависимости от величины цифрового кода N, который условно считается ее входным сигналом. Изменение кода осуществляется оператором (например, при взвешивании на весах) или автоматически. Так как цифровой код — величина дискретная, то и выходной сигнал меры изменяется ступенями — квантами, кратными единице сравниваемых величин. Например, при измерении температуры обычным бытовым термометром квант равен 1°С, а при использовании медицинского термометра он равен 0,1°С.

Сравнение измеряемой и известной величин осуществляется при помощи устройства сравнения. Роль последнего в простейших СИ, имеющих отсчетные шкалы, выполняет человек. Например, при измерении длины тела он сопоставляет ее с многозначной мерой — линейкой и находит количество N квантов меры, равное с точностью до кванта измеряемой длине. Устройство сравнения дает информацию, о том, какое значение выходного сигнала многозначной меры должно быть установлено автоматически или при участии оператора. Процесс изменения прекращается при достижении равенства между величинами X_1 и X_M с точностью до кванта [Q].

Выходным сигналом может служить один из трех сигналов: Y_1, Y_2 и Y_3. Если выходной сигнал предназначен для непосредственного восприятия человеком, то его роль выполняет сигнал $Y_1 = N$. В данном случае код N является привычным для человека десятичным кодом.

Если же выходной сигнал СИ предназначен для применения в других СИ, то в качестве него может быть использован любой из трех сигналов: Y_1, Y_2 и Y_3. Первый их них при этом является цифровым, как правило, двоичным кодом, который "понимают" входные цифровые устройства последующих СИ. Аналоговый сигнал Y_2 квантован по уровню и представляет собой эквивалент цифрового кода N, а СИ в этом случае предназначено для воспроизведения физической величины заданного размера и состоит только из одного блока — многозначной меры. Сигнал Y_3 представляет собой измерительное преобразование входного сигнала X, СИ при этом используется только как измерительный преобразователь, а остальные его блоки отсутствуют.

Таким образом, структурная схема, показанная на рис.11.1, описывает три возможных варианта:

- СИ включает все блоки и вырабатывает сигнал Y_1, доступный восприятию органами чувств человека. Возможно формирование выходных сигналов Y_1 и Y_2, предназначенных только для преобразования другими СИ;
- СИ состоит только из измерительного преобразователя, выходной сигнал которого равен Y_3;
- СИ содержит только меру, выходной сигнал которой равен Y_2.

В общем случае выходной сигнал Y(X) описывается выражением $Y=Y\{ b_0[X], b_1, b_2, ..., b_m, S_1, S_2,...,S_L, \xi_1, \xi_2, ..., \xi_k\}$, где $b_0[X]$ — ***информативный параметр выходного сигнала***, функционально связанный с информативным параметром входного сигнала; $b_1, b_2, ..., b_m$ — неинформативные параметры выходного сигнала; $S_1, S_2, ..., S_L$ — параметры СИ, зависящие от его методической и аппаратной реализации; $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_k$ — влияющие величины. ***Неинформативным параметром выходного сигнала*** СИ называется параметр, не используемый для передачи или индикации значения информативного параметра входного сигнала.

Пример 11.1. Рассмотрим структурные элементы аналогового электромеханического амперметра магнитоэлектрической системы, предназначенного для измерения больших значений постоянного тока. Схема его приведена на рис. 11.2,а. В состав амперметра входят шунт $R_ш$ и параллельно подключенный ему электромеханический измерительный преобразователь (ЭМИП) магнитоэлектрической системы. Последний представляет собой закрепленную на оси подвижную легкую измерительную катушку из провода сопротивлением $R_п$, через которую протекает ток $I_п$. Катушка находится в равномерном магнитном поле, создаваемом постоянным магнитом. При прохождении тока по катушке происходит поворот рамки и закрепленной на ней стрелки на угол, пропорциональный току $I_п$.

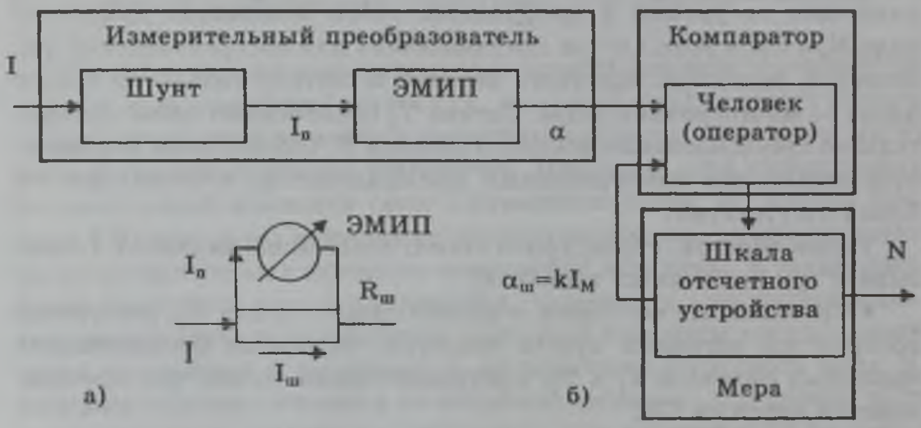


Рис. 11.2. Принципиальная (а) и структурная (б) схемы электромеханического амперметра магнитоэлектрической системы

Шунт предназначен для деления измеряемого тока I на малый ток $I_п$, проходящий через ЭМИП, и большой ток $I_ш$, протекающий собственно через шунт. Ток $I_п$ прямо пропорционален измеряемому току I:

$$I_п = IR_ш/(R_ш + R_п).$$

Отсюда следует, что шунт является измерительным преобразователем, который преобразует измеряемый ток I в пропорциональное ему значение тока $I_п$. Преобразованный ток $I_п$ поступает на ЭМИП и, проходя через него, вызывает отклонение стрелки на угол α, пропорциональный данному току:

$$\alpha = f(I_п) = BSwI_п \,/\, W_{уд} = K_{сп}I_п\,, \qquad (11.1)$$

где B — магнитная индукция; S — площадь; w — число витков измерительной катушки; $W_{уд}$ — удельный противодействующий момент. Величины B, S, w и $W_{уд}$ постоянны и являются параметрами ЭМИП.

Из изложенного видно, что ЭМИП — это измерительный преобразователь, который преобразует ток $I_п$ в угол поворота стрелки α. Этот угол затем сравнивается с отметками $\alpha_ш$ на шкале отсчетного устройства амперметра, которые предварительно были нанесены с использованием прецизионной многозначной меры постоянного тока. Шкала с отметками $\alpha_ш$=$kI_м$, где k — коэффициент пропорциональности, выполняет в рассматриваемом приборе роль многозначной меры (рис. 11.2,б). В качестве устройства сравнения в данном случае выступает человек, который сравнивает угол отклонения стрелки с отметками на шкале. Таким образом, в аналоговом электромеханическом амперметре присутствуют все три составных элемента СИ.

В заключение отметим, что СИ могут работать в двух режимах: статическом и динамическом. *Статический режим* — это такой режим работы СИ, при котором изменением измеряемой величины за время, требуемое для проведения одного измерения, можно пренебречь. В *динамическом режиме* такое пренебрежение недопустимо, поскольку указанное изменение превышает допустимую погрешность.

11.2. Статические характеристики и параметры средств измерений

Основной характеристикой СИ в статическом режиме является *функция (уравнение) преобразования* — зависимость информативного параметра выходного сигнала от информативного параметра его входного сигнала. В общем виде она может быть записана в виде

$$Y\{b_0[X], b_1,\ldots, b_m, S_1,\ldots,S_L,\xi_1, \ldots, \xi_k\} = F\,\{X\{a_0[\Psi(t)], a_1, a_2, \ldots, a_n\}, S_1,\ldots,S_L\},$$

где F — некоторый функционал, описывающий ряд определенных математических операций, производимых над входной величиной X.

При разработке СИ стремятся к тому, чтобы обеспечить линейную связь между входной и выходной величинами:

$$Y\{b_0[X], b_1, ..., b_m, S_1, ..., S_L, \xi_1, ..., \xi_k) = K(S_1, ..., S_L) X\{a_0[\Psi(t)], a_1, a_2, ..., a_n),$$

или в упрощенной форме записи $Y(t) = KX(t)$, где K — коэффициент преобразования. Например, для электромеханического амперметра магнитоэлектрической системы функцией преобразования является линейная зависимость (11.1).

Функция преобразования, представленная в виде формулы, таблицы или графика, используется в рабочих условиях для определения значений измеряемой с помощью СИ величины по известному информативному параметру его входного сигнала. Линейные функции преобразования, проходящие через начало координат, могут задаваться путем определения коэффициента преобразования K.

Различают три вида функций преобразования:

- *номинальную* F, которая указывается в нормативно-технической документации на данный тип СИ. Она устанавливается для стандартизованных средств измерений массового производства;
- *индивидуальную* $F_и$, которая принимается для конкретного экземпляра СИ и устанавливается путем экспериментальных исследований (индивидуальной градуировки) этого экземпляра при определенных значениях влияющих величин;
- *действительную* $F_д$, которая совершенным образом (без погрешностей) отражает зависимость информативного параметра выходного сигнала конкретного экземпляра СИ от информативного параметра его входного сигнала в тех условиях и в тот момент времени, когда эта зависимость определяется.

Под *типом* средств измерений понимается совокупность СИ, имеющих одинаковые назначение, схему и конструкцию и удовлетворяющих одним и тем же техническим требованиям.

Полная суммарная погрешность СИ, для которых нормируется номинальная функция преобразования, $\Delta_{вых} = F(X_Д) - F_д(X_д) = F(X_Д) - Y_Д$. Она называется *погрешностью по выходу* СИ, поскольку приведена к его выходу. Кроме этого используется погрешность по входу (рис. 11.3) $\Delta_{вх} = F^{-1}(Y_д) - X_д$, где $X_д$ — действительное значение информативного параметра измеряемой (входной) величины; $F^{-1}(Y_д)$ — функция, обратная номинальной функции преобразования СИ, называемая его *градуировочной характеристикой*.

Некоторые СИ обладают *вариацией показаний*, под которой понимается разность показаний прибора в одной и той же точке диапазона измерений при плавном подходе к ней со стороны меньших и больших значений измеряемой величины.

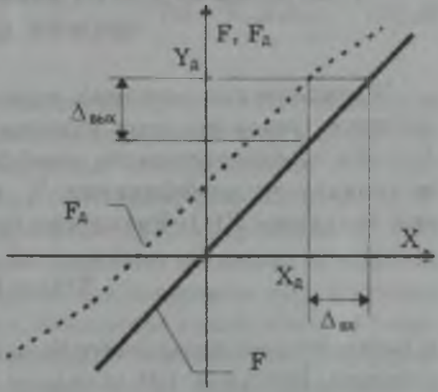


Рис. 11.3. Номинальная и действительная функции преобразования

Важной характеристикой СИ является его *чувствительность* S — свойство, определяемое отношением изменения ΔY выходного сигнала Y к вызывающему его изменению ΔX входного сигнала X. Различают абсолютную $S = \Delta Y/\Delta X$ и относительную $S = \Delta Y/(\Delta X/X)$ чувствительности.

Наименьшее значение изменения физической величины, начиная с которого может осуществляться ее измерение, называется *порогом чувствительности* данного средства измерений.

Существует ряд характеристик и параметров СИ, которые описывают некоторые их свойства безотносительно к режиму работы. К таким относятся *импедансные характеристики* — характеристики, описывающие свойства СИ отбирать или отдавать энергию через свои входные или выходные цепи. Для электрических СИ это прежде всего входные и выходные сопротивления и емкости.

Воздействие влияющих величин на метрологические характеристики СИ описывается *функцией влияния* $\Psi(\xi)$ — зависимостью изменения характеристик и параметров от изменения влияющей величины ξ или совокупности влияющих величин $\xi_1, ..., \xi_n$.

Все рассмотренные выше характеристики являются метрологическими. Кроме них существует большая группа характеристик, называемых *неметрологическими*. К ним относятся показатели надежности, устойчивости к климатическим и механическим воздействиям, время установления рабочего режима, напряжение питания, потребляемая мощность и др.

11.3. Динамические характеристики и параметры средств измерений

В статических режимах выходной сигнал СИ в точности соответствует входному (при условии отсутствия статических погрешностей) и, следовательно, коэффициент преобразования К равен номинальному коэффициенту K_0 во всем диапазоне изменения входной величины X(t). Уравнение преобразования имеет вид

$$Y(t) = K_0\, X(t) \tag{11.2}$$

и соответствует идеальному безынерционному линейному преобразованию. Реальные СИ обладают инерционными (динамическими) свойствами, обусловленными особенностями используемых элементов. Это приводит к более сложной зависимости между входным и выходным сигналами. Свойства СИ в динамических режимах, т.е. когда время изменения измеряемой величины сравнимо со временем измерения, описываются совокупностью так называемых *динамических характеристик*.

Основной их них является *полная динамическая характеристика*, полностью описывающая принятую математическую модель динамических свойств СИ. В качестве нее используют: дифференциальные уравнения; переходную, импульсную переходную, амплитудно-фазовую и амплитудно-частотную характеристики; совокупность амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик; передаточную функцию.

Дифференциальные уравнения наиболее полно описывают динамические свойства СИ. Общий вид уравнения с нулевыми начальными условиями:

$$b_m \frac{d^m Y(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} Y(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + Y(t) =$$

$$= K_n \frac{d^n X(t)}{dt^n} + K_{n-1} \frac{d^{n-1} X(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + K_0 X(t),$$

где b_i, K_i — постоянные коэффициенты. В подавляющем большинстве случаев оно может быть приведено к уравнению

$$b_m \frac{d^m Y(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} Y(t)}{dt^{m-1}} + \ldots + Y(t) = K_0 X(t). \qquad (11.3)$$

Его решение Y(t) описывает выходной сигнал средства измерений при входном сигнале X(t). Данное уравнение отличается от (11.2) присутствием членов, содержащих произведения коэффициентов b_i и высших производных от Y(t), которые и описывают динамические свойства СИ. При их равенстве нулю уравнение (11.3) переходит в (11.2).

Порядок уравнения (11.3) бывает довольно высоким, по крайней мере выше второго. Его решение даже при известном виде функции Y(t) весьма затруднено. Кроме того, неизвестно аналитическое выражение для Y(t) и определение производных невозможно. Дифференциальные уравнения высокого порядка могут быть представлены системой дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Это, по существу, означает представление сложного в динамическом смысле СИ совокупностью более простых, хорошо изученных динамических элементов (нулевого, первого и второго порядков).

Элемент нулевого порядка описывается уравнением (11.2), динамический элемент первого порядка — уравнением

$$T \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = K_0 X(t), \qquad (11.4)$$

где T — постоянная времени. Вместо нее применяют и величину $\omega_г = 1/T$, называемую граничной частотой.

Динамический элемент второго порядка описывается уравнением

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + \frac{2\beta}{\omega_0} \frac{dY(t)}{dt} + Y(t) = K_0 X(t), \qquad (11.5)$$

где ω_0 — частота собственных колебаний; β — коэффициент демпфирования, или степень успокоения.

Переходная характеристика $h(t)$ — это временная характеристика СИ, полученная в результате подачи на его вход сигнала в виде единичной функции заданной амплитуды $X(t) = X_m \cdot 1(t)$. Она описывает инерционность СИ, обуславливающую запаздывание и искажение выходного сигнала относительно входного. Переходную характеристику находят либо опытным путем, либо решая соответствующее дифференциальное уравнение при $X(t) = X_m \cdot 1(t)$.

Импульсная переходная характеристика g(t) — это временная характеристика СИ, полученная в результате приложения к его входу сигнала в виде дельта-функции.

Переходная и импульсная характеристики связаны между собой:

$$h(t) = \int_0^t g(t)dt.$$

Как и дифференциальное уравнение, эти характеристики в полной мере определяют динамические свойства СИ. Выходной сигнал при известном входном X(t) определяют с помощью интеграла Дюамеля:

$$Y(t) = \int_0^t X(\tau)g(t-\tau)d\tau \quad \text{или} \quad Y(t) = \frac{d}{dt}\int_0^t X(\tau)h(t-\tau)d\tau.$$

Переходная и импульсная характеристики элементов первого порядка имеют вид:

$$h(t) = X_m K_0(1 - e^{-t/T}), \qquad g(t) = \frac{X_m K_0}{T} e^{-t/T}.$$

Их графики приведены на рис. 11.4. Там же показан графический способ определения постоянных времени T путем проведения касательных к точке начала процесса. Часто для оценки длительности переходного периода определяют время установления t_y (см. рис. 11.4).

Для динамического элемента второго порядка вид характеристик h(t) и g(t) зависит от коэффициента демпфирования (рис. 11.5 и 11.6). Имеют место три режима (считается, что X_m=1):

- колебательный при $\beta<1$

$$h(t) = K_0\left[1 - \frac{e^{-\beta\omega_0 t}}{\sqrt{1-\beta^2}}\sin\left(\sqrt{1-\beta^2}\,\omega_0 t + \arccos\beta\right)\right],$$

$$g(t) = \frac{K_0\omega_0 e^{-\beta\omega_0 t}}{\sqrt{1-\beta^2}}\sin\sqrt{1-\beta^2}\,\omega_0 t;$$

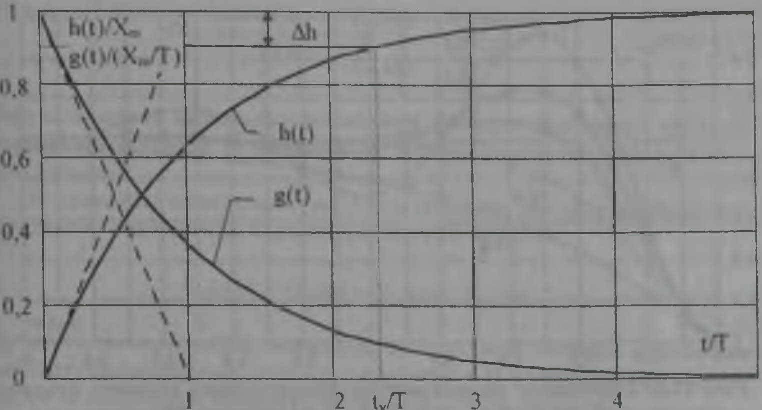


Рис.11.4. Переходная и импульсная переходная характеристики динамических элементов первого порядка (K_0= 1)

- критический при $\beta = 1$

$$h(t) = K_0\left[1 - (1 + \omega_0 t)e^{-\omega_0 t}\right], \qquad g(t) = K_0\omega_0^2 t\, e^{-\omega_0 t};$$

- апериодический при $\beta > 1$

$$h(t) = K_0\left[1 - \frac{e^{-\beta\omega_0 t}}{\sqrt{\beta^2 - 1}}\,\mathrm{sh}\left(\omega_0 t\sqrt{\beta^2 - 1} + \mathrm{arch}\beta\right)\right],$$

$$g(t) = \frac{K_0\omega_0 e^{-\beta\omega_0 t}}{\sqrt{\beta^2 - 1}}\,\mathrm{sh}(\omega_0 t\sqrt{\beta^2 - 1}).$$

Критический режим является граничным между колебательным и апериодическим. Он характерен тем, что переходный процесс наиболее быстро стремится к установившемуся значению.

К *частотным характеристикам* относятся амплитудно-фазовая $G(j\omega)$, амплитудно-частотная $A(\omega)$ и фазочастотная $\varphi(\omega)$ характеристики. Частотные методы анализа основаны на исследо-

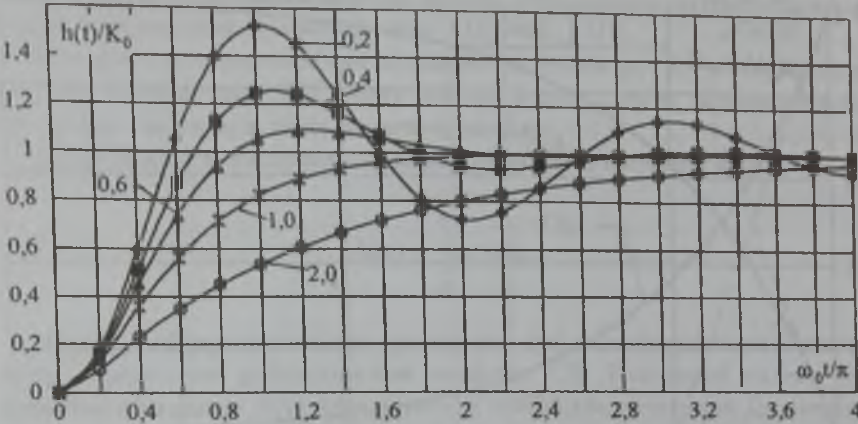


Рис. 11.5. Переходная характеристика динамического элемента второго порядка при различных значениях коэффициента демпфирования

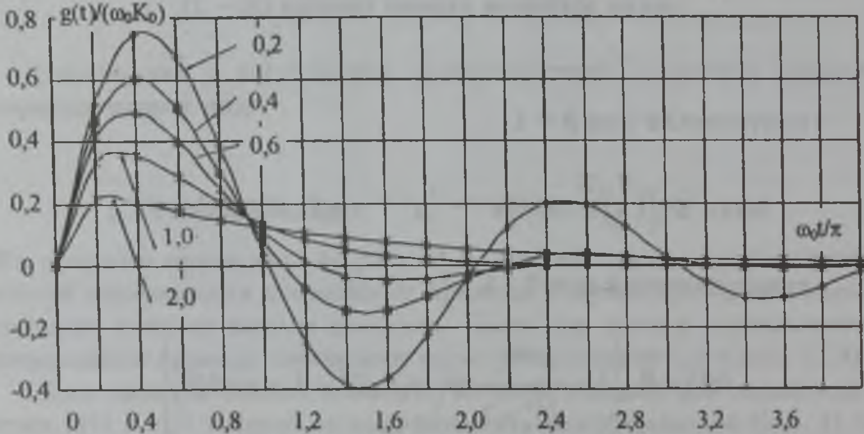


Рис. 11.6. Импульсная переходная характеристика динамического элемента второго порядка при различных значениях коэффициента демпфирования

вании прохождения гармонических колебаний различных частот через СИ. Если на вход линейного СИ подать входной сигнал $X(j\omega)=X_m(\omega)\,e^{j\omega t}$, то выходной сигнал можно записать в виде

$$Y(j\omega) = Y_m e^{j(\omega t+\varphi(\omega))} = \dot{Y}_m(\omega)e^{j\omega t}.$$

Амплитудно-фазовой характеристикой называют отношение

$$G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{Y_m(\omega)}{X_m(\omega)} = \frac{Y_m(\omega)}{X_m(\omega)} e^{j\varphi(\omega)}.$$

Она описывает изменение показаний СИ при изменении частоты входного сигнала и характеризует только установившийся режим его работы.

В практике измерений получила большое распространение *амплитудно-частотная характеристика* (АЧХ)

$$A(\omega) = |G(j\omega)| = Y_m(\omega) / X_m(\omega),$$

представляющая собой зависящее от круговой частоты отношение амплитуды выходного сигнала линейного СИ в установившемся режиме к амплитуде входного синусоидального сигнала.

Фазочастотная характеристика (ФЧХ) $\varphi(\omega)$ — это зависящая от частоты разность фаз между выходным сигналом и входным синусоидальным сигналом линейного СИ в установившемся режиме.

Идеальный безынерционный элемент, описываемый уравнением (11.2), имеет следующие частотные характеристики: $G(j\omega) = K_0$, $A(\omega) = K_0$, $\varphi(\omega) = 0$. Для элемента первого порядка (рис. 11.7), задаваемого уравнением (11.4),

$$G(j\omega) = \frac{K_0}{1 + j\omega T}; \quad A(\omega) = \frac{K_0}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}; \quad \varphi(\omega) = -\mathrm{arctg}(\omega T).$$

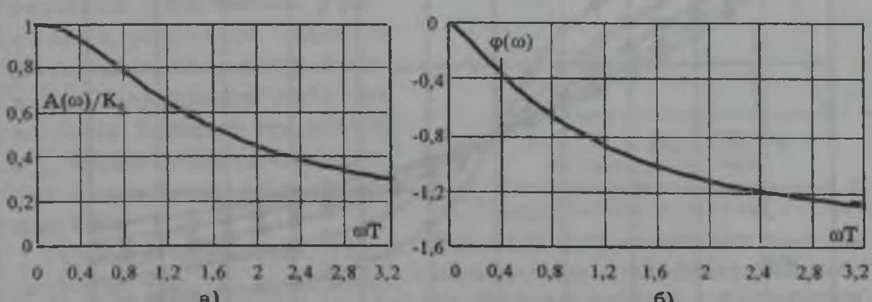


Рис. 11.7. Амплитудно-частотная (а) и фазочастотная (б) характеристики динамического элемента первого порядка

Динамический элемент второго порядка, описываемый уравнением (11.5), имеет следующие частотные характеристики:

$$G(j\omega) = \frac{K_0}{1 - \omega^2/\omega_0^2 + j2\beta\,\omega/\omega_0}; \qquad A(\omega) = \frac{K_0}{\sqrt{(1 - \omega^2/\omega_0^2)^2 + 4\beta^2\,\omega^2/\omega_0^2}};$$

$$\varphi(\omega) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{2\beta\,\omega/\omega_0}{1 - \omega^2/\omega_0^2}\right).$$

Для него вид частотных характеристик существенно зависит от коэффициента демпфирования β (рис. 11.8). При β = 0,6...0,7 в

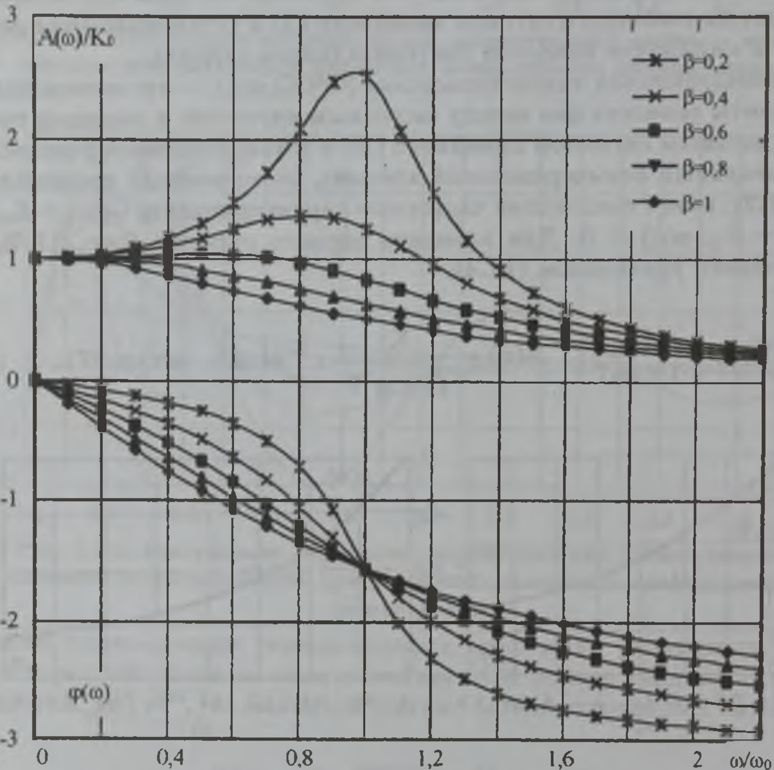


Рис. 11.8. Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики динамического элемента второго порядка

относительно широком диапазоне частот $A(\omega) \approx K_0$. Этот режим важен для многих практических применений таких элементов. При $\beta < 0{,}6$ наблюдаются резонансные явления для частот, близких к ω_0.

Ясная физическая интерпретация и относительная простота экспериментального определения послужили причиной широкого применения частотных характеристик в метрологии.

Частотные характеристики СИ связаны с другими его динамическими характеристиками следующими соотношениями:

$$G(j\omega) = \int_0^{\infty} g(t)e^{-j\omega t}dt; \qquad g(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} G(j\omega)e^{j\omega t}d\omega.$$

На рис. 11.9 показана типичная для электронного вольтметра и аналогового осциллографа АЧХ. Если вольтметр предназначен для измерения и постоянного и переменного напряжения (а осциллограф работает при "открытом" входе), то АЧХ начинается с нулевой частоты (кривая 1) и продолжается до некоторой граничной частоты $\omega_{гр}$, после которой происходит ее существенный спад. У вольтметров переменного тока и осциллографов с "закрытым" входом АЧХ при нулевой частоте равна нулю, а затем с ростом частоты достигает (кривая 2) установившегося значения A_m.

Соответствующий граничной частоте $\omega_{гр}$ уровень kA_m ($k < 1$), до которого спад АЧХ считается допустимым, у различных устройств задается по-разному. Характер изменения зависимости $A(\omega)$ при частотах, больших граничной $\omega_{гр}$, также существенно зависит от технической реализации СИ.

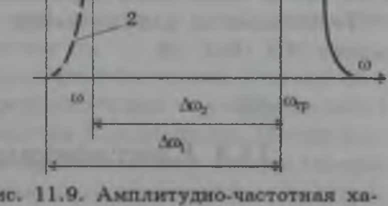


Рис. 11.9. Амплитудно-частотная характеристика электронного вольтметра, предназначенного для измерения постоянного и переменного напряжения (1) и только переменного напряжения (2)

Полоса частот $\Delta\omega_1$ (или $\Delta\omega_2$) (см. рис. 11.9), в которой АЧХ средства измерений изменяется не более чем на наперед заданную величину, называется его *полосой пропускания*. Она является важной частной динамической характеристикой СИ. Часто вместо полосы пропускания указывают начальную $\omega_н$ и граничную $\omega_{гр}$ частоты. Так, для электронного аналогового вольтметра переменного тока марки В3-38Б полоса частот простирается от 20 Гц до 5 МГц. Для широкополосного осциллографа марки С1-108 полоса пропускания составляет 350 МГц.

Передаточная функция G(p) — это отношение преобразования Лапласа выходного сигнала СИ к преобразованию Лапласа входного сигнала при нулевых начальных условиях. Уравнение (11.3) можно записать в виде

$$(b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots b_1 p + 1)Y(p) = K_0 X(p),$$

где X(p), Y(p) — изображения по Лапласу входного и выходного сигналов СИ. Их отношение является передаточной функцией

$$G(p) = Y(p)/X(p) = K_0 / (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots b_1 p + 1).$$

Идеальный безынерционный элемент (11.2) имеет передаточную характеристику $G(p)=K_0$; элемент первого порядка (11.4) $G(p)=K_0/(Tp+1)$; элемент второго порядка (11.5) $G(p) = K_0/(p^2/\omega^2_0 + 2\beta p/\omega_0 + 1)$.

Кроме полных характеристик часто используются *частные*, представляющие собой функционал или параметр полной динамической характеристики. К ним относятся: время реакции, неравномерность АЧХ, время нарастания переходной характеристики и ряд других.

Терминология динамических измерений приведена в рекомендациях МИ 1951–88.

11.4. Классификация средств измерений

Средства измерений, используемые в различных областях науки и техники, чрезвычайно многообразны. Однако для этого множества можно выделить некоторые общие признаки, присущие всем СИ независимо от области применения. Эти признаки положены в основу различных классификаций СИ, которые рассмотрены далее.

По *роли, выполняемой в системе обеспечения единства измерений*, СИ делятся на:

• *метрологические*, предназначенные для метрологических целей — воспроизведения единицы и (или) ее хранения или передачи размера единицы рабочим СИ;

• *рабочие*, применяемые для измерений, не связанных с передачей размера единиц.

Подавляющее большинство используемых на практике СИ принадлежат ко второй группе. Метрологические средства измерений весьма немногочисленны. Они разрабатываются, производятся и эксплуатируются в специализированных научно-исследовательских центрах.

По *уровню автоматизации* все СИ делятся на три группы:

• *неавтоматические*;

• *автоматизированные*, производящие в автоматическом режиме одну или часть измерительной операции;

• *автоматические*, производящие в автоматическом режиме измерения и все операции, связанные с обработкой их результатов, регистрацией, передачей данных или выработкой управляющих сигналов.

В настоящее время все большее распространение получают автоматизированные и автоматические СИ. Это связано с широким использованием в СИ электронной и микропроцессорной техники.

По *уровню стандартизации* средства измерений подразделяются на:

• *стандартизованные*, изготовленные в соответствии с требованиями государственного или отраслевого стандарта;

• *нестандартизованные* (уникальные), предназначенные для решения специальной измерительной задачи, в стандартизации требований к которым нет необходимости.

Основная масса СИ являются стандартизованными. Они серийно выпускаются промышленными предприятиями и в обязательном порядке подвергаются государственным испытаниям. Нестандартизованные средства измерений разрабатываются специализированными научно-исследовательскими организациями и выпускаются единичными экземплярами. Они не проходят государственных испытаний, их характеристики определяются при метрологической аттестации.

По *отношению к измеряемой физической величине* средства измерений делятся на:

• *основные* — это СИ той физической величины, значение которой необходимо получить в соответствии с измерительной задачей;

• *вспомогательные* — это СИ той физической величины, влияние которой на основное средство измерений или объект измерения необходимо учесть для получения результатов измерения требуемой точности.

Классификация ***по роли в процессе измерения и выполняемым функциям*** является основной и представлена на рис. 11.10. Элементы, составляющие данную классификацию, рассмотрены в последующих разделах.

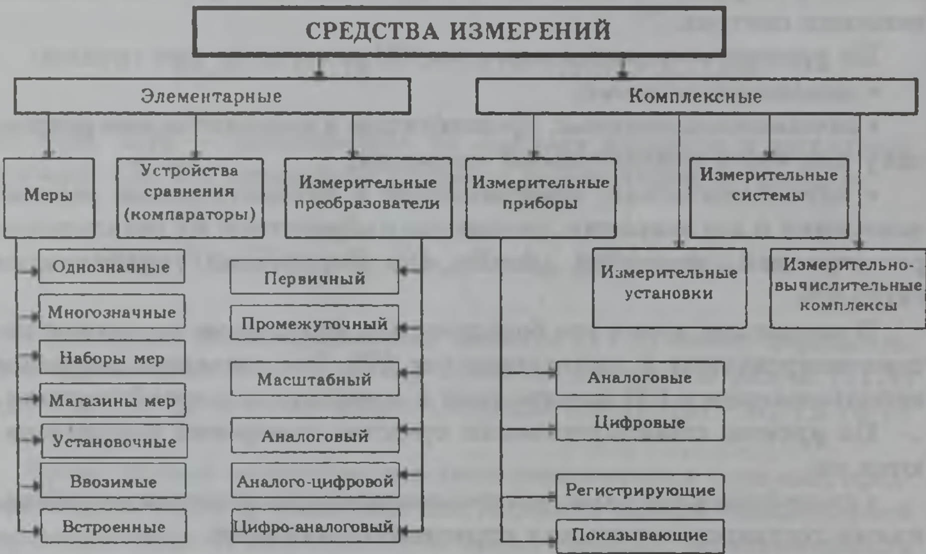


Рис. 11.10. Классификация средств измерений по их роли в процессе измерения и выполняемым функциям

11.5. Элементарные средства измерений

Как было показано в разд. 11.1, *элементарные средства измерений* предназначены для реализации отдельных операций прямого измерения, рассмотренных в разд. 2.2. К ним относятся меры, устройства сравнения и измерительные преобразователи. Каждое из них, взятое по отдельности, не может осуществить операцию измерения.

Мера — это средство измерений, предназначенное для воспроизведения и (или) хранения ФВ одного или нескольких размеров, значения которых выражены в установленных единицах и известны с необходимой точностью.

Операцию воспроизведения величины заданного размера можно формально представить как преобразование цифрового кода N в заданную физическую величину X_M, основанное на единице данной физической величины [Q]. Поэтому уравнение преобразования меры запишется в виде $X_M = N [Q]$.

Выходом меры является квантованная аналоговая величина X_M заданного размера, а входом следует считать числовое значение величины N (рис. 11.11).

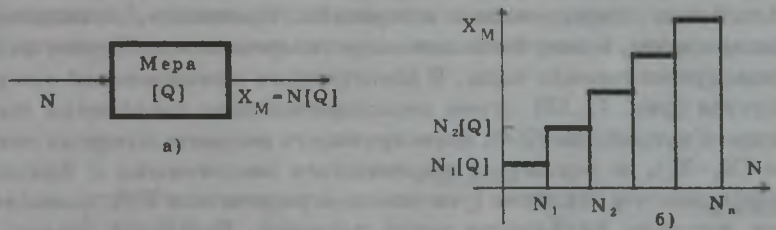


Рис. 11.11. Обозначение меры в структурных схемах (а) и функция преобразования многозначной меры (б)

Меры подразделяют на следующие типы:

• *однозначные*, воспроизводящие физическую величину одного размера, например: гиря 1 кг, плоскопараллельная концевая мера 100 мм, конденсатор постоянной емкости, нормальный элемент;

• *многозначные*, воспроизводящие ФВ разных размеров, например: конденсатор переменной емкости, штриховая мера длины.

Кроме этого, различают *наборы мер, магазины мер, установочные, встроенные* и *ввозимые меры*.

Степень совершенства меры определяется постоянством размера каждой ступени квантования [Q] и степенью многозначности, т.е. числом N воспроизводимых известных значений ее выходной величины. С наиболее высокой точностью посредством мер воспроизводятся основные физические величины: длина, масса, частота, напряжение и ток.

Устройство сравнения (компаратор) — это средство измерений, дающее возможность сравнивать друг с другом меры однородных величин или же показания измерительных приборов. Примерами могут служить: рычажные весы, на одну чашку которых устанавливается образцовая гиря, а на другую — поверяемая; градуировочная жидкость для сличения показаний образцового и рабочего ареометров; тепловое поле, создаваемое термостатом для сравнения показаний термометров. Во многих относительно простых СИ роль компаратора выполняют органы чувств человека, главным образом зрение, например при сравнении отклонения указателя прибора и числа делений, нанесенных на его шкале.

Особенно широкое распространение компараторы получили в современной электронной технике, где они используются для сравнения напряжений и токов. Для этой цели был разработан специальный тип интегральных микросхем. Сравнение, выполняемое компаратором, может быть одно- и разновременным. Первое из них используется гораздо чаще. В электронных компараторах оно реализуется (рис. 11.12) путем последовательного соединения вычитающего устройства (ВУ), формирующего разность входных сигналов (X_1-X_2), и усилителя переменного напряжения с большим коэффициентом усиления (усилителя-ограничителя УО), выполняющего функции индикатора знака разности. Выходной сигнал УО равен его положительному напряжению питания (принимаемого за логическую единицу), если разность $(X_1-X_2)>0$, и отрицательному напряжению питания (принимаемому за логический нуль), если $(X_1-X_2)<0$.

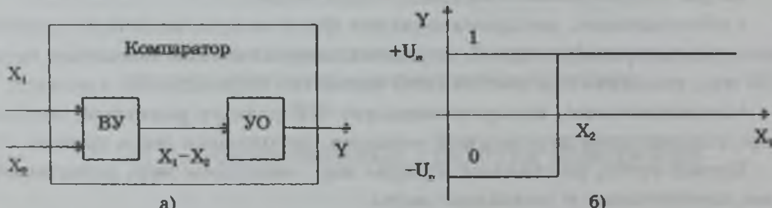


Рис. 11.12. Структурная схема компаратора (а) и его функция преобразования (б)

Функция преобразования идеального компаратора, показанная на рис. 11.12,б, описывается уравнением

$$Y = [0{,}5 + 0{,}5 \cdot \mathrm{sign}(X_1 - X_2)] = \begin{cases} + U_п \div 1 & \text{при } X_1 > X_2; \\ - U_п \div 0 & \text{при } X_1 < X_2 . \end{cases}$$

Степень совершенства компаратора определяется минимально возможным порогом чувствительности $\Delta_п$, а также его быстродействием — временем переключения из одного состояния в другое. У идеального компаратора порог $\Delta_п$ и время переключения равны нулю. В реальном компараторе наличие порога приводит к возникновению аддитивной погрешности.

Измерительный преобразователь (ИП) предназначен для выполнения одного измерительного преобразования. Его работа протекает в условиях, когда помимо основного сигнала X, связанного с измеряемой величиной, на него воздействуют множество других сигналов Z_i, рассматриваемых в данном случае как помехи (рис. 11.13,а).

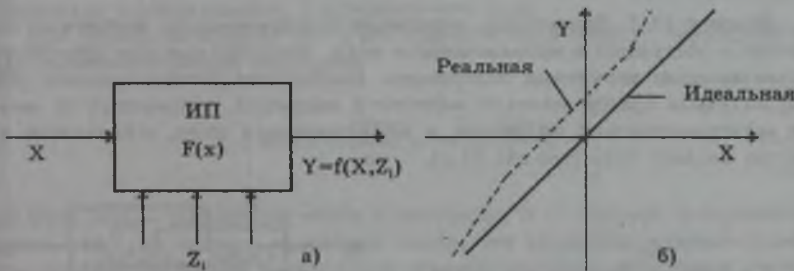


Рис. 11.13. Структурная схема измерительного преобразователя (а) и его функции преобразования (б)

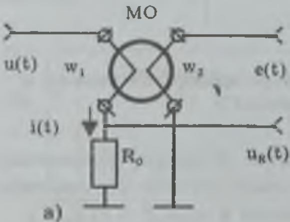
Важнейшей характеристикой ИП является функция (уравнение) преобразования (рис. 11.13,б), которая описывает статические свойства преобразователя и в общем случае записывается в виде $Y = F(X, Z_i)$.

В подавляющем большинстве случаев стремятся иметь линейную функцию преобразования. Функция Y(X) идеального ИП при отсутствии помех описывается уравнением $Y = kX$. Она линейна, безынерционна, стабильна и проходит через начало координат. Реальная передаточная функция в статическом режиме имеет вид $Y = k(1+\gamma)X+\Delta_0+\Delta[F(X)]$ и может отличаться от идеальной смещением нуля Δ_0, наклоном γ и нелинейной составляющей $\Delta[F(X)]$. Такие отклонения реальной передаточной функции ИП приводят к возникновению аддитивной, мультипликативной и нелинейной составляющих погрешности.

Измерительные преобразователи классифицируются по ряду признаков.

По *местоположению в измерительной цепи* преобразователи делятся на первичные и промежуточные. *Первичный преобразователь* — это такой ИП, на который непосредственно воздействует измеряемая физическая величина, т.е. он является первым в измерительной цепи средством измерений. *Промежуточные преобразователи* располагаются в измерительной цепи после первичного. Зачастую конструктивно обособленные первичные измерительные преобразователи называют *датчиками*. Например, резистивный датчик перемещения — это первичный преобразователь, в котором перемещение преобразуется в изменение активного сопротивления. Детально первичные измерительные преобразователи рассмотрены в специальной научной литературе [59–62].

Пример 11.2. Рассмотрим первичные преобразователи магнитных величин — индукции и напряженности поля, используемые при измерении характеристик магнитных материалов. Наибольшее распространение [63, 64] получили преобразователи магнитной индукции, основанные на законе электромагнитной индукции, и напряженности поля, основанный на законе полного тока (рис. 11.14,а).



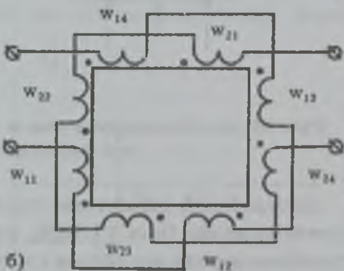


Рис. 11.14. Первичные преобразователи магнитной индукции и напряженности поля на кольцевом образце (а) и на образце для аппарата Эпштейна (б)

Для того чтобы получить измерительную информацию о характеристиках и параметрах испытуемого магнитного образца (МО), необходимо изменить его магнитное состояние, т.е. осуществить перемагничивание. С этой целью на замкнутый испытуемый МО наносятся обмотки: намагничивающая с числом витков w_1 и измерительная с числом витков w_2. Через намагничивающую обмотку и соединенное последовательно с ней прецизионное измерительное сопротивление R_0 под действием перемагничивающего напряжения $u(t)$ протекает ток $i(t)$. Согласно закону полного тока, он пропорционален напряженности поля $H(t)$ в образце:

$$i(t) = H(t)l_{ср}/w_1,$$

где $l_{ср}$— длина средней силовой магнитной линии в испытуемом МО. Протекая через чисто активное измерительное сопротивление R_0, этот ток создает падение напряжения, пропорциональное напряженности поля:

$$u_R(t) = H(t)l_{ср}R_0/w_1. \tag{11.6}$$

Таким образом, последовательно соединенные намагничивающая обмотка, нанесенная на образец, и измерительное сопротивление образуют первичный преобразователь напряженности поля.

При перемагничивании МО в его измерительной обмотке генерируется ЭДС электромагнитной индукции

$$e(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt} = -w_2S\frac{dB(t)}{dt}, \tag{11.7}$$

где $\Phi(t)$, $B(t)$ — магнитный поток и индукция; S — площадь поперечного сечения МО. Из данного уравнения видно, что вторичная измерительная обмотка, нанесенная на испытуемый образец, является первичным преобразователем магнитной индукции. Сигнал на его выходе пропорционален скорости изменения магнитной индукции. Для получения измерительной информации о самой магнитной индукции этот сигнал необходимо тем или иным способом проинтегрировать.

Образцы для испытаний изготавливают в виде колец или полос определенных размеров (280x20 мм). В большинстве случаев испытания проводят в аппарате Эпштейна (рис. 11.14, б), предназначенном для перемагничивания полосовых образцов, собираемых в замкнутую магнитную цепь в виде квадрата. Аппарат Эпштейна состоит из жесткого немагнитного основания, на котором по сторонам квадрата закреплены четыре пустотелые немагнитные непроводящие гильзы прямоугольного сечения, предназначенные для закладки в них полосовых образцов. На каждую из гильз намотаны тонким проводом секции измерительной обмотки (w_{21}, w_{22}, w_{23}, w_{24}), соединенные между собой согласно. Поверх них толстым проводом намотаны четыре секции намагничивающей обмотки (w_{11}, w_{12}, w_{13}, w_{14}), также соединенные между собой согласно. Суммарное число витков намагничивающей w_1 и измерительной w_2 обмоток зависит от конкретного назначения аппарата Эпштейна и бывает различным. Наиболее часто они содержат по 600 витков каждая.

Аппарат Эпштейна представляет собой измерительный преобразователь магнитных величин в электрические и широко используется в практике испытаний магнитных материалов.

По ***характеру преобразования входной величины*** ИП делятся на линейные и нелинейные. *Линейный* преобразователь — это ИП, имеющий линейную связь между входной и выходной величинами. Их важной разновидностью является *масштабный* ИП, предназначенный для изменения размера величины или измерительного сигнала в заданное число раз. Его уравнение преобразования имеет вид $Y=kX$, где X, Y — однородные входная и выходная величины; k — постоянный коэффициент передачи. Примерами масштабных преобразователей могут служить усилители, делители напряжения, измерительные трансформаторы напряжения. У *нелинейных* ИП связь между входной и выходными величинами нелинейная.

По ***виду входных и выходных величин*** ИП делятся на:

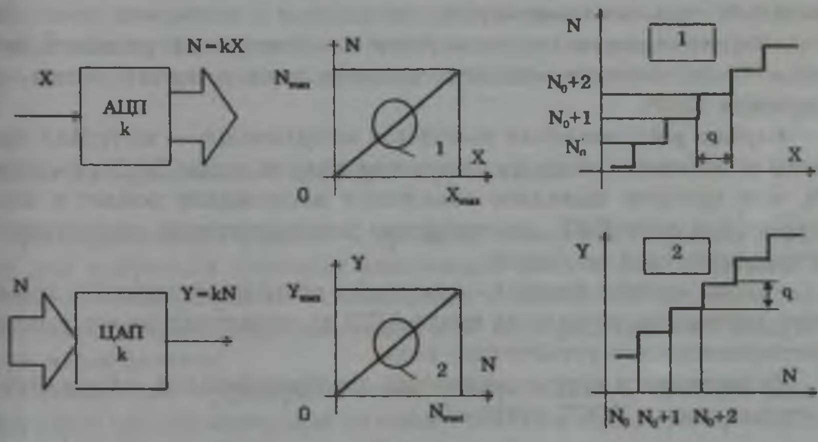
- *аналоговые*, преобразующие одну аналоговую величину в другую аналоговую величину;
- *аналого-цифровые* (АЦП), предназначенные для преобразования аналогового измерительного сигнала в цифровой код;
- *цифроаналоговые* (ЦАП), предназначенные для преобразования цифрового кода в аналоговую величину.

Обозначения в структурных схемах и передаточные функции АЦП и ЦАП показаны на рис. 11.15. В качестве входных (для ЦАП) и выходных (для АЦП) кодов, как правило, используются параллельные двоичные коды. Входной (для АЦП) и выходной (для ЦАП) величиной чаще всего является напряжение u.

Уравнение преобразования идеального однополярного ЦАП

$$u = \frac{U_m}{2^R - 1} N_{10} = \frac{U_m}{2^R - 1}(a_{R-1} \cdot 2^{R-1} + a_{R-2} \cdot 2^{R-2} \ldots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0),$$

где R — разрядность ЦАП; U_m — максимальное выходное напряжение ЦАП; N_{10} — значение входного кода в десятичной системе исчисления; a_i — коэффициенты, которые могут принимать значения, равные нулю или единице. Из уравнения видно, что квант напряжения на выходе ЦАП, называемый *единицей младшего разряда* (ЕМР), равен $U_m/(2^R-1)$.



а) б) в)

Рис. 11.15. Обозначения в структурных схемах (а), передаточные функции (б) и части передаточных функций (в) АЦП, ЦАП в увеличенном масштабе

Уравнение преобразования идеального однополярного АЦП записывается в виде

$$N_{10} = \text{int}\left[\frac{u}{U_m}(2^R - 1)\right],$$

где int[X] — функция, выделяющая целую часть числа X. Минимальное изменение напряжения на входе АЦП, которое приводит к изменению выходного кода, называемое *разрешающей способностью*, равно $U_m/(2^R-1)$.

Система метрологических параметров преобразователей, отражающая особенности их построения и функционирования, объединяет несколько десятков параметров, важнейшими из которых являются:

• *число разрядов R* — количество разрядов кода, связанного с аналоговой величиной, которое может воспринимать ЦАП или вырабатывать АЦП;

• *абсолютная погрешность преобразования в конечной точке шкалы* — отклонение значения входного для АЦП и выходного для ЦАП напряжения от номинального значения, соответствующего конечной точке функции преобразования (часто эта погрешность называется *мультипликативной*);

• *дифференциальная нелинейность* — отклонение разности двух аналоговых сигналов, соответствующих двум соседним кодам, от значения ЕМР;

• *время установления выходного напряжения* — интервал времени от момента заданного изменения кода на входе ЦАП до момента, при котором выходное аналоговое напряжение войдет в зону шириной в одну ЕМР, симметрично расположенную относительно установившегося значения;

• *время преобразования* — интервал времени от момента заданного изменения сигнала на входе АЦП до появления на его выходе соответствующего устойчивого кода.

Существуют и другие параметры преобразователей, определения которых даны в ГОСТ 19480–74.

Пример 11.3. Промышленность выпускает большое число микроэлектронных ЦАП (шифр ПА в типе) и АЦП (шифр ПВ) [65–68]. Основные метрологические параметры некоторых из них приведены в табл. 11.1.

Таблица 11.1

Метрологические параметры микроэлектронных ЦАП и АЦП

Тип	Число разрядов	ЕМР (U_m= 10 В), мВ	Дифференциальная нелинейность	Погрешность в конечной точке шкалы	Время установления (преобразования), мкс
К572ПА2А	12	2,5	±0,025%	±20 ЕМР	15
К1108ПА1А	12	2,5	±0,024%	±30 ЕМР	0,4
К1118ПА1	8	40	±0,195%	±5 мА	0,04
К1118ПА3	8	40	±0,195%	± 2 мА	0,01
К572ПВ3	8	40	±0,75 ЕМР	±3 ЕМР	7,5
К1107ПВ1	6	30	±0,78 %	±0,1 В	0,1
К1108ПВ1А	10	5	±0,75 ЕМР	±4 ЕМР	0,9
К1108ПВ2	12	1,2	±1 ЕМР	± 10 ЕМР	2

11.6. Комплексные средства измерений

Комплексные средства измерений предназначены для реализации всей процедуры измерения. Согласно классификации, по роли в процессе измерения и выполняемым функциям (см. рис. 11.10), к ним относятся измерительные приборы и установки, измерительные системы и измерительно-вычислительные комплексы.

11.6.1. Измерительные приборы и установки

Измерительный прибор — средство измерений, предназначенное для получения значений измеряемой физической величины в установленном диапазоне ее изменения и выработки сигнала измерительной информации, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем.

Обобщенная структурная схема измерительного прибора. Данный класс средств измерений включает большое число приборов, различающихся измеряемыми величинами, областью применения, техническими характеристиками, принципом действия, используемой элементной базой и другими особенностями. Тем не менее все эти приборы имеют некоторые общие черты. Обобщенная структурная схема измерительного прибора показана на рис. 11.16. Измеряемая ФВ воздействует на *устройство преобразования*, состоящее из первичного измерительного преобразователя и совокупности элементарных средств измерений. Первичный преобразователь преобразует измеряемую ФВ в другую величину, однородную или неоднородную с ней. Сигнал с выхода преобразователя проходит через совокупность элементарных СИ. В простейших измерительных приборах такая совокупность может отсутствовать. Например, в аналоговых вольтметрах измеряемое напряжение преобразуется в угол поворота стрелки с помощью первичного электромеханического ИП.

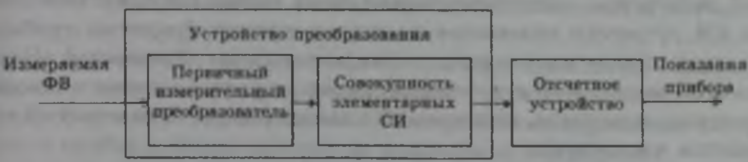


Рис. 11.16. Обобщенная структурная схема измерительного прибора

На выходе устройства преобразования формируется сигнал, параметры которого соответствую входным характеристикам отсчетного устройства.

Отсчетное устройство — это элемент СИ, преобразующий измерительный сигнал в форму, доступную восприятию органами чувств человека. По форме представления показаний отсчетные устройства делятся на аналоговые и цифровые.

Составными частями отсчетного устройства являются шкала и указатель. *Шкала* — это часть отсчетного средства, представляющая собой ряд отметок, соответствующих последовательному ряду значений величины вместе со связанной с ними нумерацией. Шкала наносится на прямолинейном участке или дуге окружности. *Отметка шкалы* — это знак на шкале СИ (черточка, зубец, точка и т.д.), соответствующий некоторому значению ФВ. Для цифровых шкал сами числа являются эквивалентами отметок шкалы. Отметки на шкалах могут быть нанесены равномерно или неравномерно. В связи с этим шкалы называют равномерными и неравномерными. Практически равномерной считается шкала, длины делений которой отличаются не более чем на 30% и имеют постоянную цену деления. Промежуток между двумя соседними отметками шкалы средства измерений называется *делением шкалы. Длиной деления шкалы* называется расстояние между осями или центрами двух соседних отметок шкалы, измеренное вдоль воображаемой линии, проходящей через середины самых коротких отметок шкалы. Длина линии, проходящей через центры всех самых коротких отметок шкалы СИ и ограниченная начальной и конечной отметками, называется *длиной шкалы*. Линия может быть реальной или воображаемой, кривой или прямой.

Отметка шкалы СИ, у которого проставлено число отсчета, называется *числовой отметкой шкалы*. Отметки облегчают оператору считывание показаний прибора, которое производится по положению указателя относительно отметок шкалы. Деления шкалы имеют цену. *Цена деления шкалы* — это разность значений величины, соответствующих двум соседним отметкам шкалы СИ. Отметки наносятся на шкалу при *градуировке* прибора, т.е. при подаче на его вход сигнала с выхода образцовой многозначной меры. У части отметок шкалы проставляются числовые значения величины, подаваемой с выхода меры. Эти отметки становятся числовыми.

Указатель — часть отсчетного устройства, положение которого относительно отметок шкалы определяет показания измерительного прибора. Указатель выполняется в виде подвижных стрелок разной формы (клиновидной, ножевидной и др.), луча света, пера самописца и т.п.

Шкала СИ имеет *начальное* и *конечное* значения. Они соответствуют наименьшему и наибольшему значениям измеряемой величины, которые могут быть отсчитаны по шкале СИ. Например, для медицинского термометра начальное значение шкалы равно 34,3 °C, а конечное — 42 °C.

При измерении с показывающего устройства считывается *показание*. Каждое СИ характеризуется диапазоном показаний и диапазоном измерений. *Диапазоном показаний* называется область значений шкалы СИ, ограниченная ее начальным и конечным делениями. Так, для медицинского термометра диапазон показаний составляет 7,7°C. *Диапазоном измерений* называется область значений ФВ, в пределах которой нормированы допускаемые пределы погрешности СИ. Значения величины, ограничивающие диапазон снизу и сверху (слева и справа), называются соответственно нижним и верхним *пределами измерений*. Диапазон измерений всегда меньше или равен диапазону показаний.

Классификация измерительных приборов. Для учета всех особенностей многообразных измерительных приборов применяют классификацию по различным признакам. По ***форме индикации измеряемой величины*** различают измерительные приборы:

• *показывающие*, которые допускают только отсчитывание показаний измеряемой величины, например стрелочный или цифровой вольтметр;

• *регистрирующие*, предусматривающие регистрацию показаний на том или ином носителе информации, например на бумажной ленте. Регистрация может производится в аналоговой или цифровой форме. Различают самопишущие и печатающие приборы.

По ***методу преобразования измеряемой величины*** различают приборы прямого, компенсационного (уравновешивающего) и смешанного преобразования. Эти методы преобразования и соответствующие им структурные схемы рассмотрены в 11.7.2 и 11.7.3.

По ***назначению*** измерительные приборы делятся на амперметры, вольтметры, омметры, термометры, гигрометры и т.д.

По ***форме преобразования используемых измерительных сигналов*** приборы подразделяют на аналоговые и цифровые.

Аналоговые приборы — это приборы, показания или выходной сигнал которых является непрерывной функцией изменения измеряемой величины. Идеализированное уравнение преобразования линейных аналоговых и измерительных приборов имеет вид

$$Y=KX, \tag{11.6}$$

где X — измеряемая величина; Y, K — показание и коэффициент преобразования прибора соответственно. Следует отметить, что большинство измерительных приборов являются линейными. Детально аналоговые приборы рассмотрены в [72].

Цифровые приборы — это приборы, принцип действия которых основан на квантовании измеряемой или пропорциональной ей величины. Показания таких приборов представлены в цифровой форме. Наличие операции квантования приводит к появлению у цифровых приборов специфических свойств, обуславливающих существенные различия в методах выбора, анализа, описания и нормирования метрологических характеристик по сравнению с аналоговыми приборами.

В процессе квантования бесконечному множеству значений измеряемой величины ставится в соответствие конечное и счетное множество возможных показаний цифрового прибора. Их число определяется схемой аналого-цифрового преобразователя, выполняющего в цифровом приборе операцию квантования. Одновременно с квантованием, как правило, осуществляется дискретизация по времени измерительных сигналов. Квантование и дискретизация рассмотрены в разд. 10.5. Структурная схема цифрового прибора показана на рис. 11.17.

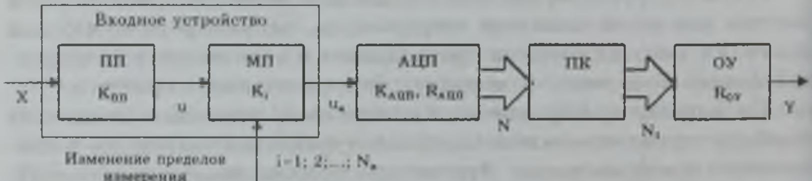


Рис. 11.17. Обобщенная структурная схема цифрового измерительного прибора

Измеряемая физическая величина X воздействует на первичный измерительный преобразователь (ПП), имеющий коэффициент преобразования $K_{ПП}$. Он преобразует величину X в электрический сигнал, в качестве которого используется главным образом напряжение. В рассматриваемом случае $u=K_{ПП}X$. Это напряжение в свою очередь поступает на масштабный измерительный преобразователь (МП), необходимый для изменения пределов измерения цифрового прибора. Он может иметь разное число диапазонов измерения: от 1 до $N_П$. Диапазон изменения измеряемой величины X разбивается на $N_П$ поддиапазонов: X_{1min}, ... , X_{1max}; X_{2min}, ... , X_{2max}; ... ; $X_{Nпmin}$, ... , $X_{Nпmax}$, где $X_{i\ min}$, ... , $X_{i\ max}$ — минимальные и максимальные точки i-го диапазона измерений.

Среди диапазонов измерения выбираются основной и дополнительные. *Основным* считается тот диапазон, на котором измеряемая величина претерпевает наименьшее число преобразований на пути от входа прибора до входа АЦП. Все остальные диапазоны считаются *дополнительными*. На практике возникают ситуации, когда выделить основной диапазон по указанным признакам невозможно. В этом случае в качестве основного выбирают диапазон с наименьшими пределами допускаемых погрешностей или устанавливают его по соглашению.

Масштабный преобразователь так изменяет (уменьшает или увеличивает) входное напряжение в заданное число K_i раз ($i = 1; 2; ...; N_п$), чтобы сигнал $u_н$ на его выходе был нормирован, т.е. его значение находилось в заданных пределах. Как правило, стараются обеспечить выполнение условий, при которых пределы изменения нормированного напряжения совпадают с большей частью допустимого диапазона изменения входного сигнала АЦП при всех возможных значениях измеряемого сигнала. Это позволяет минимизировать погрешности, вносимые АЦП.

Нормированное напряжение $u_н= K_iK_{ПП}X$ преобразуется АЦП в цифровой код N, имеющий разрядность $R_{АЦП}$. АЦП выполняется однопредельным, рассчитанным на один фиксированный диапазон изменения входного сигнала $u_н$.

Важной характеристикой цифрового прибора является метод преобразования аналоговой измеряемой величины в ее цифровой эквивалент, реализованный в АЦП. Принято отождествлять принцип действия цифрового измерительного прибора с принципом действия АЦП, входящего в его состав. В настоящее время разработано и используется в СИ большое число [66] различных методов преобразования. К основным из них относятся методы поразрядного уравновешивания (метод последовательных приближений), двойного интегрирования и преобразования напряжения в частоту.

Метрологические свойства АЦП и цифрового прибора в целом существенно зависят от номинальной ступени квантования АЦП, равной

$$q = \frac{u_н(N_{max}) - u_н(N_{min})}{(N_{max} - N_{min}) - 1} = \frac{u_н(N_{max}) - u_н(N_{min})}{M},$$

где N_{max}, N_{min} — максимальное и минимальное значения выходного кода АЦП; $u_н(N_{max})$, $u_н(N_{min})$ — значения входного напряжения АЦП, соответствующие N_{max} и N_{min}.

При использовании двоичного цифрового кода максимальное число возможных выходных кодовых комбинаций $M = 2^{R_{АЦП}} - 1$.

Уравнение преобразования АЦП в общем случае имеет вид

$$N = \mathrm{int}(u_н/q) = \mathrm{int}\left[(K_{ПП}K_i X)/q\right].$$

Полученный двоичный цифровой код поступает на преобразователь кодов (ПК). Он необходим для преобразования выходного цифрового кода АЦП в код, "понимаемый" цифровым отсчетным устройством (ОУ). Наиболее частым в практике является преобразование двоичного кода в двоично-десятичный. Числа, представляемые кодами N и N_1, в точности равны друг другу, отличаются только формами представления, и поэтому в дальнейшем рассмотрении будем оперировать кодом N.

Цифровые ОУ выполняются в виде цифровых табло, дисплеев, основанных на различных физических принципах. Они преобразуют код в показания СИ, понятные человеку.

Важной характеристикой ОУ является его *разрядность* — число полных десятичных разрядов, которые индицируются цифрами от 0 до 9. Цифровые ОУ, позволяющие индицировать еще один дополнительный разряд, но неполностью, называются отсчетными устройствами с расширенным диапазоном измерений. Их разрядность обозначается в виде $R_{ОУ}1/2$. Это означает, что устройство имеет $R_{ОУ}$ полных разрядов и один неполный. В нем, как правило, может индицироваться только 0 или 1.

Разрядность ОУ определяет разрешающую способность цифрового прибора, выражаемую в значении (ЕМР) показаний прибора. Для приборов с обычным и расширенным диапазонами измерений она соответственно равна

$$EMP = \frac{X_{i\max}}{10^{R_{ov}} - 1}; \quad EMP = \frac{X_{i\max}}{2 \cdot 10^{R_{ov}} - 1},$$

где $X_{i\max}$ — максимальное значение измеряемой величины X на i-м диапазоне измерения.

В соответствии с уравнением преобразования АЦП функция преобразования цифрового прибора, связывающая измеряемую величину X с показаниями Y, представленными в единицах величины X, имеет вид

$$Y = q_{Xi}N = q_{Xi}\,\mathrm{int}\left[(K_{\Pi\Pi}K_iX)/q\right] = q_{Xi}\,\mathrm{int}(X/q_{Xi}), \qquad (11.7)$$

где $q_{Xi} = q/(K_iK_{\Pi\Pi})$ — номинальная ступень квантования (квант) измеряемой величины X на i-м диапазоне измерения. Размерность кванта q_{Xi} равна размерности X, а его величина определяет предельно достижимую точность измерения данным цифровым прибором.

Размер номинальной ступени квантования q_{Xi} зависит от того, на каком диапазоне производится измерение. Квант q_{Xi} определяется значениями крайних точек диапазона измерения и максимальным числом возможных выходных кодовых комбинаций M:

$$q_{Xi} = \mathrm{int}\left(\frac{X_{i\max} - X_{i\min}}{M}\right) = \mathrm{int}\left(\frac{X_{i\max} - X_{i\min}}{2^{R_{АЦП}} - 1}\right).$$

Размер номинальной ступени квантования на i-м диапазоне измерения обычно выбирается равным единице младшего разряда этого диапазона.

Согласно (11.7), каждому из возможных показаний Y_i ($i = 1, \ldots, M$) ставится в соответствие подмножество $[X_{Li}; X_{Ri}]$ значений измеряемой величины, где X_{Li}; X_{Ri}— левая и правая границы i-го подмножества, причем $X_{Ri} - X_{Li} = q_{Xi}$. Функция преобразования цифрового прибора (11.7) имеет вид ступенчатой кривой с разрывами в точках X_{Li} и X_{Ri} для $i \in (1;M)$ (рис. 11.18,а). Эта кривая должна наилучшим образом приближаться к прямой, которая задается уравнением $Y = X$ (прямая 1 на рис. 11.18,а и б), описывающим идеальную ситуацию: показания СИ равны измеряемой величине. Под наилучшим приближением понимается такое положение ступенчатой кривой, при котором абсолютные отклонения ее от прямой 1 минимальны, т.е.

$$|X - X_{Li}| \le 0{,}5q_{Xi} \text{ и } |X - X_{Ri}| \le 0{,}5q_{Xi}$$

Одна из таких возможных кривых показана на рис. 11.18,б. Она описывается уравнением

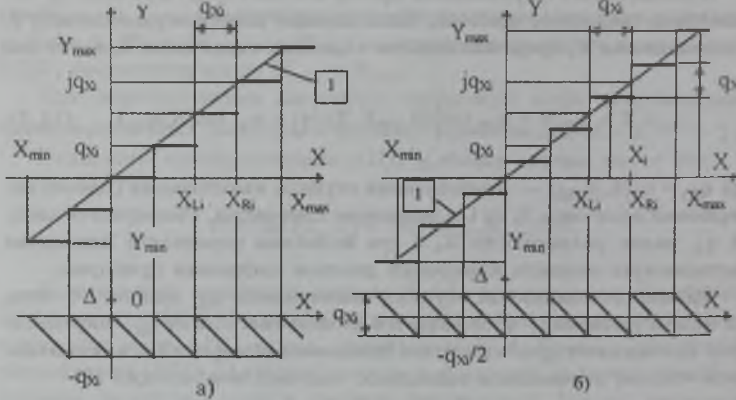


Рис. 11.18. Функции преобразования цифрового прибора и погрешности квантования

$$Y = q_{Xi}\left[\mathrm{int}(X/q_{Xi}) + 0{,}5\,\mathrm{sign}(X)\right]. \qquad (11.8)$$

В пределе, при стремлении кванта $q_{X_i} \to 0$ оно переходит в уравнение Y = X. Это свидетельствует о существовании тесной взаимосвязи теории погрешностей аналоговых и цифровых СИ.

Функции (11.7) и (11.8) не совпадают в точности с уравнением Y = X, так как условие $q_{Xi}= 0$ на практике невыполнимо. Поэтому даже идеальный АЦП обладает погрешностью, которая обусловлена самим принципом аналого-цифрового преобразования. Эта погрешность относится к разряду методических и называется *погрешностью квантования*. С учетом (11.8)

$$\Delta = Y - X = q_{Xi}\left[0{,}5\,\mathrm{sign}(X)q_{Xi} - \mathrm{frac}(X/q_{Xi})\right],$$

где frac(X) — функция, выделяющая дробную часть числа X. Полученная функция показана на рис. 11.18, б. Погрешность квантования для функции (11.7) $\Delta = -q_{X_i} \mathrm{frac}(X/q_{X_i})$ показана на рис. 11.18,а.

Функции преобразования идеального и реального цифровых приборов отличаются тем, что последняя может иметь смещение относительно нулевой точки, и тем, что действительный размер ступени квантования может отличаться от номинального и быть непостоянным.

Тенденция развития измерительной техники такова, что цифровых приборов становится все больше. С теорией разработки и применения цифровых средств измерений можно ознакомиться в [69–71].

В заключение отметим, что специфика приборов, применяемых для измерения ФВ, изучается в соответствующих дисциплинах. Измерение электрических величин (в том числе времени и частоты) подробно рассмотрено в [51, 54, 62, 69–75], теория построения и использования регистрирующих приборов проанализирована в [62, 76, 77], вопросы, связанные с измерением неэлектрических величин — [59, 61, 77], в том числе массы [78], геометрических размеров и углов [79].

Измерительная установка. Это — совокупность функционально объединенных средств измерений (мер, измерительных приборов, измерительных преобразователей) и вспомогательных устройств, предназначенная для выработки сигналов измерительной информации в удобной для непосредственного восприятия наблюдателем форме и расположенная в одном месте.

Измерительную установку, предназначенную для испытания каких-либо изделий, называют *испытательным стендом* (например, для измерения удельного сопротивления электрических материалов, испытания магнитных материалов).

Измерительную установку с включенными в нее эталонами, применяемую для поверки СИ, называют *поверочной установкой* (например, установка для поверки вольтметров). Некоторые большие измерительные установки, используемые главным образом в машиностроении, называют *измерительными машинами* (например, силоизмерительная машина, делительная машина).

11.6.2. Измерительные системы и измерительно-вычислительные комплексы

Усложнение современного производства, развитие научных исследований привело к необходимости измерять и контролировать одновременно сотни и тысячи различных физических величин. Естественная физиологическая ограниченность возможностей человека в восприятии и обработке больших объемов информации стала одной из причин появления таких СИ, как измерительные системы. *Измерительные системы* — это совокупность функционально объединенных средств измерений, средств вычислительной техники и вспомогательных устройств, соединенных между собой каналами связи, предназначенных для выработки сигналов измерительной информации о физических величинах, свойственных данному объекту, в форме, удобной для автоматической обработки, передачи и (или) использования в автоматических системах управления. Примерами могут служить системы, развернутые на крупных предприятиях и предназначенные для контроля технологического процесса производства какого-либо изделия, например производства стали, электроэнергии и т.п.

В зависимости от назначения измерительные системы разделяют на измерительные, контролирующие, управляющие. По числу измерительных каналов системы подразделяются на одно-, двух-, трех- и многоканальные.

Важной их разновидностью являются *информационно-измерительные системы* (ИИС), предназначенные для представления измерительной информации в виде, необходимом потребителю. По ***организации алгоритма функционирования*** различают системы:

- *с заранее заданным алгоритмом работы*, правила функционирования которых не меняются, поэтому они могут использоваться только для исследования объектов, работающих в постоянном режиме;
- *программируемые*, алгоритм работы которых меняется по заданной программе, составляемой в соответствии с условиями функционирования объекта исследования;
- *адаптивные*, алгоритм работы которых, а в ряде случаев и структура, изменяются, приспосабливаясь к изменениям измеряемых величин и условий работы объекта.

Наиболее перспективным методом разработки и производства ИИС является *метод агрегатно-модульного построения* из сравнительно ограниченного набора унифицированных, конструктивно законченных узлов или блоков. При построении агрегатированных систем должны быть решены задачи совместимости и сопряжения блоков как между собой, так и с внешними устройствами. Применительно к ИИС существует пять видов совместимости:

- *информационная*, которая предусматривает согласованность входных и выходных сигналов по видам и номенклатуре, информативным параметрам и уровням;
- *конструктивная*, обеспечиваемая согласованностью эстетических требований, конструктивных параметров, механических сопряжений блоков при их совместном использовании;
- *энергетическая*, предполагающая согласованность напряжений и токов, питающих блоки;
- *метрологическая*, обеспечивающая сопоставимость результатов измерений, рациональный выбор и нормирование метрологических характеристик блоков, а также согласование параметров входных и выходных цепей;
- *эксплуатационная*, т.е. согласованность характеристик блоков по надежности и стабильности, а также характеристик, определяющих влияние внешних факторов.

Связь между блоками системы и их совместимость устанавливается посредством стандартных интерфейсов. Под *интерфейсом* понимается совокупность механических, электрических и программных средств, позволяющих объединять блоки в единую систему.

Структура ИИС довольно разнообразна и существенно зависит от решаемых задач. Детально вопросы проектирования таких систем рассмотрены в [62, 71, 81– 83].

Важной разновидностью ИИС является *измерительно-вычислительные комплексы* (ИВК) — функционально объединенная совокупность средств измерений, компьютеров и вспомогательных устройств, предназначенная для выполнения конкретной измерительной задачи. Основными признаками принадлежности средства измерений к ИВК являются: наличие процессора или компьютера; программное управление средствами измерений; наличие нормированных метрологических характеристик; блочно-модульная структура, состоящая из технической (аппаратной) и программной (алгоритмической) подсистем.

Техническая подсистема должна содержать СИ электрических величин (измерительные компоненты), средства вычислительной техники (вычислительные компоненты), меры текущего времени и интервалов времени, средства ввода-вывода цифровых и аналоговых сигналов с нормированными метрологическими характеристиками.

В программную подсистему ИВК входят системное и общее прикладное программное обеспечение (ПО), в совокупности образующие математическое обеспечение ИВК. Системное ПО представляет собой совокупность программного обеспечения компьютера, используемого в ИВК, и дополнительных программных средств, позволяющих работать в диалоговом режиме; управлять измерительными компонентами; обмениваться информацией внутри подсистем комплекса; проводить диагностику технического состояния. Программное обеспечение представляет собой взаимодополняющую, взаимодействующую совокупность подпрограмм, реализующих:

- типовые алгоритмы эффективного представления и обработки измерительной информации, планирования эксперимента и других измерительных процедур;
- архивирование данных измерений;
- метрологические функции ИВК (аттестация, поверка, экспериментальное определение метрологических характеристик и т.п.).

Большое значение имеет эффективное и наглядное построение экранных форм и управляющих элементов, называемых *интерфейсом пользователя*, обеспечивающих взаимодействие оператора с компьютером. Эффективность интерфейса заключается в быстром, насколько это возможно, развитии у пользователей простой концептуальной модели взаимодействия с комплексом. Другими важными характеристиками интерфейса являются его конкретность и наглядность, что обеспечивается с помощью последовательно раскрываемых окон, раскрывающихся вложенных меню и командных строк с указанием функциональных, "горячих" клавиш.

Измерительно-вычислительные комплексы предназначены для выполнения таких функций, как:

- осуществление прямых, косвенных, совместных или совокупных измерений физических величин;
- управление процессом измерений и воздействием на объект измерений;
- представление оператору результатов измерений в требуемом виде.

Для реализации этих функций ИВК должен обеспечивать:

- восприятие, преобразование и обработку электрических сигналов от первичных измерительных преобразователей;

• управление средствами измерений и другими техническими компонентами, входящими в состав ИВК;

• выработку нормированных сигналов, являющихся входными для средств воздействия на объект;

• оценку метрологических характеристик и представление результатов измерений в установленной форме.

По *назначению* ИВК делятся на типовые, проблемные и специализированные. *Типовые* комплексы предназначены для решения широкого круга типовых задач автоматизации измерений, испытаний или исследований независимо от области применения. *Проблемные* комплексы разрабатываются для решения специфичной для конкретной области применения задачи автоматизации измерений. *Специализированные* ИВК предназначены для решения уникальных задач автоматизации измерений, для которых разработка типовых и специализированных комплексов экономически нецелесообразна.

Основными составными частями комплекса являются (рис. 11.19):

• компьютер с периферийными устройствами, подключенными к нему, в том числе и посредством компьютерной сети;

• програмное обеспечение, представляющее собой совокупность взаимосвязанных программ, написанных на алгоритмических языках разного уровня;

• интерфейс, организующий связь технических устройств ИВК с компьютером;

• формирователь испытательных сигналов, которыми воздействуют на объект измерения с целью получения измерительных сигналов. Каждый такой сигнал (например, на рис. 11.19 это i-й сигнал) вырабатывается с помощью последовательно соединенных ЦАП$_i$ и преобразователя "напряжение — испытательный сигнал" (ПНИС$_i$);

• измерительные каналы (ИК), предназначенные для преобразования в цифровой код заданного числа сигналов (K — для первого ИК и L — для N-го ИК). Структура ИК существенно зависит от решаемой задачи. Однако практически в любом случае каждый из них содержит аналоговый измерительный (АИП) и аналого-цифровой (АЦП) преобразователи. При обработке нескольких измерительных сигналов одним АЦП в состав комплекса включается коммутатор, предназначенный для поочередного подключения сигналов к входу АЦП. Коммутатор может включаться как после АИП (ИК1 на рис. 11.19), так и перед ним (ИК N на рис. 11.19).

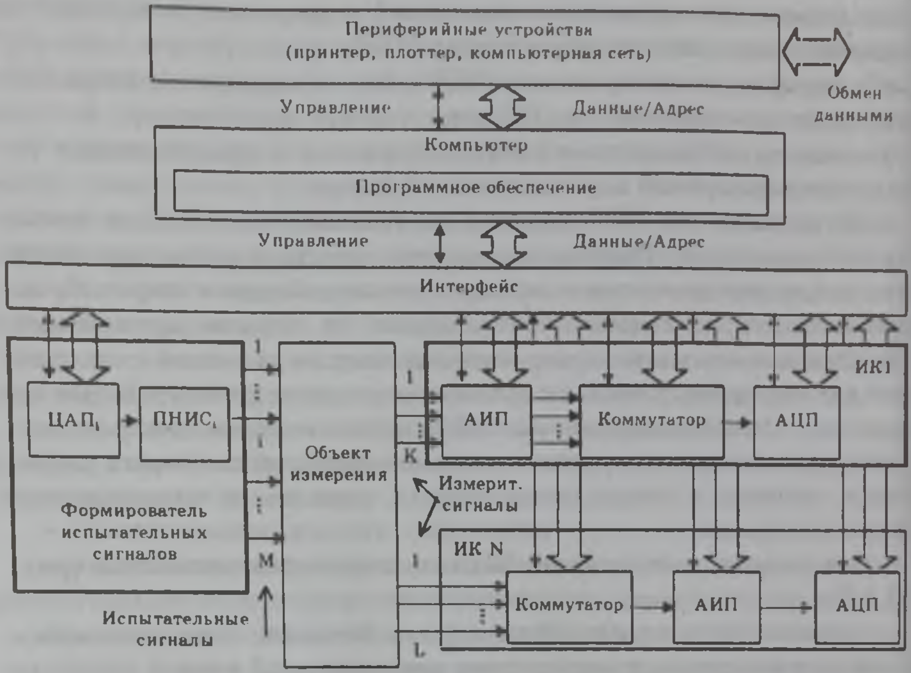


Рис. 11.19. Структурная схема измерительно-вычислительного комплекса

АИП предназначен для преобразования измерительного сигнала в сигнал, однородный с входным сигналом АЦП (т.е. в напряжение), и масштабирования (усиления или ослабления) его до уровня, необходимого для проведения операции аналого-цифрового преобразования с минимальной погрешностью. При наличии нескольких измерительных сигналов (K сигналов в ИК1 на рис. 11.19) АИП состоит из K независимых последовательно соединенных первичных преобразователей и управляемых компьютером масштабируемых усилителей. Если же измерительные сигналы являются однородными физическими величинами и могут быть поочередно выбраны (скоммутированы), то в ИК целесообразно использовать только один АИП (рис. 11.19 — ИК N). Он последовательно во времени проводит преобразование измерительного сигнала и последующее его масштабирование.

АЦП преобразует сигнал в цифровой код и передает его через интерфейс в компьютер. Работой всей аппаратной части ИВК управляет компьютер. Это осуществляется посредством:

- подачи управляющих сигналов различного рода;

• считывания и передачи по требуемым адресам цифровой информации (сигналы "Данные" и "Адрес" на рис. 11.19). Под "Адресом" понимается уникальный цифровой код, присвоенный конкретному блоку ИВК или его части и позволяющий компьютеру через интерфейс однозначно идентифицировать данное устройство.

По команде оператора выбирается тот или иной режим работы ИВК из числа реализованных в программном обеспечении. Компьютер рассчитывает цифровой код, описывающий заданное изменение во времени каждого из М испытательных сигналов, и в виде двоичного цифрового кода записывает в оперативные запоминающие устройства формирователя испытательных сигналов (на рис. 11.19 не показаны). Оттуда эти коды последовательно во времени циклически поступают на вход каждого из ЦАП. Формируемые на их выходах напряжения с помощью ПНИС преобразуются в требуемые физические величины, воздействующие на объект измерения.

Измерительные сигналы, представляющие собой отклик объекта измерения на испытательные воздействия, преобразуются в измерительных каналах в двоичный цифровой код и считываются компьютером. Полученные коды обрабатываются по заданным алгоритмам, в результате получается искомая измерительная информация.

Каждый ИВК — это сложное техническое устройство, поэтому содержит средства диагностики его состояния. Измерительно-вычислительные комплексы рассмотрены в [84, 85].

Пример 11.4. Рассмотрим ИВК, который предназначен [86] для измерения магнитных характеристик и параметров прецизионных сплавов и электротехнических сталей, проводимого в соответствии с ГОСТ 12119-80. Структурная схема автоматизированного магнитоизмерительного комплекса (АМК) показана на рис. 11.20.

Интерфейс комплекса, используя сформированные в управляющем компьютере сигналы системной шины ISA, организует цифровую часть внутренней шины комплекса, состоящую из 16-разрядной шины данных, 14 радиальных адресных линий, двух линий для передачи сигналов, управляющих чтением и записью; 14 внутренних адресов АМК выбираются из разрешенных адресов компьютера, зарезервированных для внешних устройств. С помощью сигналов, передаваемых по внутренней шине, организуется работа всех модулей комплекса.

Синхронизацию работы комплекса обеспечивает программно-управляемый таймер, реализующий метод цифровой фазовой автоматической подстройки частоты. Он формирует два синхронизирующих сигнала: меандры с частотой перемагничивающего сигнала f и f/256. Последний обеспечивает дискретизацию перемагничивающего и измеряемых сигналов на N=256 точек. Таймер позволяет программно задавать частоту перемагничивающего сигнала в диапазоне от f_{min}=20 Гц до f_{max}=5120 Гц. Погрешность установки частоты не превышает 0,05%.

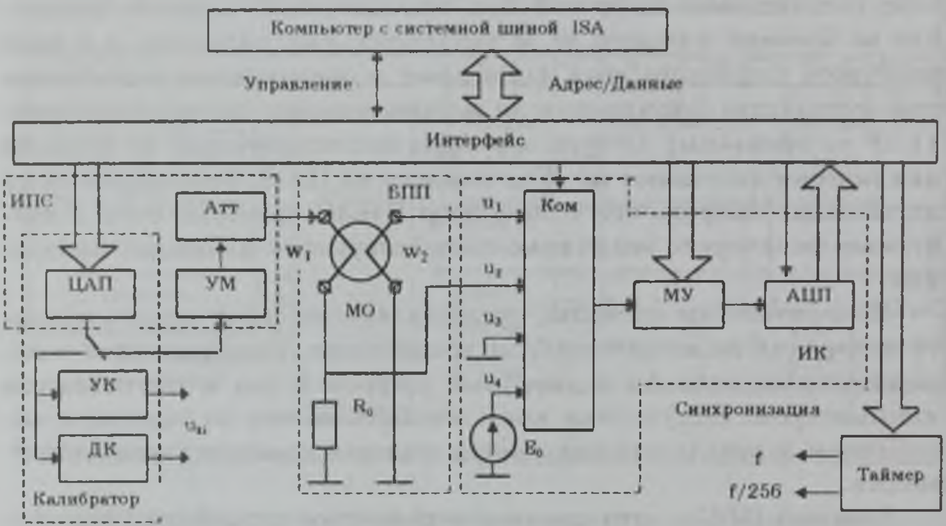


Рис. 11.20. Структурная схема автоматизированного магнитоизмерительного комплекса

Для измерения параметров и характеристик испытуемый магнитный материал необходимо перемагнитить. Это осуществляется подачей испытательного сигнала — напряжения. При измерении ряда параметров должен быть обеспечен заданный режим перемагничивания, т.е. определенный закон изменения магнитной индукции в испытуемом образце (см. пример 2.4 в разд. 2.7). В частности, ГОСТ 12119–80 требует, чтобы при измерении удельных потерь индукция в испытуемом образце изменялась по синусоидальному закону, причем коэффициент гармоник не должен превышать 2%.

Испытательные сигналы в АМК формируются источником перемагничивающего сигнала (ИПС), состоящим из ЦАП, усилителя мощности (УМ) и аттенюатора (Атт). Формирование перемагничивающего сигнала происходит следующим образом. Компьютер по математической модели, описывающей требуемый сигнал, рассчитывает цифровой код, который представляется в виде массива из N=256 двоичных 12-разрядных чисел. Эти коды записываются в два буферных оперативных запоминающих устройства ЦАП (на рис. 11.20 не показаны). Из одного такого устройства последовательно во времени с частотой дискретизации fN коды поступают в 12-разрядный ЦАП, где преобразуются в переменное напряжение заданной частоты f и формы. Оно усиливается УМ и через аттенюатор поступает на блок первичных преобразователей (БПП). Аттенюатор предназначен для ступенчатого изменения уровня выходного сигнала в широких пределах, что дает возможность испытывать образцы магнитных материалов различных размеров.

Для формирования заданного закона перемагничивания используются итерационные методы [87], суть которых состоит в том, чтобы рассчитать и сформировать испытательный сигнал такой формы, при перемагничивании которым магнитная индукция в образце изменялась бы по заданному закону. Процесс формирования занимает во времени несколько тактов — итераций, в течение которых закон изменения магнитной величины последовательно приближается к требуемому. Форма перемагничивающего напряжения задается программно.

Блок первичных преобразователей содержит испытуемый магнитный образец МО с намагничивающей w_1 и измерительной w_2 обмотками и эталонный резистор R_0. Ток с выхода аттенюатора, протекая по намагничивающей обмотке, перемагничивает испытуемый образец. Для получения измерительных сигналов, пропорциональных магнитной индукции и напряженности поля, в комплексе используются первичные преобразователи, рассмотренные в примере 11.2 (см. рис. 11.14).

Переменные напряжения, пропорциональные скорости изменения магнитной индукции и напряженности магнитного поля, поступают на вход измерительного канала, состоящего из коммутатора (Ком), масштабирующего усилителя (МУ) и 12-разрядного АЦП. В канале измеряемое переменное напряжение преобразуется в 256 значений цифрового кода, пропорциональных мгновенным значениям измеряемых напряжений в 256 точках дискретизации, равномерно распределенных по периоду измеряемого напряжения. Полученные массивы цифровых кодов поступают в компьютер, где путем пересчета определяются требуемые магнитные характеристики.

Коммутатор реализует подключение четырех возможных входных сигналов $u_1,\ldots,u_4$ (см. рис. 11.20). Последние два сигнала u_3 и u_4 нужны для автоматической калибровки коэффициента передачи масштабирующего усилителя (E_0) и устранения смещения нуля в измерительном канале (нулевой потенциал).

Масштабирующий усилитель осуществляет автоматический выбор одного из восьми пределов измерения. Это делается для того, чтобы его выходной сигнал лежал в диапазоне 5,12 ... 10,24 В, наиболее подходящем для эффективной работы АЦП. Установленный коэффициент передачи усилителя используется в управляющем компьютере для пересчета выходного кода АЦП в напряжение и далее в магнитную величину. Поскольку АЦП преобразует биполярный переменный сигнал, то для учета знака используется старший, двенадцатый разряд выходного кода. В этом случае мгновенное значение j-го (j=1,..., 4) входного напряжения коммутатора

$$u_j(t_i) = \frac{U_{оп}}{2^{11}k_j k_{yj}}\left[N_j(t_i) - 2^{11}\right] = \frac{U_{оп}}{2048\, k_j k_{yj}}\left[N_j(t_i) - 2048\right],$$

где $U_{оп}$ — прецизионное постоянное напряжение, используемое в АЦП, k_j, k_{yj} — коэффициенты передачи коммутатора и масштабирующего усилителя при измерении j-го входного сигнала; $N_j(t_i)$ — мгновенное значение выходного кода АЦП при измерении j-го входного сигнала.

При измерении магнитных величин напряжения u_1 и u_2 описываются формулами (11.6) и (11.7). Из приведенного выше уравнения с учетом этих формул легко получить выражения, по которым компьютер проводит расчет мгновенных значений напряженности поля и скорости изменения магнитной индукции:

$$H(t_i) = \frac{w_1}{l_{ср}R_0}\frac{U_{оп}}{2048\, k_j k_{yj}}\left[N_j(t_i) - 2048\right];$$

$$\frac{dB(t_i)}{dt} = \frac{1}{w_2 S}\frac{U_{оп}}{2048\, k_j k_{yj}}\left[N_j(t_i) - 2048\right].$$

Для определения мгновенных значений магнитной индукции используются известные формулы численного интегрирования. Полученные пары $[H(t_i); B(t_i)]$ описывают множество точек петли гистерезиса. С их помощью можно рассчитать практически любые магнитные характеристики и параметры испытуемого образца.

Программное обеспечение комплекса написано на языках Паскаль и Ассемблер. Функционально оно может быть разделено на несколько взаимосвязанных частей — подсистем, обеспечивающих ввод/вывод исходной информации об объекте и режимах испытаний, проведение различных режимов испытаний, вывод измерительной информации и ее архивирование, оперативную диагностику состояния комплекса, тестирование блоков комплекса.

Подсистема ввода/вывода исходной информации предназначена для настройки комплекса на измерение свойств конкретного образца при выбранном законе изменения магнитной индукции. Подсистема режимов испытаний является основной и дает возможность проводить: проверку метрологических параметров измерительного канала; установку амплитудных значений индукции и напряженности поля; магнитную подготовку испытуемого образца; измерение кривой намагничивания и кривой потерь; измерение петли гистерезиса и ее характерных точек; построение графиков ранее измеренных зависимостей, хранимых в виде файлов. При измерении всех характеристик имеется возможность выводить данные на диск, принтер, а также получать на экране монитора графики полученных зависимостей. Подсистема тестирования модулей комплекса позволяет контролировать метрологические характеристики ЦАП, АЦП и измерительного канала в целом. Для этого в состав комплекса включен (см. рис. 11.20) программно-управляемый прецизионный калибратор, состоящий из ЦАП, усилителя (УК) и делителя (ДК) калибратора.

11.7. Моделирование средств измерений

11.7.1. Структурные элементы и схемы средств измерений

Построение и изучение СИ невозможно без математических моделей, адекватно описывающих те или иные их свойства и характеристики. В метрологии используется моделирование измерительных сигналов (см. гл. 10) и моделирование средств измерений.

Математическая модель СИ описывает взаимосвязь его показаний Y со значением измеряемой величины X, конструктивными параметрами $a_1, a_2, \ldots, a_L$ и влияющими величинами $z_1, z_2, \ldots, z_K$: $Y = F(x; a_1; a_2, \ldots a_L; z_1, z_2, \ldots, z_K)$.

Для построения математических моделей (ММ) СИ необходимо знать, как устроены СИ и каким образом происходит преобразование измерительных сигналов, т.е. нужно знать структуру СИ. Для сложных СИ, каковыми являются большинство современных приборов, анализ их составных частей и ММ является далеко не простой задачей. Для ее оптимального решения, а также для упрощения анализа процессов, протекающих в СИ, введены понятия структурной схемы и измерительных цепи, канала и тракта.

Измерительная цепь — совокупность элементов СИ, образующих непрерывный путь прохождения измерительного сигнала от входа до выхода и обеспечивающих осуществление всех его преобразований.

Измерительный канал — это измерительная цепь, образованная последовательным соединением СИ и других технических устройств, предназначенная для измерения одной величины и имеющая нормированные метрологические характеристики.

Измерительный тракт — совокупность измерительных каналов, предназначенных для измерения определенной величины и имеющих одинаковые метрологические характеристики.

Структурная схема — условное обозначение измерительной цепи (канала или тракта) СИ с указанием преобразуемых величин. Эта схема определяет основные структурные блоки СИ, их назначение и взаимосвязи.

Основной предпосылкой, использованной при введении этих понятий, было обоснованное допущение о том, что каждое преобразование сигнала происходит в отдельном звене или блоке. Структурные схемы состоят из соединенных определенным образом *структурных элементов (блоков)*, каждый из которых выполняет одну из ряда функций, связанных с измерением. Свойства структурных элементов или их совокупностей описываются с помощью соответствующих уравнений, известных из физики, электротехники, электроники и других технических наук.

Основной характеристикой структурного элемента является его *функция (уравнение) преобразования* $Y = f[X, K_j, Z_i]$ — уравнение, связывающее между собой входной X и выходной Y сигналы элемента, его параметры K_j и в ряде случаев внешние влияющие величины Z_i. Функция преобразования структурного блока является его математической моделью. Ее вид зависит от того, насколько полно элемент необходимо описать, и какие его свойства являются для исследователя наиболее важными. Например, ММ идеального усилителя может быть записана в виде $u_{вых}(t) = ku_{вх}(t)$, где k — коэффициент усиления, являющийся постоянным параметром усилителя. Если необходимо учесть напряжение смещения u_0 на его выходе, модель запишется в виде $u_{вых}(t) = k\,u_{вх}(t) + u_0$. Процесс уточнения модели усилителя можно продолжить и дальше. Например, учесть его фазочастотные характеристики, влияние внешней температуры и т.д.

Структурные элементы могут быть классифицированы по ряду признаков. По *типу выходного сигнала* они разделяются на *активные*, генерирующие физические величины — носители энергии (например, аккумуляторы, усилители сигналов разного рода, источники света, излучения и др.), и *пассивные*, свойства которых зависят от состояния материи и выражаются физическими величинами, не являющимися носителями энергии (например, электрические сопротивления, емкости, индуктивности, оптические элементы — призмы, зеркала и др.).

По *виду связи* между входной и выходной величинами структурные блоки делятся на линейные и нелинейные. *Линейными* называются блоки, передаточные функции которых удовлетворяют условиям аддитивности $f[X_1(t)+X_2(t)] = f[X_1(t)] + f[X_2(t)]$ и однородности $f[CX(t)] = Cf[X(t)]$. Параметры линейных блоков не зависят от параметров входного сигнала. Это наиболее простой и удобный для анализа тип блоков, поэтому для решения измерительной задачи по возможности следует выбирать линейные элементы. Примером линейного блока является идеальный усилитель.

Для *нелинейных* блоков связь между входным и выходным сигналами описывается функцией f, не удовлетворяющей приведенным выше условиям. Эти блоки делятся на квазилинейные и функциональные. *Квазилинейные* блоки характеризуются незначительной нелинейностью и считаются линейными при изменении входной и выходной величин в определенных диапазонах. *Функциональным* блокам присуща значительная нелинейность, которая учитывается построением соответствующей нелинейной математической модели.

В зависимости от *динамических свойств* структурные блоки делятся на статические и динамические. В *статических* блоках взаимосвязь между выходной и входной величинами не зависит от скорости изменения входного сигнала и его производных более высоких порядков. Если такую зависимость необходимо учитывать, то данный структурный блок следует считать *динамическим*. Различают динамические блоки первого, второго и высших порядков. Характеристики динамических блоков первого и второго порядков рассмотрены в разд. 11.3.

Структурные блоки также классифицируются по *функции*, выполняемой в СИ. По этому признаку они делятся на усилители различных видов, делители, дифференциаторы, интеграторы, коммутаторы, ключи, АЦП, ЦАП, фильтры и др. Кроме аналоговых структурных элементов существует большое число цифровых элементов, используемых при построении СИ. К ним относятся логические элементы, триггеры, регистры, счетчики, шифраторы и дешифраторы, мультиплексоры, компараторы кодов и др. Их построение, свойства и применение рассматриваются в многочисленной специальной литературе, например [93].

Чрезвычайно важным цифровым устройством, все больше и больше применяемым в СИ, является микропроцессор — полупроводниковый прибор, осуществляющий автоматическую обработку цифровой информации в соответствии с заданной программой и выполненный в виде одной или нескольких интегральных микросхем. Миниатюрные размеры и незначительная масса, малое потребление энергии позволяют включать его непосредственно в электрическую схему измерительного прибора. В СИ он выполняет функции приема, обработки и передачи информации, а также управления работой их составных частей. Вопросы применения микропроцессоров в измерительной технике детально рассмотрены в [71, 94].

На структурных схемах элементы изображаются в виде прямоугольников, внутри которых написано или каким-то образом условно обозначено их название. Кроме того, на схемах обязательно должно быть показано направление распространения измерительной информации, т. е. обозначены входы и выходы структурных элементов. Часто приводят поясняющие надписи, временные зависимости сигналов в характерных точках, таблицы и пр.

Пример 11.5. Структурная схема устройства для измерения температуры при помощи термопары показана на рис. 11.21. Термопара (ТП) помещается в объем, где измеряется температура Т. Она генерирует на своем выходе термо ЭДС $e_1(T) = k_T T$, где k_T — коэффициент передачи ТП. Эта ЭДС усиливается усилителем (У) до значения $e_2(T) = k_y e_1(T) = k_y k_T T$, где k_y — коэффициент усиления усилителя. Сигнал $e_2(T)$ воздействует на регистрирующее устройство (РУ), на выходе которого фиксируются показания N(T), пропорциональные измеряемой температуре T:

$$N(T) = k_{ру} e_2(T) = k_{ру} k_y k_T T, \tag{11.9}$$

где $k_{ру}$ — коэффициент передачи регистрирующего устройства. Данное уравнение является уравнением преобразования рассматриваемого средства измерений.

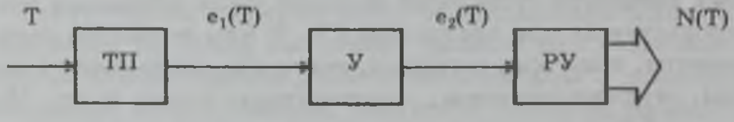


Рис. 11.21. Структурная схема термоэлектрического термометра

Структурные схемы СИ очень разнообразны. Однако в зависимости от соединения элементов структурной схемы различают два основных их вида: прямого и уравновешивающего (компенсационного) преобразования измерительного сигнала. Они существенно различаются по составу результирующей погрешности измерений и ее зависимости от погрешностей отдельных элементов структурной схемы [92].

11.7.2. Структурная схема прямого преобразования

Отличительная черта СИ, имеющего структурную схему прямого преобразования (рис. 11.22), состоит в том, что все преобразования измерительного сигнала производятся в прямом направлении. Схема состоит из n последовательно соединенных блоков.

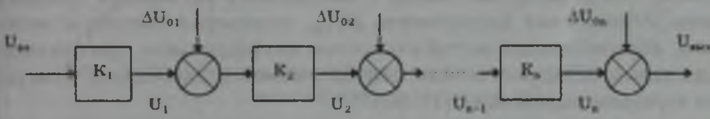


Рис. 11.22. Структурная схема прямого преобразования

На схеме через K_1, K_2, ..., K_n обозначены коэффициенты преобразования блоков. Каждый i-й коэффициент определяется по формуле $K = dU_i / dU_{i-1}$, где U_{i-1} и U_i— входной и выходной сигналы i-го блока.

Входной сигнал $U_{вх}$, несущий информацию об измеряемой величине, последовательно преобразуется в промежуточные сигналы U_1, U_2,..., U_{n-1} и в выходной сигнал $U_{вых}$. В общем случае каждый из них является переменным во времени и может быть представлен в виде суммы гармонических составляющих. В связи с этим коэффициент K_i должен выражаться комплексным числом, а анализ структурных схем проводиться с использованием теории функций комплексного переменного. Однако для простоты рассмотрения будем считать, что информативным параметром сигнала является только его амплитуда (это чаще всего и бывает на практике). Тогда коэффициенты преобразования выразятся вещественными числами. Предположим также, что коэффициенты преобразования не зависят от уровня сигнала, т.е. звенья считаются линейными: $K_i = \text{const}$.

Первоначально считая, что все помехи ΔU_{0i} (см. рис. 11.22) равны нулю, получим уравнение преобразования СИ, имеющего структурную схему прямого преобразования:

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \frac{dU_{\text{вх}}}{dU_1} \frac{dU_1}{dU_2} \frac{dU_2}{dU_3} \cdots \frac{dU_n}{dU_{n-1}} = U_{\text{вх}} \prod_{i=1}^{n} K_i = U_{\text{вх}} K, \quad (11.10)$$

где K — коэффициент преобразования СИ.

На процесс измерения будут оказывать влияние изменения и нестабильность коэффициентов преобразования ΔK_i, а также дрейфы нуля, помехи и наводки, которые в сумме можно описать сигналами ΔU_{0i}, складываемыми с выходными сигналами каждого блока. Абсолютная погрешность $\Delta U_{\text{вых}}$ измерения выходной величины, обусловленная нестабильностью коэффициента преобразования, может быть рассчитана как погрешность косвенного измерения с учетом выражения (11.10):

$$\Delta U_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} \left[K_2 K_3 \ldots K_n \Delta K_1 + K_1 K_3 \ldots K_n \Delta K_2 + \ldots + K_1 K_2 \ldots K_{n-1} \Delta K_n \right].$$

Как видно из этого уравнения, погрешность $\Delta U_{\text{вых}}$ является мультипликативной, т.е. зависит от уровня измеряемого сигнала. Относительная мультипликативная погрешность складывается из относительных погрешностей структурных элементов:

$$\delta U_{\text{вых}} = \frac{\Delta U_{\text{вых}}}{U_{\text{вых}}} = \sum_{i=1}^{n} \delta_i = \Delta K / K,$$

где $\delta_i = \Delta K_i / K_i$ — относительная нестабильность коэффициента преобразования i-го блока; $\Delta K / K$ – относительная нестабильность коэффициента преобразования СИ.

Рассмотрим погрешность, обусловленную дрейфом нуля и наводками. *Дрейф нуля* — это изменение сигнала на выходе блока, не связанное с изменением входного сигнала. Он, как правило, определяется при входном сигнале, равном нулю. Дрейф нуля приводит к смещению передаточной функции i-го элемента (рис. 11.23,а). Результирующее действие сигналов ΔU_{0i} приводит к появлению дополнительного выходного сигнала

$$\Delta U_{вых} = \Delta U_{01} K_2 K_3 \ldots K_n + \Delta U_{02} K_3 K_4 \ldots K_n + \Delta U_{0n}.$$

Эта погрешность приведена к выходу СВ и по своей сути является аддитивной.

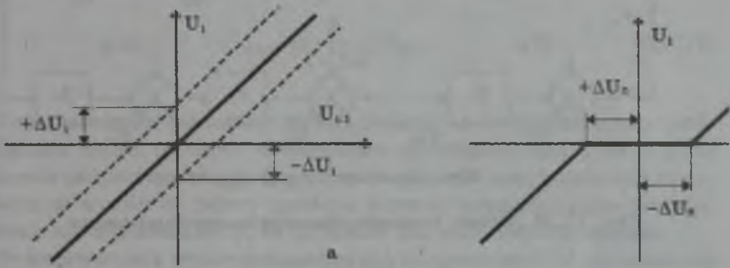


Рис. 11.23. Функции преобразования блоков с дрейфом нуля (а) и порогом чувствительности (б)

Таким образом, как следует из двух последних уравнений, в СИ, имеющем структурную схему прямого преобразования, происходит суммирование погрешностей, вносимых отдельными блоками. Для достижения высокой точности прибора требуется высокая стабильность параметров и характеристик каждого из блоков. Все это затрудняет реализацию высокоточных СИ по схеме прямого преобразования.

11.7.3. Уравновешивающее преобразование

Особенность уравновешивающего или, как еще говорят, компенсационного преобразования состоит в том, что выходная величина средства измерений $U_{вых}$ (рис. 11.24) подвергается обратному преобразованию в величину U'_m, однородную с входной величиной ΔU. Следовательно, используется отрицательная обратная связь.

Средства измерений, имеющие такую структуру, могут работать в двух режимах: неполного уравновешивания, когда сигнал рассогласования $\Delta U = U_{вх} - U'_m \neq 0$, и полного уравновешивания, когда $\Delta U = 0$. Рассмотрим сначала первый режим.

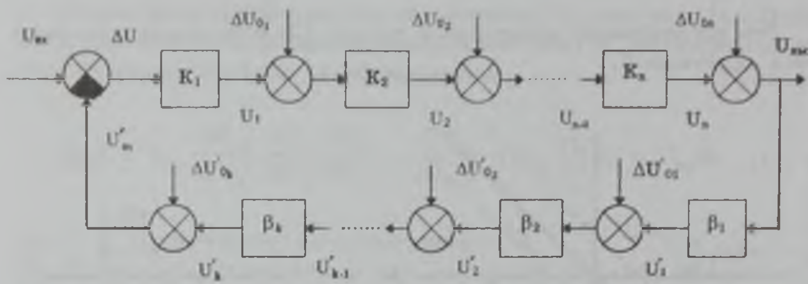


Рис. 11.24. Схема уравновешивающего преобразования

Для вывода уравнения преобразования $U_{вых} = \varphi(U_{вх})$ будем считать справедливыми те упрощающие предположения, которые были приняты при анализе схемы прямого преобразования. При отсутствии помех сигнал рассогласования ΔU поступает на вход измерительной цепи прямого преобразования. Ее выходной сигнал

$$U_{вых} = \Delta U K = \Delta U \prod_{i=1}^{n} K_i,$$

где K_i — коэффициент преобразования i-го структурного элемента цепи прямого преобразования, является входным для цепи обратного преобразования. Ее выходное напряжение

$$U'_m = \beta\, U_{вых} = U_{вых} \prod_{i=1}^{k} \beta_i,$$

где β_i — коэффициент преобразования i-го структурного элемента цепи обратного преобразования.

Коэффициент преобразования СИ с учетом двух последних уравнений имеет вид

$$K_{СИ} = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{K\,\Delta U}{\Delta U + U'_m} = \frac{K\,\Delta U}{\Delta U + \beta K \Delta U} = \frac{K}{1+\beta K},$$

а уравнение преобразования соответственно

$$U_{вых} = \frac{K}{1+\beta K} U_{вх}. \tag{11.11}$$

Следовательно, выходной сигнал зависит от коэффициентов преобразования цепей прямого и обратного преобразования. При $\beta K >> 1$ выходное напряжение $U_{вых} \approx U_{вых}/\beta$, цепь прямого преобразования практически не влияет на работу прибора, поэтому нестабильность коэффициентов преобразования K_i не вызывает погрешности измерения.

Относительная мультипликативная погрешность, обусловленная нестабильностью коэффициентов преобразования K и β, находится из уравнения (11.11):

$$\delta U_{вых} = \frac{\Delta U_{вых}}{U_{вых}} = \frac{1}{U_{вых}}\left(\frac{\partial U_{вых}}{\partial K}\Delta K + \frac{\partial U_{вых}}{\partial \beta}\Delta\beta\right) =$$
$$= \delta U_{вых}(K) + \delta U_{вых}(\beta) = \frac{\Delta K}{K}\frac{1}{1+\beta K} - \frac{\Delta\beta}{\beta}\frac{\beta K}{1+\beta K},$$

где ΔK, Δβ — суммарные погрешности, обусловленные нестабильностью коэффициентов K и β. При $\beta K >> 1$ погрешность $\delta U_{вых}(K)$ от нестабильности коэффициентов преобразования прямой цепи уменьшается в $(1+\beta K)$ раз. Погрешность $\delta U_{вых}(\beta)$, обусловленная нестабильностью коэффициентов преобразования цепи обратной связи, при этих условиях почти полностью входит в суммарную погрешность. Следовательно, в прямой цепи можно использовать активные нестабильные преобразователи, например усилители, но при этом необходимо выполнять условие $\beta K >> 1$. Коэффициент обратного преобразования β, наоборот, должен иметь высокую стабильность во времени.

Аддитивная погрешность, обусловленная дрейфом нуля, наводками, порогом чувствительности звеньев и другими аналогичными причинами, моделируется путем введения в структурную схему (рис. 11.24) дополнительных сигналов ΔU_{01}, ΔU_{02}, ..., ΔU_{0n}, $\Delta U'_{01}$, $\Delta U'_{02}$,..., $\Delta U'_{0k}$. Абсолютная аддитивная погрешность, приведенная к входу СИ,

$$\Delta U_0 = \left(\frac{\Delta U_{01}}{K_1} + \frac{\Delta U_{02}}{K_1 K_2} + \ldots + \frac{\Delta U_{0n}}{K_1 K_2 \ldots K_n}\right) - $$
$$- \left(\beta_2 \beta_3 \ldots \beta_k \Delta U'_{01} + \beta_3 \beta_4 \ldots \beta_k \Delta U'_{02} + \ldots + \Delta U'_{0k}\right).$$

В режиме полного уравновешивания рассогласование $\Delta U = U - U'_m = 0$. Это возможно, если в цепи прямого преобразования имеется интегрирующий элемент с функцией преобразования вида

$$U_i = F\left(\int_0^t U_{i-1} dt\right),$$

например электродвигатель, интегратор, выполненный на операционном усилителе.

Уравнение преобразования СИ для этого случая имеет вид $U_{вых} = U_{вх}/\beta$. Коэффициент преобразования полностью определяется параметрами цепи обратной связи и не зависит от параметров цепи прямого преобразования.

Мультипликативная относительная погрешность, связанная с нестабильностью коэффициентов преобразования блоков β_i,

$$\delta U_{вых}(\beta) = -\frac{\Delta\beta}{\beta} = -\sum_{i=1}^{m} \frac{\Delta\beta_i}{\beta_i}$$

зависит только от свойств цепи обратной связи.

Аддитивная погрешность схем с полным уравновешиванием почти целиком обуславливается порогом чувствительности звеньев $\Delta U_п$ — минимальным сигналом на входе, способным вызвать сигнал на выходе (см. рис. 11.23,б). При входном сигнале меньше $\Delta U_п$ сигнал на выходе не появляется. Следовательно, уравновешивание схемы наступает при $U - U'_m = \pm\Delta U_п$. При этом играет роль порог чувствительности звеньев в цепи прямого преобразования до интегрирующего звена включительно.

Приведенная к входу абсолютная аддитивная погрешность

$$\Delta U_0 = \Delta U_{01} + \frac{\Delta U_{02}}{K_1} + \frac{\Delta U_{03}}{K_1 K_2} + \ldots + \frac{\Delta U_{0i}}{K_1 K_2 \ldots K_{i-1}},$$

где ΔU_{0i} – порог чувствительности интегрирующего звена. Для уменьшения погрешности, обусловленной порогом чувствительности звеньев, следует увеличивать коэффициенты преобразования звеньев прямой цепи. В приведенных формулах фигурирует суммарная погрешность — сумма случайной и систематической составляющих.

Схемы СИ зачастую могут быть комбинированными, т.е. содержать цепь прямого преобразования, звенья которой охвачены отрицательной обратной связью. Следует отметить, что принцип построения структурной схемы влияет на многие параметры СИ, такие как входные и выходные сопротивления, динамические и другие характеристики.

11.7.4. Расчет измерительных каналов средств измерений

Хотя СИ чрезвычайно разнообразны и применяются для измерения самых разных физических величин, назначение у них одно — проведение измерений, поэтому они имеют общую теорию построения. Основными задачами этой теории являются:

• Определение математической модели (ММ) измерительного канала (или цепи) СИ. Модель строится на основе моделей составляющих его структурных элементов. Основной характеристикой, определяемой в процессе моделирования, является уравнение преобразования. При необходимости может рассчитываться одна из полных динамических характеристик СИ, описывающих взаимосвязь его входной и выходной величин в динамических режимах работы. Важно отметить, что часто говорят о ММ средства измерений, подразумевая при этом модель его измерительного канала.

• Расчет метрологических характеристик СИ по метрологическим характеристикам составляющих блоков. При этом могут определяться любые характеристики, однако чаще всего рассчитывается основная погрешность СИ.

Решение второй задачи невозможно без знания математической модели средства измерений, т.е. без решения первой задачи. В общем случае последовательность действий, выполняемых при решении этих задач, состоит в следующем:

1. Разрабатывается структурная схема СИ. Это осуществляется с целью решения поставленной измерительной задачи в соответствии с выбранными принципами и методами измерения на основе имеющейся априорной информации. Важно отметить, что на этом этапе строится идеализированная структурная схема, т.е. схема, в которой не учитываются источники помех и неидеальности составляющих ее элементов. Все это будет учитываться по мере необходимости на последующих этапах расчета. Примером такой схемы является структурная схема термоэлектрического термометра, приведенная на рис. 11.21.

При разработке структурной схемы СИ полезно, а порой и просто необходимо использовать диаграммы, отражающие изменения измерительных сигналов во времени или по частоте. Они существенно облегчают понимание процессов функционирования СИ, особенно цифровых.

В целом ряде случаев перед началом разработки структурной схемы бывает известно уравнение, на основе которого определяется измеряемая величина, например при измерении активной электрической мощности. Данные уравнения фактически являются прообразом, основой ММ измерительного канала СИ, и с их помощью разрабатываются структурные схемы.

2. Производится оценка диапазонов изменения информативных и неинформативных параметров входных и выходных сигналов структурных элементов и СИ в целом. При необходимости могут быть оценены диапазоны изменения влияющих величин. Оценка осуществляется на основе априорной информации об измеряемой величине и условиях измерения.

3. С использованием полученной информации о диапазонах изменения входных и выходных сигналов оцениваются возможности технической реализации структурных элементов и строятся их ММ. При построении моделей должна активно использоваться информация, полученная прикладными техническими науками.

4. Выполняется построение математической модели СИ. При этом используются его структурная схема, ММ составляющих ее элементов, временные и (или) частотные диаграммы измерительных сигналов. Для тех СИ, структурные схемы которых разрабатывались на основе известных уравнений связи измеряемой величины и величин, непосредственно воздействующих на вход

приборов, ММ является дальнейшим развитием и уточнением этих уравнений.

Модель представляет собой функцию преобразования СИ, связывающую между собой его входной и выходной сигналы. В качестве независимого аргумента модели может использоваться время или частота изменения измерительных сигналов. Модель измерительного канала СИ может быть описана математической функцией, непрерывной во времени и по размеру. Это характерно для аналоговых СИ. Примером такой ММ является уравнение (11.9), выведенное по структурной схеме, приведенной на рис. 11.21. При моделировании цифровых приборов модель, как правило, является решетчатой функцией, т.е. функцией, дискретной по времени и квантованной по размеру.

5. На основе анализа полученной ММ выделяются элементы структурной схемы, параметры которых в нее входят. Следует помнить, что параметры некоторых структурных элементов измерительного канала могут и не входить в уравнение преобразования. Это прежде всего касается элементов, стоящих в цепи прямого преобразования СИ, реализующих схему уравновешивающего преобразования.

Метрологические характеристики элементов, параметры которых входят в ММ, стараются по возможности определить. К определяемым характеристикам относятся уравнения преобразования, границы, в которых находится систематическая погрешность, дифференциальная функция распределения вероятности случайной составляющей погрешности или ее математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

6. На этом этапе рассчитывается погрешность СИ по методике обработки результатов косвенных измерений (см. разд. 8.3), а также другие требуемые его метрологические характеристики. При расчете основной погрешности функция преобразования СИ рассматривается как уравнение для определения результатов косвенных измерений, а входящие в него величины — как результаты прямых измерений. Для проведения такого расчета необходимо знать систематические и случайные погрешности каждого из параметров структурных элементов, которые входят в модель измерительного канала СИ.

Расчет погрешностей — наиболее сложная часть расчета СИ, существенно зависящая от количества информации о погрешностях блоков и их характеристиках. Как было показано в 11.7.2 и 11.7.3, погрешность СИ состоит из двух составляющих — аддитивной и мультипликативной. Рассмотрим их подробнее.

Пусть уравнение преобразования СИ имеет вид $y = F(x, a_j, z_i)$, где x, y — информативные параметры входного и выходного сигналов; $z_i = (z_1, z_2, ..., z_k)$ — влияющие факторы (помехи, наводки, шумы), являющиеся причинами аддитивной погрешности; $a_j = (a_1, a_2, ..., a_L)$ — параметры блоков СИ.

Каждый параметр a_j имеет номинальное значение, при котором вносимая данным блоком погрешность равна нулю. Отклонения реальных свойств элементов от номинальных приводят к возникновению погрешности. Эти отклонения можно условно назвать погрешностями блоков и выразить в виде

$$\delta_j = \left(a_{j\text{д}} - a_j\right)/a_j = \Delta a_j / a_j ,$$

где $a_{j\text{д}}$ — действительное значение параметра блока, a_j — его номинальное значение.

Согласно методике обработки результатов косвенных измерений, погрешность, вносимая j-м блоком в результат измерения y,

$$\frac{\Delta y_j}{y} = \frac{1}{y}\frac{\partial F}{\partial a_j}\Delta a_j = \frac{1}{y}\frac{\partial F}{\partial a_j}\delta_j a_j .$$

Коэффициент влияния погрешности j-го блока в относительной форме

$$V_j = \frac{\Delta y_j / y}{\delta_j} = \frac{\partial F}{\partial a_j}\frac{a_j}{y} .$$

На практике часто уравнение преобразования имеет вид

$$y = a_1^{S_1} a_2^{S_2} \ldots a_j^{S_j} \ldots a_L^{S_L} x,$$

где S_j — положительные и отрицательные натуральные числа. В этом случае коэффициент влияния j-го блока $V_j = S_j$.

Коэффициенты влияния для аддитивных погрешностей нельзя выразить в виде отклонения от каких-либо номинальных значений. Поэтому они выражаются в обычной форме: $W_i = \partial F / \partial z_i$.

Абсолютная погрешность средства измерений при показании у равна сумме мультипликативной и аддитивной составляющих:

$$\Delta = \Delta_м + \Delta_а = y\sum_{j=1}^{L} V_j\delta_j + \sum_{i=1}^{k} W_i z\ . \qquad (11.12)$$

В данном уравнении все погрешности приведены к выходу СИ.

При расчете погрешность оценивается в требуемых точках интервала показаний. Если же известна точка, где погрешность максимальна, то в некоторых случаях можно ограничиться расчетом погрешности для этой точки. Такой точкой в большинстве случаев является конечное значение диапазона показаний $y_к$, поскольку при этом максимальны мультипликативные составляющие погрешности СИ. Относительная погрешность СИ в этой точке

$$\delta_к = \sum_{j=1}^{L} V_j\delta_j + \frac{1}{y_к}\sum_{i=1}^{k} W_i z_i\ . \qquad (11.13)$$

Все погрешности, входящие в правые части формул (11.12) и (11.13), подразделяются на систематические и случайные. Сумма слагаемых, описывающих систематические составляющие, дает систематическую погрешность СИ, а сумма случайных — случайную погрешность. При суммировании последних необходимо учитывать корреляционные связи. С целью упрощения суммирования целесообразно применять критерий ничтожно малой погрешности. Общие правила суммирования погрешностей рассмотрены в гл. 9.

Дальнейшие действия при расчете погрешностей по формулам (11.12) и (11.13) существенно зависят от того, какая информация о погрешностях структурных элементов средства измерений и влияющих факторах имеется в наличии.

Для расчета предельной случайной погрешности при заданной доверительной вероятности Р необходимо знать закон ее распределения. Как показано выше, случайная погрешность СИ определяется суммой случайных погрешностей его блоков, имеющих различные законы распределения. Следовательно, суммарный закон распределения должен определяться как композиция законов распределения ее составляющих. Здесь подчас возникает масса непреодолимых трудностей. Во-первых, законы распределения составляющих, как правило, неизвестны, поскольку для их определения необходимо проводить трудоемкие исследования. Во-вторых, определение композиции законов распределения нескольких слагаемых является весьма трудной математической задачей. В связи с этим часто предполагают, что суммарная случайная погрешность СИ имеет нормальное распределение.

За предельную оценку случайной составляющей погрешности СИ может быть принята величина $\varepsilon(P) = z_P S_\Sigma$, где z_P— квантильный множитель, соответствующий доверительной вероятности P; S_Σ — оценка СКО суммарной случайной погрешности. Для практики целесообразно использовать значение P = 0,95. Если число слагаемых невелико, то вместо квантильного множителя z_P должен использоваться коэффициент Стьюдента t_P. В общем случае значение СКО суммарной случайной погрешности СИ должно рассчитываться по известным правилам (см. разд. 8.3 и 9.3).

Систематические составляющие погрешности СИ определяются в результате детального анализа процессов, протекающих в каждом из блоков, и, как правило, выражаются допустимыми границами. Считается, что они имеют равномерное распределение. В этом случае суммарную систематическая погрешность

$$\theta_к = k\sqrt{y_к^2\sum_{j=1}^{L}\left(V_j\theta_j\right)^2 + \sum_{i=1}^{k}\left(W_i z_{Ci}\right)^2},$$

где k — коэффициент, определяемый по табл. 8.4 или 8.5; θ_j, z_{ci} — пределы допускаемых систематических погрешностей блоков, образующих мультипликативную и аддитивную составляющие погрешности.

Суммарная погрешность СИ определится по правилам суммирования составляющих, приведенных в разд. 8.3. В общем случае $\Delta_к = k_P[\theta_к + \varepsilon(P)]$. При перечисленных в табл. 8.6 условиях одной из составляющих можно пренебрегать. Коэффициент k_P определяется по табл. 8.7.

На практике погрешности блоков СИ часто задаются допускаемыми границами δ_{ri} и z_{ri}, включающими как систематическую так и случайную составляющие. В этом случае суммарные погрешности блоков целесообразно рассматривать как погрешности, имеющие равномерные распределения в заданных границах, и складывать их статистически. Суммарная погрешность СИ

$$\Delta_к = k\sqrt{y_к^2\sum_{j=1}^{L}\left(V_j\delta_{rj}\right)^2 + \sum_{i=1}^{k}\left(W_i z_{ri}\right)^2} . \qquad (11.14)$$

Вычисления погрешностей проводятся для ряда показаний СИ из возможного диапазона измерений. При этом необходимо сохранять неизменной доверительную вероятность, принятую при проведении расчетов. Значения y, при которых производится расчет погрешностей, определяются исходя из следующих соображений. В пределах диапазона изменения измеряемой величины не более десятикратного изменение результирующей погрешности может быть с достаточной степенью точности представлено прямой линией или простейшей кривой. Это позволит описать результирующую погрешность линейной или простейшей нелинейной двузвенной формулой. Если изменение измеряемой величины превышает десятикратное, то весь диапазон разбивается на участки, где и определяются крайние погрешности. Значение аддитивной составляющей характеризует результирующую погрешность в начале диапазона, а сумма значений аддитивной и мультипликативной составляющих в конце диапазона описывает результирующую погрешность в конце диапазона. Если участков несколько, то суммирование проводится на всех участках, а затем принимается решение о методе описания результирующей погрешности.

7. Производится расчет измерительного канала СИ, уточняется его структурная схема. Это делается при необходимости более полного учета факторов, влияющих на метрологические характеристики средства измерений. Уточнение структурной схемы осуществляется путем введения в нее источников шумов, дрейфов, наводок и т.п. Кроме того, учетиваются неидеальности структурных элементов.

8. На основании проведенного уточнения схемы СИ производится корректировка его ММ или, если это необходимо, построение новой модели.

9. По уточненной модели СИ производится расчет его основной погрешности и необходимых метрологических характеристик.

Приведенный порядок действий может меняться в зависимости от вида СИ. Чем точнее рассчитываемое СИ, тем более сложным будет построение его модели и расчет метрологических характеристик. Значительные сложности могут иметь место при расчете измерительных каналов цифровых СИ, поскольку приходится моделировать процессы дискретизации во времени и квантования по уровню.

Пример 11.6. Проанализируем структурную схему и рассчитаем канал измерительного преобразователя мгновенного значения периодического сигнала в пропорциональное ему постоянное напряжение. Этот преобразователь, дополненный вольтметром постоянного тока, представляет собой прибор для измерения мгновенных значений переменного сигнала. Сфера применения такого преобразователя довольно широка [95].

Преобразователь реализует компенсационный феррометрический метод, суть которого состоит в том, что среднее за период (начиная с момента t_i) значение интеграла от производной периодической (с периодом T) нечетной функции X(t) равно отрицательному мгновенному значению этой функции в момент t_i:

$$\frac{1}{T}\int_{t_i}^{t_i+T}\left[\int_{t_i}^{t_i+t}\frac{dX(t)}{dt}dt\right]dt=\frac{1}{T}\int_{t_i}^{t_i+T}\left[X(t_i+t)-X(t_i)\right]dt=-X(t_i). \quad (11.15)$$

Использование только этой зависимости не дает выигрыша по сравнению с классическим феррометрическим методом [63, 64]. Существенное улучшение метрологических характеристик преобразователя получается, когда в структурную схему, реализующую формулу (11.15), вводится обратная связь. Идеализированная структурная схема такого компенсационного преобразования показана на рис. 11.25. Работой преобразователя управляет устройство управления (УУ), представляющее собой фазовращатель и вырабатывающее управляющие сигналы, которые действуют в течение интервалов времени $\Delta\tau_1 = (t_i+nT;\ t_i+(n+1)T)$ и $\Delta\tau_2 = \Delta\tau_1+\Delta T = (t_i+(n+1)T;\ t+(n+1)T+\Delta T)$, где $\Delta T \leq T$. В интервале $\Delta\tau_3 = (t_i+(n+1)T+\Delta T;\ t_i+(n+2)T)$ все управляющие сигналы не активны. Следовательно, один цикл работы рассматриваемого СИ состоит из трех тактов $\Delta\tau_1$, $\Delta\tau_2$ и $\Delta\tau_3$ и занимает по времени два периода сигнала X(t).

Первичный преобразователь (ПП) преобразует переменный сигнал X(t) в напряжение $u_п(t) = K\,dX(t)/dt$, где $K_п$ — постоянный коэффициент передачи.

Переменное напряжение $u_п$ поступает на вход интегратора И1. Интегрирование производится в течение интервала $\Delta\tau_1$, начиная с момента t_i. Выходной сигнал суммируется с проинтегрированным аналогичным образом выходным сигналом компенсационного преобразователя $u_{n-1}(t)$, полученным на предыдущем (n–1)-м цикле работы. Результирующий сигнал

$$u_c(t) = \frac{1}{T_1}\int_{t_i+nT}^{t+t_i+nT} u_n(t)dt + \frac{1}{T_2}\int_{t_i+nT}^{t+t_i+nT} u_{n-1}(t)dt = \tag{11.16}$$
$$= \frac{K_n}{T_1}\left[X(t+t_i+nT) - X(t_i+nT)\right] + \frac{1}{T_2}\int_{t_i+nT}^{t+t_i+nT} u_{n-1}(t)dt,$$

где $0 \le t \le T$; T_1, T_2 — постоянные времени интеграторов И1 и И2. Интегратор И2 (равно как и интегратор И1) осуществляет интегрирование сигнала в течение первого такта работы $\Delta\tau_1$. Во втором и третьем тактах работы они оба сброшены управляющим сигналом и их выходные сигналы равны нулю. Это также устраняет погрешность, вносимую дрейфом нуля интеграторов.

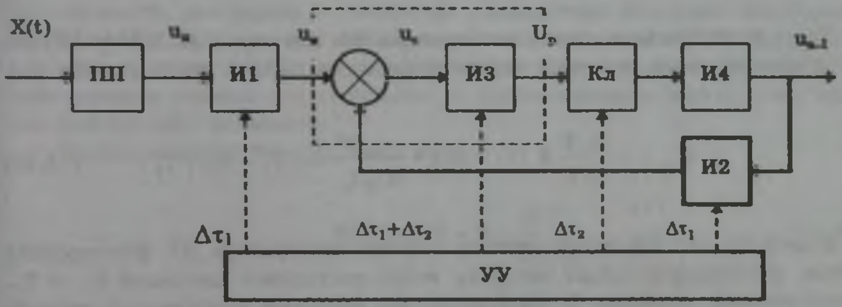


Рис. 11.25. Структурная схема компенсационного преобразователя

Поскольку выходной сигнал данного преобразователя является постоянным (это будет видно из дальнейшего изложения), то при “включении” интегратора И2 в момент t_i+nT сигнал $u_{n-1}(t)$ можно представить в виде

$$u_{n-1}(t)=U_{n-1}1[t-(t_i+nT)], \tag{11.17}$$

где U_{n-1} — значение постоянного напряжения на выходе запоминающего интегратора И4 на предыдущем цикле работы; $1[t-(t_i+nT)]$ — единичная функция. При этом выражение (11.16) с учетом (11.17) запишется в виде

$$u_c(t) = \frac{K_п}{T_1}\left[X\left(t + t_i + nT\right) - X\left(t_i + nT\right)\right] + \frac{U_{n-1}}{T_2}\left[t - \left(t_i + nT\right)\right].$$

Данный сигнал действует на входе интегратора И3 в течение первого такта работы $\Delta\tau_1$. В остальных тактах $\Delta\tau_2$ и $\Delta\tau_3$ он равен нулю. Сам же интегратор И3 находится в активном, интегрирующем режиме весь второй такт $\Delta\tau_2 = \Delta\tau_1 + \Delta T$. Следовательно, после интегрирования сигнала $u_c(t)$ в течение времени ΔT сигнал на его выходе будет постоянен и имеет вид

$$U_p = \frac{K_п}{T_1 T_3}\left[\int\limits_{t_i+nT}^{t_i+(n+1)T} X(t + t_i + nT)\,dt - \int\limits_{t_i+nT}^{t_i+(n+1)T} X(t_i + nT)\,dt\right] + \frac{U_{n-1}}{T_2 T_3}\int\limits_{t_i+nT}^{t_i+(n+1)T} X(t - t_i - nT)\,dt,$$

где T_3 — постоянная времени интегратора И3. Интеграл от $X(t+t_i+nT)$ равен нулю при периодической нечетной функции $X(t)$. С учетом этого

$$U_p = -\frac{K_п T}{T_1 T_3} X\left(t_i + nT\right) + \frac{U_{n-1} T^2}{2 T_2 T_3} = (-S_1 + S_2) / T_3. \qquad (11.18)$$

Из уравнения (11.18) видно, что на выходе интегратора И3 формируется сигнал, пропорциональный разности вольт-секундных площадей S_2 и S_1. Следовательно, сумматор и интегратор И3 образуют вычитающее устройство (на рис. 11.25 обведено штриховой линией), формирующее сигнал рассогласования для цепи внутреннего прямого преобразования. Сигнал U_p действует на выходе интегратора И3 в течение интервала $\Delta\tau_2$. В остальную часть (n+1)-го периода ($\Delta\tau_3$) он сбрасывается управляющим сигналом и его выходное напряжение равно нулю.

Сигнал рассогласования U_p поступает на интегратор И4 в течение второго такта работы $\Delta\tau_2$ через открытый ключ Кл. При условии, что коэффициент передачи ключа равен единице, выходное напряжение преобразователя с учетом (11.18) имеет вид

$$U_n = -\frac{K_п T \Delta T}{T_1 T_3 T_4} X\left(t_i + nT\right) + \frac{\Delta T}{2}\frac{U_{n-1} T^2}{T_2 T_3 T_4} + U_{n-1}.$$

В установившемся режиме $U_{n-1} = U_n$, и, значит, их разность равна нулю. Тогда из последнего уравнения следует, что

$$U_n = U_{n-1} = \frac{2K_n T_2}{TT_1} X(t_i + nT). \qquad (11.19)$$

Таким образом, в установившемся режиме работы выходное напряжение компенсационного преобразователя постоянно и прямо пропорционально мгновенному значению измеряемой физической величины $X(t_i)$. Изменяя с помощью УУ моменты времени t_i, можно проводить преобразование и последующее измерение любого мгновенного значения исследуемого сигнала $X(t)$.

В уравнение преобразования (11.19) входят только параметры блоков (первичного преобразователя и интегратора И1), стоящих в цепи прямого преобразования до контура компенсационного преобразования, а также интегратора И2, стоящего в цепи обратной связи. Следовательно, погрешность преобразования мгновенных значений $X(t_i)$ в постоянное напряжение состоит из погрешности, вносимой первичным преобразователем, и погрешности, связанной с точностью выполнения операций интеграторами И1 и И2. При этом случайная аддитивная погрешность, обусловленная дрейфом нуля на их выходах, практически равна нулю вследствие ключевого режима работы, а погрешность от нестабильности постоянных времени существенно ослаблена.

Запишем уравнение (11.19) в виде

$$X(t_i + nT) = U_n \frac{TT_1}{2K_n T_2}. \qquad (11.20)$$

Уравнение (11.19) или (11.20) является математической моделью рассматриваемого измерительного компенсационного преобразователя. Она описывает во многом идеализированный измерительный канал и не учитывает неидеальности структурных элементов и влияние факторов z_i, которые являются источниками аддитивных погрешностей. В связи с этим суммарная погрешность преобразователя будет содержать только мультипликативные составляющие, обусловленные неточностями задания и нестабильностями периода переменного сигнала T и постоянных времени T_1, T_2, а также неточностью задания коэффициента передачи K_n преобразователя ПП.

Будем считать, что нам известны систематическая и случайная составляющие первой и второй погрешностей и только систематическая составляющая третьей погрешности. В простейшем случае погрешности, вносимые блоками преобразователя, могут быть заданы допускаемыми границами δ_{ri}, включающими как систематическую, так и случайную составляющие и имеющими равномерные распределения. Из уравнений (11.14) и (11.19) легко получить, что абсолютная погрешность преобразования мгновенного значения сигнала X(t) в напряжение $U_п$

$$\Delta = kX(t)\sqrt{(\delta T)^2 + (\delta T_1)^2 + (\delta T_2)^2 + (\delta K_п)^2} ,$$

где δT, δT_1, δT_2, $\delta K_п$ — допускаемые границы погрешностей задания периода измеряемого сигнала X(t), постоянных времени интеграторов И1 и И2, коэффициента преобразования первичного преобразователя соответственно; k — коэффициент, определяемый по табл. 8.4.

Предположим, что в нашем распоряжении имеется более полная информация о погрешностях блоков рассматриваемого измерительного преобразователя, а именно, известны: оценки СКО случайных погрешностей периода переменного сигнала S_T, постоянных времени S_{T1} и S_{T2}, а также пределы (границы) систематических погрешностей периода θ_T, постоянных времени θ_{T1}, θ_{T2} и коэффициента передачи первичного преобразователя $\theta_{Kп}$.

При реализации структурной схемы (см. рис. 11.25) интеграторы И1, И2 и сумматор выполняются в виде интегратора-сумматора на одном операционном усилителе. В связи с этим резистивные и емкостный элементы, определяющие значения постоянных времени T_1 и T_2, располагаются в пространстве рядом и подвержены практически одинаковым возмущающим воздействиям, обуславливающим случайную погрешность. Все это приводит к тому, что случайные погрешности обеих постоянных времени сильно коррелированы (коэффициент корреляции близок к единице) и должны складываться по формуле (9.12), т.е. $S_{T12} = S_{T1} + S_{T2}$.

Случайные погрешности задания периода переменного сигнала и постоянных времени никак не связаны между собой (коэффициент корреляции близок к нулю) и, следовательно, должны складываться геометрически в соответствии с формулой (9.13):

$$S_\Sigma = \sqrt{S_T^2 + S_{T12}^2} = \sqrt{S_T^2 + (S_{T1} + S_{T2})^2} .$$

Доверительный интервал суммарной случайной составляющей погрешности

$$\varepsilon(P) = z_P S_\Sigma = z_P\sqrt{S_T^2 + (S_{T1} + S_{T2})^2} ,$$

где z_P — квантильный множитель суммарного закона распределения случайной погрешности, соответствующий доверительной вероятности P. Для расчета его значения могут быть использованы формулы, приведенные в разд. 9.1.

Суммарная систематическая погрешность измерительного преобразователя при $X(t)=X(t_k)$ имеет вид:

$$\theta_k = kX(t_k)\sqrt{\theta_T^2 + \theta_{T1}^2 + \theta_{T2}^2 + \theta_{Kп}^2}\,.$$

Множитель k зависит от принятой доверительной вероятности, соотношения между слагаемым и определяется по табл. 8.4.

Суммарная погрешность измерительного преобразователя

$$\Delta[X(t_k)] = k_P[\varepsilon(P) + \theta_k] = k_P\left[z_P S_\Sigma + kX(t_k)\sqrt{\theta_T^2 + \theta_{T1}^2 + \theta_{T2}^2 + \theta_{Kп}^2}\right] =$$

$$= k_P\left[z_P\sqrt{S_T^2 + (S_{T1}^2 + S_{T2}^2)^2} + kX(t_k)\sqrt{\theta_T^2 + \theta_{T1}^2 + \theta_{T2}^2 + \theta_{Kп}^2}\right].$$

Коэффициент k_P зависит от соотношения суммируемых случайной и систематической составляющих и определяется по табл. 8.7.

Контрольные вопросы

1. Что такое средство измерений?
2. Назовите статические характеристики и параметры средств измерений.
3. Что такое функция преобразования средства измерений? Какие виды функций преобразования используются в метрологии?
4. Назовите динамические характеристики и параметры средств измерений.
5. Что такое полоса пропускания средства измерений и как она связана с амплитудно-частотной характеристикой?
6. Каким образом классифицируются средства измерений?
7. Какие средства измерений относятся к элементарным? Какие функции они выполняют? Почему они называются элементарными?
8. Какие типы измерительных преобразователей вы знаете? Для чего предназначены аналого-цифровой и цифро-аналоговый преобразователи?
9. Из чего состоит аналоговый измерительный прибор? Как устроены применяемые в них отсчетные устройства?
10. Из каких структурных элементов состоит цифровой измерительный прибор? Чем он отличается от аналогового измерительного прибора?
11. Что такое измерительно-вычислительные комплексы? Как они устроены?

12. Для чего необходимо моделировать средства измерений? Что такое математическая модель средства измерений? Какие величины она связывает между собой?

13. Дайте определение следующим понятиям: измерительная цепь, измерительный канал, структурный элемент и структурная схема.

14. Приведите примеры известных вам структурных элементов. Запишите их уравнения преобразования.

15. Перечислите этапы расчета измерительных каналов средств измерений.

Глава 12. МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ И ИХ НОРМИРОВАНИЕ

12.1. Принципы выбора и нормирования метрологических характеристик средств измерений

При использовании СИ принципиально важно знать степень соответствия информации о измеряемой величине, содержащейся в выходном сигнале, ее истинному значению. С этой целью для каждого СИ вводятся и нормируются определенные метрологические характеристики (МХ). *Метрологические характеристики* — это характеристики свойств средства измерений, оказывающие влияние на результат измерения и его погрешности. Характеристики, устанавливаемые нормативно-техническими документами, называются *нормируемыми*, а определяемые экспериментально — *действительными*. Номенклатура МХ, правила выбора комплексов нормируемых МХ для средств измерений и способы их нормирования определяются стандартом ГОСТ 8.009–84 "ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений". Подробные комментарии к этому документу приведены в [58].

Метрологические характеристики СИ позволяют:

• определять результаты измерений и рассчитывать оценки характеристик инструментальной составляющей погрешности измерения в реальных условиях применения СИ;

• рассчитывать МХ каналов измерительных систем, состоящих из ряда средств измерений с известными МХ;

• производить оптимальный выбор СИ, обеспечивающих требуемое качество измерений при известных условиях их применения;

• сравнивать СИ различных типов с учетом условий применения.

При разработке принципов выбора и нормирования средств измерений необходимо придерживаться ряда положений, изложенных ниже.

1. Основным условием возможности решения всех перечисленных задач является наличие однозначной связи между нормированными МХ и инструментальными погрешностями. Эта связь ус-

танавливается посредством математической модели инструментальной составляющей погрешности, в которой нормируемые МХ должны быть аргументами. При этом важно, чтобы номенклатура МХ и способы их выражения были оптимальны. Опыт эксплуатации различных СИ показывает, что целесообразно нормировать комплекс МХ, который, с одной стороны, не должен быть очень большим, а с другой — каждая нормируемая МХ должна отражать конкретные свойства СИ и при необходимости может быть проконтролирована.

2. Нормирование МХ средств измерений должно производиться исходя из единых теоретических предпосылок. Это связано с тем, что в измерительных процессах могут участвовать СИ, построенные на различных принципах.

3. Нормируемые МХ должны быть выражены в такой форме, чтобы с их помощью можно было обоснованно решать практически любые измерительные задачи и одновременно достаточно просто проводить контроль СИ на соответствие этим характеристикам.

4. Нормируемые МХ должны обеспечивать возможность статистического объединения, суммирования составляющих инструментальной погрешности измерений. В общем случае она может быть определена как сумма (объединение) следующих составляющих погрешности:

- $\Delta_0(t)$, обусловленной отличием действительной функции преобразования в нормальных условиях от номинальной, приписанной соответствующими документами данному типу СИ. Эта погрешность называется *основной;*
- Δ_{cj}, обусловленной реакцией СИ на изменение внешних влияющих величин и неинформативных параметров входного сигнала относительно их номинальных значений. Эта погрешность называется *дополнительной;*
- Δ_{dyn}, обусловленной реакцией СИ на скорость (частоту) изменения входного сигнала. Эта составляющая, называемая *динамической* погрешностью, зависит и от динамических свойств средств измерений, и от частотного спектра входного сигнала;
- Δ_{int}, обусловленной взаимодействием СИ с объектом измерений или с другими СИ, включенным последовательно с ним в измерительную систему. Эта погрешность зависит от характеристик и параметров входной цепи СИ и выходной цепи объекта измерений.

Таким образом, инструментальную составляющую погрешности СИ можно представить в виде

$$\Delta = \Delta_{0}(t) * \sum_{j=1}^{L} \Delta_{cj} * \Delta_{dyn} * \Delta_{int},$$

где * — символ статистического объединения составляющих.

Первые две составляющие представляют собой статическую погрешность СИ, а третья — динамическую. Из них только основная погрешность определяется свойствами СИ. Дополнительная и динамическая погрешности зависят как от свойств самого СИ, так и от некоторых других причин (внешних условий, параметров измерительного сигнала и др.).

Требования к универсальности и простоте статистического объединения составляющих инструментальной погрешности обуславливают необходимость их статистической независимости — некоррелированности. Однако предположение о независимости этих составляющих не всегда верно.

Выделение динамической погрешности СИ как суммируемой составляющей допустимо только в частном, но весьма распространенном случае, когда СИ можно считать линейным динамическим звеном и когда погрешность является весьма малой величиной по сравнению с выходным сигналом. Динамическое звено считается линейным, если оно описывается линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Для СИ, являющихся существенно нелинейными звеньями, выделение в отдельно суммируемые составляющие статической и динамической погрешностей недопустимо.

5. Нормируемые МХ должны быть инвариантны к условиям применения и режиму работы СИ и отражать только его свойства. Выбор МХ необходимо осуществлять так, чтобы пользователь имел возможность рассчитывать по ним характеристики СИ в реальных условиях эксплуатации.

6. Нормируемые МХ, приводимые в нормативно-технической документации, отражают свойства не отдельно взятого экземпляра СИ, а всей совокупности СИ данного типа, т.е. являются номинальными. Под типом понимается совокупность СИ, имеющих одинаковое назначение, схему и конструкцию и удовлетворяющих одним и тем же требованиям, регламентированным в технических условиях. Метрологические характеристики отдельного СИ данного типа могут быть любыми в пределах области значений номинальных МХ. Отсюда следует, что МХ средства измерений данного

типа должна описываться как нестационарный случайный процесс. Математически строгий учет данного обстоятельства требует нормирования не только пределов МХ как случайных величин, но и их временной зависимости (т.е. автокорреляционных функций). Это приведет к чрезвычайно сложной системе нормирования и практической невозможности контроля МХ, поскольку при этом он должен был бы осуществляться в строго определенные промежутки времени. Вследствие этого принята упрощенная система нормирования, предусматривающая разумный компромисс между математической строгостью и необходимой практической простотой. В принятой системе низкочастотные изменения случайных составляющих погрешности, период которых соизмерим с длительностью межповерочного интервала, при нормировании МХ не учитываются. Они определяют показатели надежности СИ, обуславливают выбор рациональных межповерочных интервалов и других аналогичных характеристик. Высокочастотные изменения случайных составляющих погрешности, интервалы корреляции которых соизмеримы с длительностью процесса измерения, необходимо учитывать путем нормирования, например, их автокорреляционых функций.

Перечень нормируемых МХ делится на шесть основных групп (рис.12.1), которые и рассматриваются далее.

12.2. Метрологические характеристики, предназначенные для определения результатов измерений

Функция преобразования F(X). Данная функции нормируется для измерительных преобразователей и приборов с неименованной шкалой или со шкалой, отградуированной в единицах, отличных от единиц входной величины. Она задается в виде формулы, таблицы или графика и используется для определения значений измеряемой величины X в рабочих условиях применения СИ по известному значению информативного параметра его выходного сигнала: $X = F^{-1}(Y)$, где F^{-1} — функция, обратная функции преобразования; Y — показания средства измерений;

Для стандартизованных СИ серийного производства нормируют номинальную функцию преобразования. Для приборов мелкосерийного производства нормируют индивидуальные функции преобра-

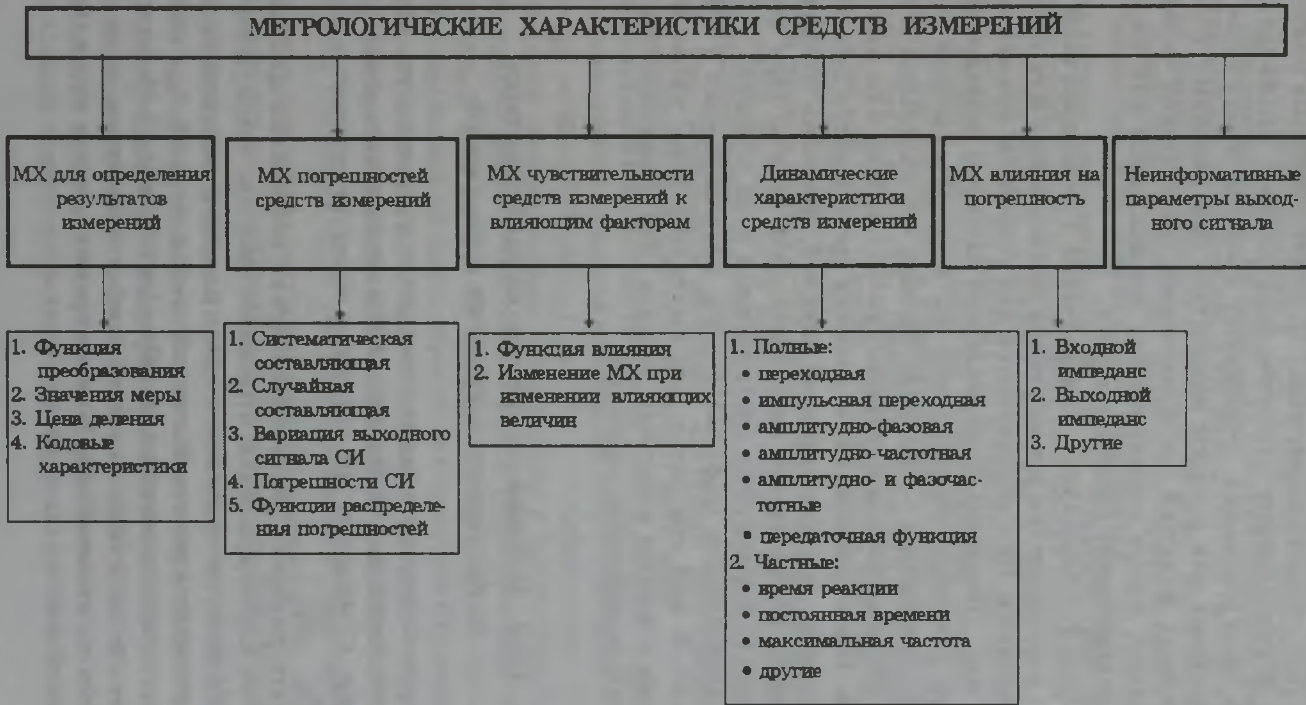


Рис.12.1. Номенклатура метрологических характеристик СИ

зования. Для стандартизованных СИ, конструктивные особенности которых обуславливают существенный разброс индивидуальных функций преобразования, нормируют пределы (граничные значения), в которых они должны находиться при заданных условиях. Для линейных функций преобразования, проходящих через начало координат, может нормироваться номинальный или индивидуальный коэффициент преобразования.

Значение Y однозначной или значение Y_i многозначной меры. Для этих характеристик нормируются номинальные или индивидуальные значения. Они используются для устройств, применяемых в качестве мер. Например, у нормального элемента нормируется номинальное значение генерируемой им электродвижущей силы, у кварцевого генератора — значение частоты его колебаний и т.д.

Цена деления шкалы измерительного прибора или многозначной меры. Нормирование цены деления производится для показывающих приборов с равномерной шкалой, функция преобразования которых отображается на именованной шкале. При неравномерной шкале нормируется минимальная цена деления.

Характеристики цифрового кода, используемого в СИ и их элементах. К ним относятся: вид выходного кода, число его разрядов, цена единицы младшего разряда. Эти характеристики нормируются для цифровых приборов.

12.3. Метрологические характеристики погрешностей средств измерений

Эта группа характеристик описывает погрешности, обусловленные собственными свойствами СИ в нормальных условиях эксплуатации. Суммарное их значение образует основную погрешность СИ.

Характеристики систематической составляющей погрешности. Эти характеристики отражают свойства совокупности СИ данного типа (а не отдельного экземпляра) и описываются либо только значением систематической составляющей Δ_{0S}, либо им, его математическим ожиданием $M[\Delta_{0S}]$ и СКО $\sigma[\Delta_{0S}]$. Нормировать последние две величины целесообразно в том случае, если можно пренебречь их изменениями как во времени, так и под влиянием других величин.

Подход к определению систематической составляющей погрешности, регламентированный ГОСТ 8.009–84, несколько отличается от общепринятого. Обычно под систематической погрешностью понимают постоянную или закономерно изменяющуюся детерминированную (неслучайную) величину. Если же из физических соображений ясно, что некоторая составляющая погрешности постоянна или закономерно изменяется, т.е. по определению является систематической, но ее значение неизвестно, а известны лишь пределы, в которых она может находится, то учитывать эту погрешность можно лишь как случайную величину, каким-то образом распределенную в заданных пределах. Природа "случайности" обусловлена не объективными причинами формирования погрешности, а ограниченностью наших знаний и технических возможностей. Поэтому принципы нормирования систематической погрешности должны быть такими же, как и для случайной погрешности.

Такой подход объясняется еще и тем, что характеристики систематической погрешности нормируются для большой совокупности СИ данного типа. При этом погрешности каждого конкретного прибора уже объективно являются частными реализациями случайно распределенной (по экземплярам) величины.

Характеристики систематической составляющей нормируются путем установления пределов допускаемой систематической погрешности $\Delta_{0SP} = M[\Delta_{0S}]+K_P\sigma[\Delta_{0S}]$, где K_P — коэффициент, определяемый законом распределения погрешности и принятым значением доверительной вероятности. Могут также нормироваться МО $M[\Delta_{0S}]$ и СКО $\sigma[\Delta_{0S}]$. Эти величины характеризуют разброс систематической составляющей по совокупности экземпляров СИ данного типа и при необходимости позволяют приближенно учесть его.

Характеристики случайной составляющей погрешности. Под *случайной составляющей инструментальной погрешности* $\overset{\circ}{\Delta}_0$ понимается случайная составляющая погрешности СИ, обусловленная только его собственными свойствами. Она представляет собой центрированный случайный процесс и описывается либо СКО $\sigma[\overset{\circ}{\Delta}_0]$, либо СКО совместно с нормализованной автокорреляционной функцией $r_\Delta(\tau)$ или функцией спектральной плотности $S(\omega)$.

Характеристики случайной составляющей нормируются путем установления предела допускаемого СКО. Возможно нормирование номинальной нормализованной автокорреляционной функции или номинальной функции спектральной плотности, а также пределов их отклонения от номинальных.

Характеристика случайной составляющей погрешности от гистерезиса. Эта характеристика называется вариацией выходного сигнала СИ. Она представляет собой основание закона распределения случайной составляющей погрешности от гистерезиса. Под *случайной составляющей погрешности от гистерезиса* $\dot{\Delta}_{0H}$ понимается случайная составляющая погрешности СИ, обусловленная отличием показаний данного экземпляра измерительного прибора от информативного параметра входного сигнала при различных скорости и направлении его изменения.

Характеристика случайной составляющей погрешности от гистерезиса нормируется путем установления предела H_{0P} допускаемой вариации выходного сигнала (показания) СИ.

Выбор перечисленных МХ основной погрешности в качестве нормируемых сделан [7, 58] на основе математической модели, в которой основная погрешность СИ рассматривается как нестационарный случайный процесс $\Delta_0(t)$:

$$\Delta_0(t) = \Delta_{0S}(t) + \dot{\Delta}_0(t) + \mathring{\Delta}_{0q} . \qquad (12.1)$$

Физический смысл величин, входящих в формулу, следующий. Систематическая составляющая $\Delta_{0S}(t)$ включает в себя постоянные и настолько медленно (в том числе и случайно) изменяющиеся во времени погрешности, что их изменением за время проведения измерений можно пренебречь. Частотный спектр погрешности $\Delta_{0S}(t)$ лежит в инфранизкочастотной области. Она описывается МО $M[\Delta_{0S}]$, СКО $\sigma[\Delta_{0S}]$ и пределом допускаемых значений Δ_{0SP}. В этих характеристиках не отражена нестационарность погрешности СИ, которая отнесена к систематической составляющей. При необходимости характеристики $M[\Delta_{0S}]$ и $\sigma[\Delta_{0S}]$ могут выражаться как функции времени, однако такое представление нецелесообразно в большинстве случаев, так как привело бы к практически не реализуемым методам испытаний.

Составляющая $\dot{\Delta}_{0q}$ является центрированной случайной величиной, и ее параметры неизменны во времени. Она включает в себя составляющие случайной погрешности, не вошедшие в $\Delta_{0S}(t)$ и $\dot{\Delta}_0(t)$, например погрешность квантования.

Случайный стационарный эргодический процесс $\overset{\circ}{\Delta}_0(t)$ описывает временные изменения погрешности СИ, которые группируются вокруг $\Delta_{0S}(t)$. Погрешность $\overset{\circ}{\Delta}_0(t)$, как правило, имеет широкий и неравномерный частотный спектр, в котором целесообразно выделить две типичные составляющие:

$\overset{\circ}{\Delta}_{0H}(t)$ — высокочастотную, имеющую такой спектр, что ее интервал корреляции заведомо меньше времени отдельного измерения;

$\overset{\circ}{\Delta}_{0L}(t)$ — низкочастотную, имеющую спектр, лежащий между спектрами составляющих $\overset{\circ}{\Delta}_{0H}(t)$ и $\Delta_{0S}(t)$.

Удобство такого разделения погрешности $\overset{\circ}{\Delta}_0(t)$ обусловлено тем, что при оценке характеристик инструментальных составляющих в общем случае необходимо знать автокорреляционную функцию основной погрешности СИ. Очевидно, что подход к определению автокорреляционных функций разных составляющих уравнения (12.1) должен быть различным. Реализации погрешностей $\overset{\circ}{\Delta}_{0H}(t)$ и $\overset{\circ}{\Delta}_{0q}(t)$ для отдельных измерений всегда некоррелированы, и для них находить автокорреляционные функции не нужно, достаточно определить дисперсию. Аналогично нет необходимости вычислять автокорреляционную функцию систематической составляющей $\Delta_{0S}(t)$, поскольку она практически постоянна в течение измерений. Для составляющей $\overset{\circ}{\Delta}_{0L}(t)$ следует определять автокорреляционную функцию.

Учитывая все сказанное выше, уравнение (12.1) можно записать в виде:

$$\Delta_0(t) = \Delta_{0S} + \overset{\circ}{\Delta}_{0L}(t) + [\overset{\circ}{\Delta}_{0q}(t) + \overset{\circ}{\Delta}_{0H}(t)] = \Delta_{0S} + \overset{\circ}{\Delta}_{0L}(t) + \overset{\circ}{\Delta}_0 \,. \quad (12.2)$$

Данная модель включает: Δ_{0S} — систематическую погрешность, представляющую собой настолько медленно изменяющийся случайный процесс, что в течение продолжительности обычных измерений ее можно считать постоянной. Она описывается пределом допускаемых значений Δ_{0SP}; $\overset{\circ}{\Delta}_{0L}(t)$ коррелированную случайную погрешность, которая описывается автокорреляционной функцией $R_\Delta(\tau)$ или спектральной плотностью $S(\omega)$. Вместо $R_\Delta(\tau)$ могут нормироваться нормализованная автокорреляционная функция $r(\tau)$ и СКО

$\sigma[\overset{\circ}{\Delta}_{0L}(t)]$; $\overset{\circ}{\Delta}_0$ — некоррелированную случайную погрешность, которая описывается дисперсией $D[\overset{\circ}{\Delta}_0] = \sigma^2[\overset{\circ}{\Delta}_0]$.

В рассмотренной модели инструментальной погрешности не учтены гистерезисные явления, вызывающие вариацию показаний. При их учете основная погрешность должна быть записана в виде

$$\Delta_0(t) = \Delta_{0S} + \overset{\circ}{\Delta}_{0L}(t) + \overset{\circ}{\Delta}_0 + \overset{\circ}{\Delta}_{0H}, \qquad (12.3)$$

где Δ_{0H} — случайная составляющая, обусловленная гистерезисом и аналогичными явлениями и подчиняющаяся равномерному закону распределения в пределах некоторого интервала, называемого вариацией. Для этой погрешности нормируется вариация H_{0P}. Уравнение (12.3) представляет собой окончательную математическую модель основной погрешности средства измерений.

ГОСТ 8.009–84 допускает при малой случайной погрешности производить нормирование составляющих не отдельно, а в целом погрешности СИ, включая случайную составляющую от гистерезиса.

Если известны нормированные значения характеристик составляющих инструментальной погрешности $M[\Delta_{0S}]$, $\sigma[\Delta_{0S}]$, $\sigma[\overset{\circ}{\Delta}_0]$ и H_{0P}, то пределы, в которых с заданной вероятностью лежит основная погрешность любого экземпляра СИ данного типа, определяется формулой

$$\Delta_0 = M[\Delta_{0S}] \pm k\sqrt{\sigma^2[\Delta_{0S}] + \sigma^2[\overset{\circ}{\Delta}_0] + \sigma^2[\Delta_{0H}]},$$

где k — коэффициент, значение которого зависит от доверительной вероятности. При $0{,}8<P<1$ он может быть рассчитан по формуле $k = 5(P-0{,}5)$. Более точные значения коэффициента приведены в руководящем нормативном документе РД 50-453–84. Дисперсия вариации $\sigma^2[\Delta_{0H}] = H_{0P}^2/12$, так как случайная погрешность от гистерезиса имеет равномерный закон распределения в пределах от 0 до H_{0P}.

Если нормированные значения $M[\Delta_{0S}]$ и $\sigma[\Delta_{0S}]$ не заданы, а известно нормированное значение Δ_{0SP}, то основная погрешность

$$\Delta_0 = \pm k\sqrt{\Delta_{0SP}^2/3 + \sigma^2[\Delta_0] + H_{0P}^2/12}.$$

Здесь учтено, что систематическая составляющая погрешности распределена по равномерному закону в пределах $\pm\Delta_{0SP}$.

Использование первой формулы дает более точный результат по сравнению со второй формулой за счет более полного учета статистических свойств систематической составляющей погрешности. Это обуславливается тем, что использование $M[\Delta_{0S}]$ и $\sigma[\Delta_{0S}]$ для расчета не требует знания закона распределения систематической погрешности. При использовании же для расчета величины Δ_{0SP} желательно знать закон ее распределения, однако он, как правило, не известен, вследствие чего приходится считать его равномерным. Это и приводит к завышенным расчетным оценкам интервалов для основной погрешности.

12.4. Характеристики чувствительности средств измерений к влияющим величинам. Неинформативные параметры выходного сигнала

Влияние, оказываемое внешними факторами, описывается при помощи следующих характеристик.

Функция влияния $\Psi(\xi)$ — это зависимость изменения МХ средства измерений от изменения влияющей величины или их совокупности в рабочих условиях применения СИ. Использование функций влияния позволяет определить не предельно возможные значения погрешности, практически не встречающиеся при исправных СИ, а их статистические оценки. Нормирование функции производится путем установления ее номинального значения и пределов допустимых отклонений от него. Возможно нормирование граничных, верхней и нижней функций влияния.

Изменения значений метрологических характеристик СИ, вызванные изменениями влияющих величин в установленных пределах, $\varepsilon(\xi)$ — это разность (без учета знака) между МХ, соответствующей некоторому заданному значению влияющей величины ξ в пределах рабочих условий применения СИ, и данной МХ, соответствующей нормальному значению влияющей величины. Эти изменения нормируются путем установления пределов допускаемых изменений характеристики при изменении влияющей величины в заданных пределах.

Дополнительная погрешность СИ вызывается изменениями влияющих величин относительно своих нормальных значений и, следовательно, является их функцией. Для различных экземпляров СИ одного типа могут значительно меняться как вид функции, так и ее параметры. Однако для всех СИ того или иного типа эти функции должны быть подобны, а их параметры близки. Поэтому в качестве основной характеристики дополнительной погрешности принята некоторая средняя (номинальная) для данного типа функция зависимости погрешности от изменения влияющих величин.

Функции влияния могут нормироваться как отдельно для каждой влияющей величины, так и для определенной их совокупности. Нормирование совместных функций целесообразно и необходимо в тех случаях, когда существенны эффекты взаимовлияния величины на характеристики погрешностей.

Влияющие величины могут вызывать изменения не только погрешности, но и других МХ средства измерений. Поэтому для таких случаев целесообразно предусмотреть нормирование соответствующих функций влияния.

Функция $\Psi(\xi)$ устанавливает связь между статистическими характеристиками дополнительной погрешности Δ_c СИ и изменением влияющей величины: $\Delta\xi = \xi - \xi_0$, где ξ и ξ_0 — текущее значение влияющей величины в реальных условиях применения СИ и ее нормированное значение соответственно. Математическое ожидание (систематическая составляющая) и СКО дополнительной погрешности имеют вид: $M[\Delta_c] = \Psi_{\Delta s}(\xi)$; $\sigma[\Delta_c] = \Psi_\sigma(\xi)$, где $\Psi_{\Delta s}(\xi)$ и $\Psi_\sigma(\xi)$ — функции влияния величины ξ на систематическую погрешность и СКО случайной погрешности СИ. При необходимости функция влияния на вариацию нормируется отдельно. В этом случае характеристики погрешности конкретного СИ выражаются следующим образом (для простоты считается, что вариация равна нулю):

$$M[\Delta] = \Delta_{0S} + \Psi_{\Delta s}(\xi); \quad \sigma[\Delta] = \sigma[\overset{\circ}{\Delta}_0] + \Psi_\sigma(\xi).$$

Данные формулы справедливы в том случае, когда изменения влияющих величин $\Delta\xi$ являются известными детерминированными функциями. Если же $\Delta\xi$ учитываются как случайные величины или функции, обладающие своими математическими ожиданиями и дисперсиями, то последние формулы должны быть записаны в виде

$$M[\Delta] = \Delta_{0S} + M[\Psi_{\Delta s}(\xi)]; \quad \sigma[\Delta] = \sqrt{[\sigma[\overset{\circ}{\Delta}_0] + \Psi_\sigma(\xi)]^2 + D[\Psi_{\Delta s}(\xi)]}.$$

Это особенно важно для функции влияния $\Psi_{\Delta s}(\xi)$, поскольку влияющие величины обычно вызывают значительные изменения именно систематической погрешности. В данном случае функция влияния $\Psi_{\Delta s}(\xi)$ характеризуется своим математическим ожиданием $M[\Psi_{\Delta s}(\xi)]$ и дисперсией $D[\Psi_{\Delta s}(\xi)]$.

Учет влияния случайного разброса величин $\Delta\xi$ на дисперсию или СКО, путем введения соответствующих функций $\Psi_D(\xi)$ и $\Psi_\sigma(\xi)$, привел бы к тому, что их необходимо было бы учитывать как случайные величины. И поэтому сама случайная погрешность СИ должна была бы рассматриваться как случайная функция с очень сложным видом нестационарности. Все это привело бы к практически непреодолимым трудностям при оценке погрешностей. В то же время значения $\Delta\xi$ влияют на характеристики случайной погрешности значительно меньше, чем на систематическую погрешность. Этот дает основание пренебречь влиянием разброса величин $\Delta\xi$ на дисперсию случайной погрешности и рассматривать функции влияния $\Psi_D(\xi)$ и $\Psi\sigma(\xi)$ как детерминированные. При проведении расчетов рекомендуется учитывать только те значения аргументов $\Delta\xi$, при которых данные функции влияния имеют максимальные значения — $\Psi_\sigma(\xi)_{max}$.

Для функции влияния нормируются ее вид и параметры. Характеристики аргумента $\Delta\xi$ при расчетах определяются исходя из реальных условий эксплуатации СИ. При этом знания только предельных значений $\Delta\xi$ недостаточно. Необходимо иметь информацию как о центре группирования, так и о степени ее разброса.

Функции влияния могут иметь самый разный вид. В простейшем случае они являются линейными: $\Psi_{\Delta s}(\xi) = A\,\Delta\xi$, где A — постоянная величина. В этом случае $M[\Psi_{\Delta s}(\xi)] = AM[\Delta\xi]$; $D[\Psi_{\Delta s}(\xi)] = A^2 D[\Delta\xi]$, где $M[\Delta\xi]$ и $D[\Delta\xi]$ — математическое ожидание и дисперсия величины $\Delta\xi$ соответственно.

Наиболее просто дополнительные погрешности рассчитываются для СИ, у которых функции влияния различных внешних величин (температуры, влажности, напряжения питания и т.д.) взаимно независимы. На практике возможны ситуации, когда имеет место взаимная зависимость функций влияния нескольких величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_L$. В этом случае нормируют функцию совместного влияния $\Psi(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_L)$, которая и используется при расчетах дополнительной погрешности.

Неинформативные параметры выходного сигнала (см. рис. 12.1) являются одним из видов влияющих величин и определяют допустимую область значений тех параметров выходного сигнала, которые не содержат непосредственной информации о значении измеряемой величины. Однако они определяют возможность нормальной работы СИ.

Неинформативные параметры выходного сигнала СИ нормируют путем установления номинальных значений и пределов допускаемых отклонений от них.

12.5. Нормирование динамических характеристик средств измерений

В состав нормальных условий, при которых определяется основная погрешность, входит определенный частотный спектр входного сигнала или конкретная функция спектральной плотности. Для СИ, частотный диапазон которого охватывает нулевую частоту, основная погрешность, как правило, определяется при неизменном во времени входном сигнале. Такая погрешность является статической. Если информативный параметр входного сигнала изменяется во времени в заданной полосе частот, то в качестве частотного спектра нередко принимают определенную частоту из этой полосы. Найденная при этом основная погрешность будет квазистатической.

Любое отличие частотного спектра входного сигнала от принятого вызывает динамическую погрешность. Выделение этих погрешностей практически целесообразно тогда, когда изменение частотного спектра входного сигнала СИ приводит к существенному изменению точности. Это означает, что для одного и того же СИ при каком-либо одном частотном спектре входного сигнала нужно учитывать динамическую погрешность, а при другом в этом нет необходимости.

Решение вопроса о том, учитывать погрешность как статическую (квазистатическую) или как динамическую, зависит не только от частотного спектра входного сигнала. Важным фактором является также соотношение между отличием частотного спектра от нормального и инерционностью СИ. Именно это соотношение определяет уровень динамической погрешности по отношению к статической.

Для описания динамических погрешностей используются следующие характеристики:

1. *Полная динамическая характеристика аналоговых СИ, в качестве которой используют одну из характеристик: переходную, импульсную переходную, амплитудно-фазовую, амплитудно-частотную, совокупность амплитудно-частотной и фазочастотной, передаточную функцию.* Все они подробно рассмотрены в разд. 11.3.

Полную динамическую характеристику нормируют путем установления номинальной и пределов допускаемых отклонений от нее. Нормировать следует такую характеристику, которая может быть относительно просто определена экспериментально.

2. *Частные динамические характеристики аналоговых СИ, которые можно использовать как линейные.* К ним относятся время реакции, коэффициент демпфирования, постоянная времени и др.

3. *Частные динамические характеристики АЦП и цифровых измерительных приборов,* время реакции которых не превышает интервала между двумя измерениями, соответствующего максимальной частоте (скорости) измерений, а также ЦАП. К ним относятся время реакции, погрешность датирования отсчета, максимальная частота измерений и др. Под частной динамической характеристикой СИ понимается функционал или параметр полной динамической характеристики.

4. *Динамические характеристики аналого-цифровых СИ, время реакции которых больше интервала между двумя измерениями, соответствующего максимально возможной для данного типа средств измерений частоте (скорости) измерений.* К ним относятся полные динамические характеристики эквивалентной аналоговой части аналого-цифровых СИ, погрешность датирования отсчета, максимальная частота (скорость) измерений и др.

Под *временем реакции* понимается:

- для показывающего измерительного прибора — время установления показаний;
- для ЦАП или многозначной управляемой меры — время, прошедшее с момента подачи управляющего сигнала до момента, начиная с которого выходной сигнал преобразователя или меры отличается от установившегося значения не более, чем на заданное значение;
- для АЦП и цифрового измерительного прибора — время, прошедшее с момента скачкообразного изменения измеряемой величины в сторону возрастания и одновременной подачи сигнала запуска до момента, начиная с которого показания цифрового прибора или выходной код АЦП отличаются от установившего показания или

значения выходного кода на величину, не превышающую заданное значение.

Погрешностью датирования отсчета АЦП или цифрового измерительного прибора называется случайная величина — интервал времени, начинающийся в момент начала цикла преобразования (запуска) АЦП или прибора и заканчивающийся в момент, когда значения изменяющихся измеряемой величины и выходного цифрового сигнала на данном цикле преобразования оказались равны. При этом значения выходного цифрового сигнала АЦП и показания цифрового измерительного прибора выражены в единицах измеряемой величины. Эта погрешность обусловлена наличием времени задержки запуска АЦП, временем автоматического определения полярности измеряемого сигнала, временем выбора пределов измерения, временем преобразования и т.п. При измерении (преобразовании) постоянной во времени величины погрешность датирования отсчета равна нулю.

В отличие от полных частные характеристики не позволяют вычислить динамическую составляющую погрешности измерений. Используя их, можно лишь приближенно сопоставить свойства СИ с условиями измерений.

Частные динамические характеристики нормируют путем установления номинальных характеристик и пределов допускаемых отклонений от них.

Для ЦАП и многозначных мер может нормироваться переходная характеристика или время реакции, поскольку при использовании таких СИ обычно необходимо знать, через какое время после подачи сигнала управления можно считывать установившееся значение выходной величины.

Особую группу СИ составляют АЦП, у которых выходной сигнал изменяется дискретно в соответствии с управляющей частотой дискретизации. Как правило, в этих устройствах все переходные процессы и процесс преобразования заканчиваются за время, которое меньше минимального интервала дискретизации. Поэтому для них часто достаточно нормировать время реакции. При длительных переходных процессах во входных цепях, когда время реакции АЦП больше минимального интервала между двумя измерениями, целесообразно нормировать динамические характеристики только аналоговой части АЦП, т.е. такие же, как для аналоговых СИ.

Пример 12.1. Для средств измерений температуры характерным динамическим свойством является тепловая инерция, поэтому большинство из них представляют собой динамические звенья первого порядка. Их динамические МХ нормируются путем указания номинальных переходной и импульсной переходной функций и допустимых отклонений от них.

Номинальные функции могут задаваться аналитическими выражениями

$$h_н(t) = K_н(1 - e^{-t/T}); \quad g_н(t) = \frac{K_н}{T} e^{-t/T},$$

где $K_н$ — номинальный статический коэффициент преобразования. Однако ввиду сложности подбора аналитического выражения чаще их задают графически, как показано на рис. 12.2. Допустимые от номинальных функций отклонения могут быть представлены различными способами:

- заданием аналитических выражений, описывающих верхнюю ($h_{нmax}(t)$ и $g_{нmax}(t)$ на рис. 12.2) и нижнюю ($h_{нmin}(t)$ и $g_{нmin}(t)$ на рис. 12.2) допустимые границы для значений нормируемой функции. Если вид временной зависимости, описывающей границы значений нормируемой функции, отличается от нее самой только значениями коэффициента $K_н$, то могут нормироваться допустимые отклонения его значений $K_{нmax}$ и $K_{нmin}$;
- построением графических зависимостей $h_{нmax}(t)$, $g_{нmax}(t)$, $h_{нmin}(t)$ и $g_{нmin}(t)$ (см.рис. 12.2), описывающих верхнюю и нижнюю допустимые границы для значений нормируемой функции;

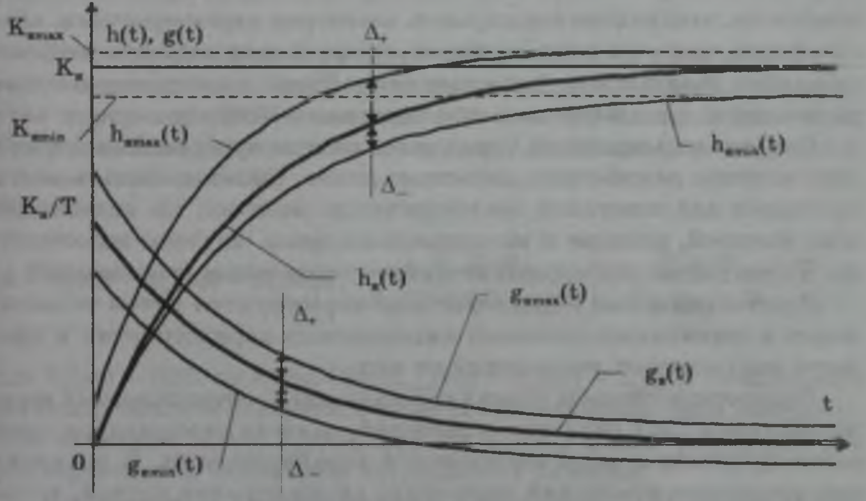


Рис. 12.2. Номинальные переходная и импульсная переходная функции и допустимые отклонения от них, указанные различными способами

• указанием допустимых отклонений Δ_{+} и Δ_{-} от номинальной функции в отдельные моменты времени.

12.6. Метрологические характеристики влияния на инструментальную составляющую погрешности измерения

К указанным характеристикам относятся характеристики СИ, отражающие их способность влиять на инструментальную составляющую вследствие взаимодействия СИ с любым из подключенных к его входу или выходу компонентов, например объектом измерений и др. Потребление энергии средством измерений от объекта измерения или от предвключенного прибора приводит к изменению значения измеряемой величины и, следовательно, к появлению соответствующей составляющей погрешности. Например, на погрешность измерения температуры с помощью термопар и термометров существенно влияет обмен тепловой энергией между объектом и прибором. Следовательно, для СИ, работа которых характеризуется обменом энергией между ними и подключенными к их входу или выходу объектами, необходимо нормировать некоторые характеристики, описывающие свойства этих приборов отбирать или отдавать энергию через свои входные или выходные цепи. Такие характеристики часто называют импедансными, или просто *импедансами*.

Вопросы нормирования импедансов средства измерений электрических величин разработаны достаточно полно. Сложнее обстоит дело с приборами для измерений неэлектрических величин, где явления обмена энергией, входные и выходные импедансы изучены недостаточно. В этом случае нормирование требует тщательных исследований.

Рассматриваемые характеристики нормируются путем установления номинальных значений импедансных характеристик и пределов допускаемых отклонений от них.

Конкретные способы оценки составляющих, обусловленных взаимодействием СИ с объектом измерений, зависят от характера этого взаимодействия и вида импедансной характеристики. В практике электрических измерений достаточно распространен случай, когда взаимодействие заключается в потреблении средством измерений энергии от объекта измерений и когда соответствующее свойство описывается входным импедансом. Эквивалентная схема подключения СИ к объекту измерения показана на рис.12.3. По условиям измерительной задачи необходимо измерить ЭДС $E(j\omega)$, записанную в комплексной форме. Объект измерения, обладающий выходным импедансом $Z_0(j\omega)$, подключен к СИ через линию связи, имеющую эквивалентное сопротивление $Z_{лс}(j\omega)$.

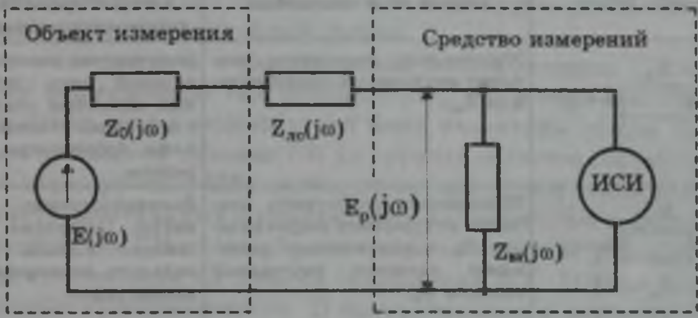


Рис.12.3. Эквивалентная схема подключения средства измерения к объекту измерения (ИСИ — идеальное средство измерений)

Средство измерений на схеме представлено в виде параллельного соединения его входного импеданса $Z_{вх}(j\omega)$ и идеального средства измерений (ИСИ), имеющего бесконечно большой импеданс. Составляющая погрешности измерений, обусловленная взаимодействием объекта и СИ,

$$\Delta = E(j\omega) - E_р(j\omega) = E(j\omega)\left[1 - \frac{Z_{вх}(j\omega)}{Z_{вх}(j\omega) + Z_{вых}(j\omega)}\right] = \frac{E(j\omega) Z_{вых}(j\omega)}{Z_{вх}(j\omega) + Z_{вых}(j\omega)},$$

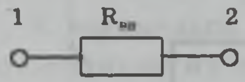
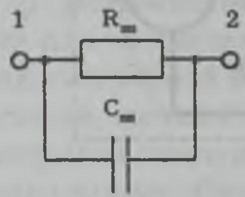
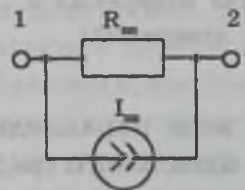
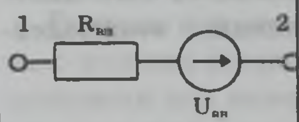
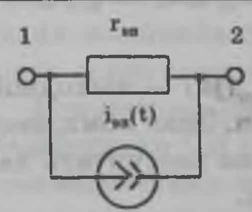
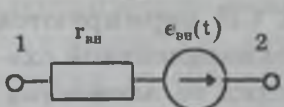
где $E_р(j\omega)$ —ЭДС на входе СИ; $Z_{вых}(j\omega) = Z_0(j\omega) + Z_{лс}(j\omega)$ — выходной импеданс объекта измерений, включая линию связи. Зная комплексные величины $E(j\omega)$, $Z_{вх}(j\omega)$, $Z_0(j\omega)$ и $Z_{лс}(j\omega)$, можно рассчитать характеристики и параметры погрешности влияния.

Импедансные характеристики электронных СИ нормируются путем представления его входных цепей в виде эквивалентной схемы замещения и задания значений составляющих ее элементов.

Некоторые схемы замещения приведены в табл.12.1 (цифрами 1 и 2 обозначены входные клеммы СИ).

Таблица 12.1

Эквивалентные схемы замещения входных цепей электронных СИ

Схема замещения входных цепей	Нормируемые параметры элементов схем замещения	Средства измерений, для которых применяется данная схема замещения
	Минимально допустимое значение внутреннего сопротивления $R_{вн}$.	Вольтметры, имеющие во входной цепи делитель или линейный усилитель с нулевыми входными токами. Амперметры. Генераторы.
	Минимально допустимое значение внутреннего сопротивления $R_{вн}$ и максимально допустимое значение внутренней емкости $C_{вн}$.	Высокочастотные вольтметры. Цифровые частотомеры. Каналы вертикального отклонения осциллографов.
	Минимально допустимое значение внутреннего сопротивления $R_{вн}$ и максимально допустимое значение входного тока $I_{вн}$.	Цифровые вольтметры постоянного тока, имеющие на входе линейный усилитель.
	Минимально допустимое значение внутреннего сопротивления $R_{вн}$ и значение внутреннего постоянного напряжения $U_{вн}$ при свободных зажимах 1 и 2 или максимальное значение входного тока $I_{вн}= U_{вн}/R_{вн}$ при закороченных зажимах 1 и 2.	Цифровые и аналоговые омметры, универсальные вольтметры в режиме измерения сопротивления.
 	Минимальное значение входного дифференциального сопротивления $r_{вн}$, значения амплитуды и длительности импульсов напряжения $e_{вн}(t)$ или тока $i_{вн}(t)$, возникающих во входной цепи в результате уравновешивания входного сигнала.	Цифровые вольтметры, использующие кодо- или времяимпульсные методы измерения.

12.7. Комплексы нормируемых метрологических характеристик средств измерений

Большое разнообразие групп СИ делает невозможной регламентацию конкретных комплексов МХ для каждой из этих групп в одном нормативном документе. В то же время все СИ не могут характеризоваться единым комплексом нормируемых МХ, даже если он представлен в самой общей форме.

Изучение вопроса о рациональной классификации СИ по комплексам нормируемых МХ показало [58], что можно выделить ряд общих групп, для которых могут быть назначены общие МХ. Основным признаком деления СИ на группы является общность комплекса нормируемых МХ, необходимых для определения характерных инструментальных составляющих погрешностей измерений. В этом случае все СИ целесообразно разделить на три большие группы, представленные по степени усложнения МХ: 1) меры и цифроаналоговые преобразователи; 2) измерительные и регистрирующие приборы; 3) аналоговые и аналого-цифровые измерительные преобразователи.

При установлении комплекса нормируемых МХ принята следующая модель инструментальной составляющей погрешности измерений: $\Delta_{inst} = \Delta_{MI} * \Delta_{int}$, где символом «$*$» обозначено объединение погрешности Δ_{MI} СИ в реальных условиях его применения и составляющей погрешности Δ_{int}, обусловленной взаимодействием СИ с объектом измерений. Под объединением понимается применение к составляющим некоторого функционала, позволяющего рассчитать погрешность, обусловленную их совместным воздействием. В каждом случае функционал определяется исходя из свойств конкретного СИ.

Всю совокупность МХ можно разбить на две большие группы. В первой из них инструментальная составляющая погрешности определяется путем статистического объединения отдельных ее составляющих. При этом доверительный интервал, в котором находится инструментальная погрешность, определяется с заданной доверительной вероятностью меньше единицы. Для МХ этой группы принята следующая модель погрешности в реальных условиях применения (модель 1):

$$(\Delta_{MI})_1 = \Delta_S * \overset{\circ}{\Delta}_0 * \overset{\circ}{\Delta}_H * \sum_{i=1}^{L} \Delta_{ci} * \Delta_{dyn},$$

где Δ_S — систематическая составляющая; $\overset{\circ}{\Delta}_0$ — случайная составляющая; $\overset{\circ}{\Delta}_H$ — случайная составляющая, обусловленная гистерезисом; Δ_{ci} — объединение дополнительных погрешностей; Δ_{dyn} — динамическая погрешность; L — число дополнительных погрешностей, равное всех величин, существенно влияющих на погрешность в реальных условиях. В зависимости от свойств СИ данного типа и рабочих условий его применения отдельные составляющие могут отсутствовать.

Первая модель выбирается, если допускается, что погрешность изредка превышает значение, рассчитанное по нормируемым характеристикам. При этом по комплексу МХ можно рассчитать точечные и интервальные характеристики, в которых инструментальная составляющая погрешности измерений находится с любой заданной доверительной вероятностью, близкой к единице, но меньше ее.

Для второй группы МХ статистическое объединение составляющих не применяется. К таким СИ относятся лабораторные средства, а также большинство образцовых средств, при использовании которых не производятся многократные наблюдения с усреднением результатов. Инструментальная погрешность в данном случае определяется как арифметическая сумма наибольших возможных значений ее составляющих. Эта оценка дает доверительный интервал с вероятностью, равной единице, являющийся предельной оценкой сверху искомого интервала погрешности, охватывающего все возможные, в том числе весьма редко реализующиеся, значения. Это приводит к существенному ужесточению требований к МХ, что может быть применимо только к наиболее ответственным измерениям, например связанным со здоровьем и жизнью людей, с возможностью катастрофических последствий неверных измерений и т.п.

Арифметическое суммирование наибольших возможных значений составляющих инструментальной погрешности приводит к включению в комплекс нормируемых МХ пределов допускаемой погрешности, а не статистических моментов. Это допустимо также для СИ, имеющих не более трех составляющих, каждая из которых определяется по отдельной нормируемой МХ. В этом случае расчетные оценки инструментальной погрешности, полученные арифметическим объединением наибольших значений ее составляющих и статистическим суммированием характеристик составляющих (при вероятности, хотя и меньшей, но достаточно близкой к единице), практически различаться не будут. Для рассматриваемого случая модель 2 погрешности СИ:

$$(\Delta_{Ml})_2 = \Delta_0 * \sum_{i=1}^{L} \Delta_{ci} * \Delta_{dyn} = (\Delta_S + \overset{\circ}{\Delta}_H) * \sum_{i=1}^{L} \Delta_{ci} * \Delta_{dyn} .$$

Здесь $\Delta_0 = \Delta_S + \overset{\circ}{\Delta}_H$ — основная погрешность СИ без разбиения ее на составляющие (в отличие от модели 1). Модель 2 применима только для тех СИ, у которых случайная составляющая пренебрежимо мала.

Вопросы выбора МХ достаточно детально регламентированы в ГОСТ 8.009–84, где приведены характеристики, которые должны нормироваться для названных выше групп СИ. Приведенный перечень может корректироваться для конкретного средства измерений с учетом его особенностей и условий эксплуатации. Важно отметить, что не следует нормировать те МХ, которые оказывают несущественный по сравнению с другими вклад в инструментальную погрешность. Определение того, важна ли данная погрешность или нет, производится на основе *критериев существенности*, приведенных в ГОСТ 8.009–84 и подробно проанализированных в [58].

12.8. Расчет погрешностей средств измерений по нормированным метрологическим характеристикам

Расчет инструментальной погрешности в силу ее случайности сводится к нахождению интервала, в котором она находится с заданной вероятностью Р. Определение интервала осуществляется в три этапа.

На *первом этапе* вычисляются математическое ожидание $M[\Delta_i]$ и дисперсия $D[\Delta_i]$ каждой из четырех составляющих погрешности. Для основной погрешности вид расчетных формул зависит от того, какие МХ нормированы. Если заданы нормированные значения $M[\Delta_{0S}]$ и $D[\Delta_{0S}] = \sigma^2[\Delta_{0S}]$ систематической составляющей, то характеристики основной погрешности имеют вид:

$$M[\Delta_0] = M[\Delta_{0S}]; \quad D[\Delta_0] = D[\Delta_{0S}] + D[\overset{\circ}{\Delta}_0] + H_{0P}^2/12 ,$$

где $D[\dot{\Delta}_0] = \sigma^2[\dot{\Delta}_0]$. Если нормированы пределы допускаемой систематической погрешности Δ_{0SP}, то

$$M[\Delta_0] = 0; \quad D[\Delta_0] = \Delta_{0SP}^2/3 + D[\dot{\Delta}_0] + H_{0P}^2/12 .$$

Если же нормированы пределы допускаемой основной погрешности Δ_{0P}, то в предположении равномерного распределения значений погрешности для совокупности СИ данного типа имеем

$$M[\Delta_0] = 0; \quad D[\Delta_0] = \Delta_{0P}^2/3 .$$

Для определения характеристик дополнительной погрешности необходимо знать не только нормированные функции влияния $\Psi(\xi)$, но и статистические характеристики влияющих величин ξ. От того, какие характеристики в реальных условиях применения СИ известны, зависит достоверность получаемых оценок инструментальной составляющей. Если для СИ нормированы функции влияния $\Psi_i(\xi_i)$ каждой влияющей величины ξ_i отдельно, то

$$M[\Psi(\xi)] = \sum_{i=1}^{L} M[\Psi_i(\xi_i)]; \quad D[\Psi(\xi)] = \sum_{i=1}^{L} D[\Psi_i(\xi_i)],$$

где L — число внешних влияющих величин. Основы методики расчета величин $M[\Psi_i(\xi_i)]$ и $D[\Psi_i(\xi_i)]$ изложены в разд. 12.4.

Если же для СИ нормирована функция совместного влияния нескольких величин $\Psi(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_L)$, то ее математическое ожидание и дисперсию находят по известным правилам определения статистических характеристик функций нескольких случайных величин.

Математическое ожидание и дисперсия динамической погрешности могут быть оценены путем анализа формул, выражающих связь значений погрешностей с параметрами измеряемого сигнала и нормированными динамическими характеристиками СИ. Расчет характеристик динамических погрешностей является одним из самых сложных при определении инструментальной погрешности. Отдельные его аспекты подробно рассмотрены в [6, 56, 58] и руководящем документе РД 50-453–84 “Характеристики погрешности средств измерений в реальных условиях эксплуатации. Методы расчета”.

На *втором этапе* производится оценка инструментальной погрешности Δ_{inst}, обусловленной взаимодействием СИ с объектом измерений. Она существенным образом зависит от характера этого взаимодействия и вида импедансной характеристики.

После определения характеристик всех ее составляющих производится расчет таких же характеристик инструментальной погрешности путем сложения найденных математических ожиданий $M[\Delta_{inst}]$ и дисперсий $D[\Delta_{inst}]$ соответственно.

На *третьем этапе* производится оценка интервала, в котором с доверительной вероятностью P находится инструментальная погрешность измерения:

$$M[\Delta_{inst}] - K\sqrt{D[\Delta_{inst}]} \le \Delta_{inst} \le M[\Delta_{inst}] + K\sqrt{D[\Delta_{inst}]},$$

где K — коэффициент, зависящий от вида закона распределения инструментальной погрешности и заданной доверительной вероятности. Его выбор в каждом случае является в большой мере произвольным. Если декларируется нормальный закон распределения результирующей инструментальной погрешности, то велика вероятность неоправданного увеличения интервальной оценки. При выборе равномерного закона возможно уменьшение надежности получаемой оценки. Эти вопросы подробно рассматривались в разд. 9.1 при обсуждении способов получения квантильного коэффициента z_P. Коэффициент K является не чем иным, как таким же множителем. Его можно рассчитать по формуле $K = 5(P-0,5)$ при $0,8 < P < 1$, определить по графику зависимости K(P), приведенному в РД 50-453–84, а также в [56, 58]. Следует отметить, что наиболее распространенным является значение коэффициента $K = 2$, что соответствует доверительной вероятности 0,96.

В заключение отметим, что рекомендовать конечное число расчетных формул, применимых при оценке инструментальной погрешности при различных условиях, видах и методиках измерений, не представляется возможным. В каждом конкретном случае необходимо учитывать все существенные влияющие факторы.

12.9. Классы точности средств измерений

Характеристики, введенные ГОСТ 8.009–84, наиболее полно описывают метрологические свойства СИ. Однако в настоящее время в эксплуатации находится достаточно большое число СИ, метрологические характеристики которых нормированы несколько по-другому, а именно на основе классов точности. *Класс точности* — это обобщенная характеристика СИ, выражаемая пределами допускаемых значений его основной и дополнительной погрешностей, а также другими характеристиками, влияющими на точность. Класс точности не является непосредственной оценкой точности измерений, выполняемых этим СИ, поскольку погрешность зависит еще от ряда факторов: метода измерений, условий измерений и т.д. Класс точности лишь позволяет судить о том, в каких пределах находится погрешность СИ данного типа. Общие положения деления средств измерений по классу точности устанавливает ГОСТ 8.401–80.

Пределы допускаемой основной погрешности $\Delta_{СИ}$, определяемые классом точности — это интервал, в котором находится значение основной погрешности СИ. Если СИ имеет незначительную случайную составляющую, то определение $\Delta_{СИ}$ относится к нахождению систематической погрешности и случайной погрешности, обусловленной гистерезисом, и является достаточно строгим. При этом предел $\Delta_{СИ} = \Delta_{OSP} + 0{,}5H_{OP}$.

Если СИ имеет существенную случайную погрешность, то для него определение предела допускаемой основной погрешности является нечетким. Его следует понимать как интервал, в котором находится значение основной погрешности с неизвестной вероятностью, близкой к единице: $\Delta_{СИ} = \pm(\Delta_{0SP} + K\sigma[\overset{\circ}{\Delta}_0] + 0{,}5\,H_{0P})$, где K — коэффициент, зависящий от доверительной вероятности P.

Предел допускаемой дополнительной погрешности, вызванной изменением $\Delta\xi$ влияющей величины ξ, может быть найден с использованием функции влияния $\Psi(\xi)$: $\Delta_{ДСИ} = \pm\Delta\xi \cdot \left[d\Psi(\xi)/d\xi\right]_{max}$. В частности, если $\Psi(\xi) = A\xi$, то $\Delta_{ДСИ} = \pm A\Delta\xi$.

Классы точности СИ устанавливаются в стандартах или технических условиях. Средство измерений может иметь два и более класса точности. Например, при наличии у него двух или более диапазонов измерений одной и той же физической величины ему можно присваивать два или более класса точности. Приборы, предназначенные для измерения нескольких физических величин, также могут иметь различные классы точности для каждой измеряемой величины.

Пределы допускаемых основной и дополнительной погрешностей выражают в форме приведенных, относительных или абсолютных погрешностей. Выбор формы представления зависит от характера изменения погрешностей в пределах диапазона измерений, а также от условий применения и назначения СИ.

Пределы допускаемой абсолютной основной погрешности устанавливаются по одной из формул: $\Delta = \pm a$ или $\Delta = \pm(a + bx)$, где x — значение измеряемой величины или число делений, отсчитанное по шкале; a, b — положительные числа, не зависящие от x. Первая формула описывает чисто аддитивную погрешность (рис.12.4,а), а вторая — сумму аддитивной и мультипликативной погрешностей (рис.12.4,в). В технической документации классы точности, установленные в виде абсолютных погрешностей, обозначают, например, "Класс точности М", а на приборе — буквой "М". Для обозначения используются прописные буквы латинского алфавита или римские цифры, причем меньшие пределы погрешностей должны соответствовать буквам, находящимся ближе к началу алфавита, или меньшим цифрам.

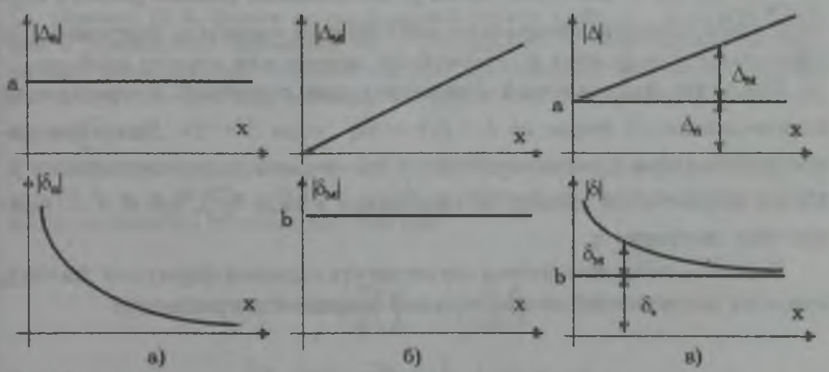


Рис. 12.4. Аддитивная (а), мультипликативная (б) и суммарная (в) погрешности в абсолютной и относительной формах

Пределы допускаемой приведенной основной погрешности определяются по формуле $\gamma = \Delta / x_N = \pm p$, где x_N — нормирующее значение, выраженное в тех же единицах, что и Δ; p — отвлеченное положительное число, выбираемое из ряда значений: $(1;\ 1{,}5;\ 2;\ 2{,}5;\ 4;\ 5;\ 6)\cdot 10^n$; $n=1;\ 0;\ -1;\ -2;\ldots$

Нормирующее значение x_N устанавливается равным большему из пределов измерений (или модулей) для СИ с равномерной, практически равномерной или степенной шкалами и для измерительных преобразователей, если нулевое значение выходного сигнала находится на краю или вне диапазона измерений.

Для СИ, шкала которых имеет условный нуль, x_N равно модулю разности пределов измерений. Например, для вольтметра термоэлектрического термометра с пределами измерений 100 и 600°С нормирующее значение равно 500°С. Для СИ с заданным номинальным значением x_N устанавливают равным этому значению.

Для приборов с существенно неравномерной шкалой x_N принимают равным всей длине шкалы или ее части, соответствующей диапазону измерений. В этом случае пределы абсолютной погрешности выражают, как и длину шкалы, в единицах длины, а на средстве измерений класс точности условно обозначают, например, в виде значка $\overset{0.5}{\vee}$, где 0,5 — значение числа p. В остальных рассмотренных случаях класс точности обозначают конкретным числом p, например 1,5. Обозначение наносится на циферблат, щиток или корпус прибора.

Пределы допускаемой относительной основной погрешности определяются по формуле $\delta = \Delta / x = \pm q$, если $\Delta = \pm a$. Значение постоянного числа q устанавливается так же, как и значение числа p. Класс точности на прибор обозначается в виде 0.5, где 0,5 — конкретное значение q.

В случае, если абсолютная погрешность задается формулой $\pm(a+bx)$, пределы допускаемой относительной основной погрешности

$$\delta = \Delta / x = \pm\left[c + d\left(\left|x_k / x\right| - 1\right)\right], \qquad (12.4)$$

где c, d — отвлеченные положительные числа, выбираемые из ряда: $(1;\ 1{,}5;\ 2;\ 2{,}5;\ 4;\ 5;\ 6)$Ч$10^n$; $n=1;\ 0;\ -1;\ -2$ и т.д.; x_k — больший (по модулю) из пределов измерений. При использовании формулы (12.4) класс точности обозначается в виде "0,02/0,01", где числитель — конкретное значение числа c, знаменатель — числа d. В обоснованных случаях пределы допускаемой относительной основной погрешности определяют по более сложным формулам либо в виде графика или таблицы.

В стандартах или технических условиях на СИ указывается минимальное значение x_0, начиная с которого применим принятый способ выражения пределов допускаемой относительной погрешности. Отношение x_k/x_0 называется динамическим диапазоном измерения.

Предел допускаемой дополнительной погрешности $\Delta_{ДСИ}$ может указываться в виде:

• постоянного значения для всей рабочей области влияющей величины или постоянных значений по интервалам рабочей области влияющей величины;

• отношения предела допускаемой дополнительной погрешности, соответствующего регламентированному интервалу влияющей величины, к этому интервалу;

• зависимости предела $\Delta_{ДСИ}$ от влияющей величины (предельной функции влияния);

• функциональной зависимости пределов допускаемых отклонений от номинальной функции влияния.

Пример 12.3. Отсчет по равномерной шкале прибора с нулевой отметкой и предельным значением 50 А составил 25 А. Пренебрегая другими видами погрешностей, оценить пределы допускаемой абсолютной погрешности этого отсчета при условии, что класс точности прибора равен: 0,02/0,01; 0,5; 0,5.

1. Для прибора с классом точности 0,02/0,01, согласно формуле (12.4), при $x = 25$ А, $x_k = 50$ А, $c = 0{,}02$, $d = 0{,}01$ (учитывая, что относительная погрешность выражается в процентах) получим

$$\Delta = \pm\left[0{,}02 + 0{,}01\left(\frac{50\ \text{А}}{25\ \text{А}} - 1\right)\right]\frac{25\ \text{А}}{100\ \%} = \pm 0{,}0075\ \text{А}.$$

2. Для прибора класса точности 0,5

$$\delta = \pm(100\%)/x; \quad \Delta = \pm 25\text{А}(0{,}5\%)/100 = \pm 0{,}125\ \text{А}.$$

3. Для прибора класса точности 0,5, учитывая, что нормирующее значение x_N равно пределу измерения 50 А, получаем:

$$\gamma = \pm(100\%)\Delta/x_N; \quad \Delta = \pm 50А(0,5\%)/100 = \pm 0,25\ А.$$

Контрольные вопросы

1. Перечислите основные принципы, лежащие в основе выбора нормируемых метрологических характеристик средств измерений.
2. Какой нормативный документ регламентирует нормирование метрологических характеристик средств измерений?
3. На какие группы делятся нормируемые метрологические характеристики?
4. Какие метрологические характеристики относятся к характеристикам, предназначенным для определения результатов измерений?
5. Какие метрологические характеристики описывают погрешность средств измерений? Каким образом производится их нормирование?
6. Какая математическая модель используется для описания инструментальной составляющей погрешности измерения?
7. Какие метрологические характеристики описывают чувствительность средств измерений к влияющим величинам?
8. Как осуществляется нормирование динамических характеристик средств измерений?
9. Какие метрологические характеристики относятся к импедансным характеристикам средств измерений?
10. Что такое комплексы нормируемых метрологических характеристик?
11. Что такое классы точности средств измерений?
12. Какие различные способы выражения класса точности существуют?

Глава 13. МЕТРОЛОГИЧЕСКАЯ НАДЕЖНОСТЬ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

13.1. Основные понятия теории метрологической надежности

В процессе эксплуатации метрологические характеристики и параметры средства измерений претерпевают изменения. Эти изменения носят случайный монотонный или флуктуирующий характер и приводят к отказам, т.е. к невозможности СИ выполнять свои функции. Отказы делятся на неметрологические и метрологические.

Неметрологическим называется отказ, обусловленный причинами, не связанными с изменением МХ средства измерений. Они носят главным образом явный характер, проявляются внезапно и могут быть обнаружены без проведения поверки.

Метрологическим называется отказ, вызванный выходом МХ из установленных допустимых границ. Как показывают проведенные исследования [5], метрологические отказы происходят значительно чаще, чем неметрологические. Это обуславливает необходимость разработки специальных методов их прогнозирования и обнаружения. Метрологические отказы подразделяются на внезапные и постепенные.

Внезапным называется отказ, характеризующийся скачкообразным изменением одной или нескольких МХ. Эти отказы в силу их случайности невозможно прогнозировать. Их последствия (сбой показаний, потеря чувствительности и т.п.) легко обнаруживаются в ходе эксплуатации прибора, т.е. по характеру проявления они являются явными. Особенностью внезапных отказов является постоянство во времени их интенсивности. Это дает возможность применять для анализа этих отказов классическую теорию надежности. В связи с этим в дальнейшем отказы такого рода не рассматриваются.

Постепенным называется отказ, характеризующийся монотонным изменением одной или нескольких МХ. По характеру проявления постепенные отказы являются скрытыми и могут быть выявлены только по результатам периодического контроля СИ. В дальнейшем рассматриваются именно такие отказы.

С понятием “метрологический отказ” тесно связано понятие *метрологической исправности* средства измерений. Под ней понимается состояние СИ, при котором все нормируемые МХ соответствуют установленным требованиям. Способность СИ сохранять установленные значения метрологических характеристик в течение заданного времени при определенных режимах и условиях эксплуатации называется *метрологической надежностью*. Специфика проблемы метрологической надежности состоит в том, что для нее основное положение классической теории надежности о постоянстве во времени интенсивности отказов оказывается неправомерным. Современная теория надежности ориентирована на изделия, обладающие двумя характерными состояниями: работоспособное и неработоспособное. Постепенное изменение погрешности СИ позволяет ввести сколь угодно много работоспособных состояний с различным уровнем эффективности функционирования, определяемым степенью приближения погрешности к допустимым граничным значениям.

Понятие метрологического отказа является в известной степени условным, поскольку определяется допуском на МХ, который в общем случае может меняться в зависимости от конкретных условий. Важно и то, что зафиксировать точное время наступления метрологического отказа ввиду скрытого характера его проявления невозможно, в то время как явные отказы, с которыми оперирует классическая теория надежности, могут быть обнаружены в момент их возникновения. Все это потребовало разработки специальных методов анализа метрологической надежности СИ [5, 96–99].

Надежность СИ характеризует его поведение с течением времени и является обобщенным понятием, включающим в себя стабильность, безотказность, долговечность, ремонтопригодность (для восстанавливаемых СИ) и сохраняемость.

Стабильность СИ является качественной характеристикой, отражающей неизменность во времени его МХ. Она описывается временными зависимостями параметров закона распределения погрешности. Метрологические надежность и стабильность являются различными свойствами одного и того процесса старения СИ. Стабильность несет больше информации о постоянстве метрологических свойств средства измерений. Это как бы его “внутреннее” свойство. Надежность, наоборот, является “внешним” свойством, поскольку зависит как от стабильности, так и от точности измерений и значений используемых допусков.

Безотказностью называется свойство СИ непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени. Она характеризуется двумя состояниями: работоспособным и неработоспособным. Однако для сложных измерительных систем может иметь место и большее число состояний, поскольку не всякий отказ приводит к полному прекращению их функционирования. Отказ является случайным событием, связанным с нарушением или прекращением работоспособности СИ. Это обуславливает случайную природу показателей безотказности, главным из которых является распределение времени безотказной работы СИ.

Долговечностью называется свойство СИ сохранять свое работоспособное состояние до наступления предельного состояния. *Работоспособное состояние* — это такое состояние СИ, при котором все его МХ соответствуют нормированным значениям. *Предельным* называется состояние СИ, при котором его применение недопустимо.

После метрологического отказа характеристики СИ путем соответствующих регулировок могут быть возвращены в допустимые диапазоны. Процесс проведения регулировок может быть более или менее длительным в зависимости от характера метрологического отказа, конструкции СИ и ряда других причин. Поэтому в характеристику надежности введено понятие "ремонтопригодность". *Ремонтопригодность* — свойство СИ, заключающееся в приспособленности к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов, восстановлению и поддержанию его работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта. Оно характеризуется затратами времени и средств на восстановление СИ после метрологического отказа и поддержание его в работоспособном состоянии.

Как будет показано далее, процесс изменения МХ идет непрерывно независимо от того, используется ли СИ или оно хранится на складе. Свойство СИ сохранять значения показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности в течение и после хранения и транспортирования называется его *сохраняемостью*.

Прежде чем перейти к рассмотрению показателей, характеризующих метрологическую надежность СИ, необходимо выяснить характер изменения во времени его МХ.

13.2. Изменение метрологических характеристик средств измерений в процессе эксплуатации

Метрологические характеристики СИ могут изменяться в процессе эксплуатации. В дальнейшем будем говорить о изменениях погрешности $\Delta(t)$, подразумевая, что вместо нее может быть аналогичным образом рассмотрена любая другая МХ.

Следует отметить, что не все составляющие погрешности подвержены изменению во времени. Например, методические погрешности зависят только от используемой методики измерения. Среди инструментальных погрешностей есть много составляющих, практически не подверженных старению [5], например размер кванта в цифровых приборах и определяемая им погрешность квантования.

Изменение МХ средств измерений во времени обусловлено процессами старения в его узлах и элементах, вызванными взаимодействием с внешней окружающей средой. Эти процессы протекают в основном на молекулярном уровне и не зависят от того, находится ли СИ в эксплуатации или хранится на консервации. Следовательно, основным фактором, определяющим старение СИ, является календарное время, прошедшее с момента их изготовления, т.е. возраст. Скорость старения зависит прежде всего от используемых материалов и технологий. Исследования [96] показали, что необратимые процессы, изменяющие погрешность, протекают очень медленно и зафиксировать эти изменения в ходе эксперимента в большинстве случаев невозможно. В связи с этим большое значение приобретают различные математические методы, на основе которых строятся модели изменения погрешностей и производится прогнозирование метрологических отказов.

Задача, решаемая при определении метрологической надежности СИ, состоит в нахождении начальных изменений МХ и построении математической модели, экстраполирующей полученные результаты на большой интервал времени. Поскольку изменение МХ во времени — случайный процесс, то основным инструментом построения математических моделей является теория случайных процессов.

Изменение погрешности СИ во времени представляет собой нестационарный случайный процесс. Множество его реализаций показаны на рис. 13.1 в виде кривых Δ_i модулей погрешности. В каждый момент t_i они характеризуются некоторым законом распределения плотности вероятности $p(\Delta, t_i)$ (кривые 1 и 2 на рис. 13.1,а). В центре полосы (кривая $\Delta_{ср}(t)$) наблюдается наибольшая плотность появления погрешностей, которая постепенно уменьшается к границам полосы, теоретически стремясь к нулю при бесконечном удалении от центра. Верхняя и нижняя границы полосы погрешностей СИ могут быть представлены лишь в виде некоторых квантильных границ, внутри которых заключена большая часть погрешностей, реализуемых с доверительной вероятностью P. За пределами границ с вероятностью $(1 - P)/2$ находятся погрешности наиболее удаленные от центра реализаций.

Для применения квантильного описания границ полосы погрешностей в каждом ее сечении t_i необходимо знать оценки математического ожидания $\Delta_{ср}(t_i)$ и СКО $\sigma_\Delta(t_i)$ отдельных реализаций Δ_i. Значение погрешности на границах в каждом сечении t_i равно $\Delta_г(t_i) = \Delta_{ср}(t) \pm k\sigma_\Delta(t_i)$, где k — квантильный множитель, соответствующий заданной доверительной вероятности P, значение которого существенно зависит от вида закона распределения погрешностей по сечениям. Определить вид этого закона при исследовании процессов старения СИ практически не представляется возможным. Это связано с тем, что законы распределения могут претерпевать значительные изменения с течением времени.

Для решения данной проблемы предлагается [5, 96] использовать общее для высокоэнтропийных симметричных законов распределения (см. разд. 9.1) свойство, состоящее в том, что при доверительной вероятности P=0,9 5%- и 95%-ный квантили отстоят от центра распределения $\Delta_{ср}(t)$ на $\pm 1{,}6\sigma_\Delta(t)$. Если предположить, что закон распределения погрешностей, деформируясь со временем, остается высокоэнтропийным и симметричным, то 95%-ный квантиль нестационарного случайного процесса изменения погрешности во времени может быть описана уравнением $\Delta_{0,95}(t) = \Delta_{ср}(t) + 1{,}6\sigma_\Delta(t)$.

Метрологический отказ наступает при пересечении кривой Δ_i прямых $\pm\Delta_{пр}$. Отказы могут наступать в различные моменты времени в диапазоне от t_{min} до t_{max} (см. рис. 13.1, *а*), причем эти точки являются точками пересечения 5%- и 95%-ного квантилей с линией допустимого значения погрешности. При достижении кривой $\Delta_{0,95}(t)$ допустимого предела $\Delta_{пр}$ у 5% приборов наступает метрологический отказ. Распределение моментов наступления таких отказов будет характеризоваться плотностью вероятности $p_н(t)$, показанной на рис. 13.1, *б*. Таким образом, в качестве модели нестационарного случайного процесса изменения во времени модуля погрешности СИ целесообразно использовать зависимость изменения во времени 95%-ного квантиля этого процесса.

Показатели точности, метрологической надежности и стабильности СИ соответствуют различным функционалам, построенным на

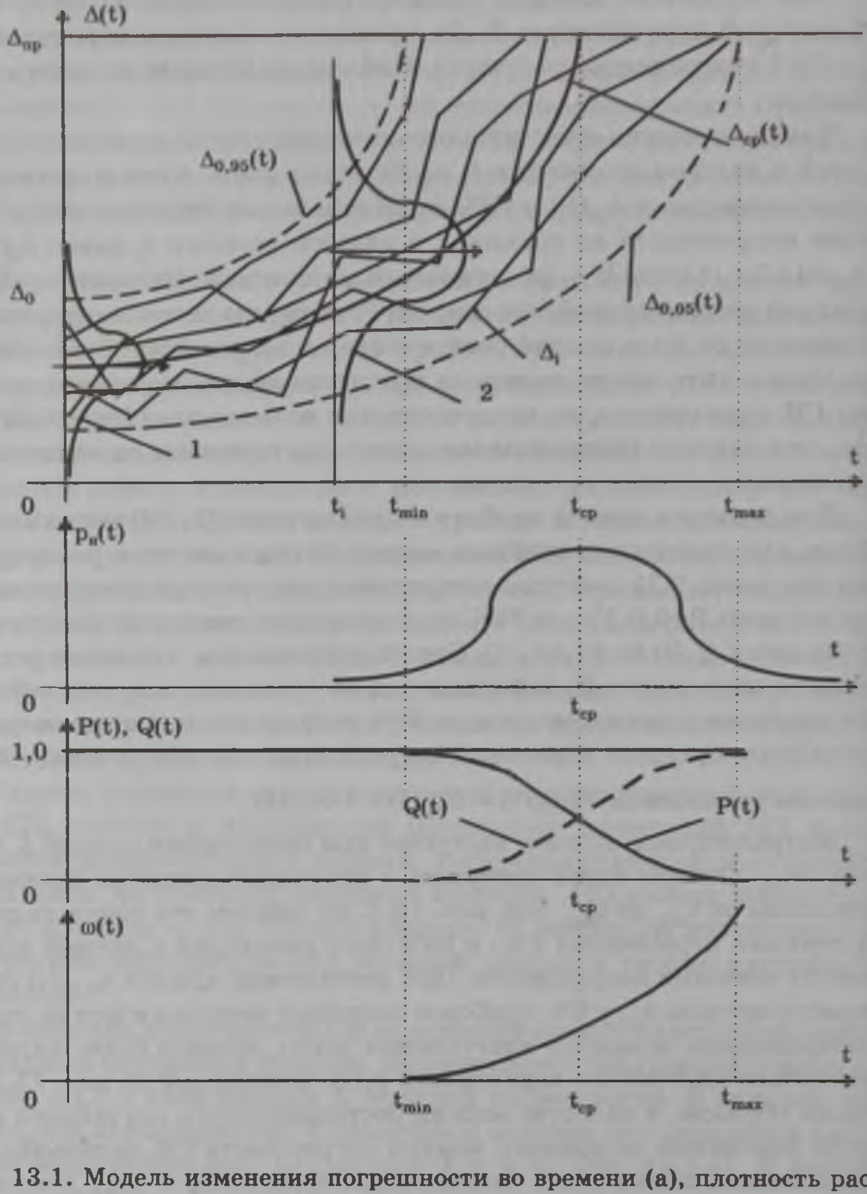


Рис. 13.1. Модель изменения погрешности во времени (а), плотность распределения времени наступления метрологических отказов (б), вероятность безотказной работы (в) и зависимость интенсивности метрологических отказов от времени (г)

траекториях изменения его МХ $\Delta_i(t)$. Точность СИ характеризуется значением МХ в рассматриваемый момент времени, а по совокупности средств измерений — распределением этих значений, представленных кривой 1 для начального момента и кривой 2 для момента t_i. Метрологическая надежность характеризуется распределением моментов времени наступления метрологических отказов (см. рис. 13.1, *б*). Стабильность СИ характеризуется распределением приращений МХ за заданное время.

13.3. Математические модели изменения во времени погрешности средств измерений

13.3.1. Линейная модель изменения погрешности

В общем виде модель погрешности $\Delta_{0,95}(t)$ может быть представлена в виде $\Delta_{0,95}(t) = \Delta_0 + F(t)$, где Δ_0 — начальная погрешность СИ; $F(t)$ — случайная для совокупности СИ данного типа функция времени, обусловленная физико-химическими процессами постепенного износа и старения элементов и блоков. Получить точное выражение для функции $F(t)$ исходя из физических моделей процессов старения практически не представляется возможным. Поэтому, основываясь на данных экспериментальных исследований изменения погрешностей во времени, функцию $F(t)$ аппроксимируют той или иной математической зависимостью.

Простейшей моделью изменения погрешности является линейная:

$$\Delta_{0,95}(t) = \Delta_0 + vt, \tag{13.1}$$

где v — скорость изменения погрешности. Как показали проведенные исследования [5], данная модель удовлетворительно описывает старение СИ в возрасте от одного до пяти лет. Использование ее в других диапазонах времени невозможно ввиду явного противоречия между определенными по этой формуле и экспериментальными значениями частоты отказов.

Метрологические отказы возникают периодически. Механизм их периодичности иллюстрирует рис. 13.2, *а*, где прямой линией 1 показано изменение 95%-ного квантиля при линейном законе. При

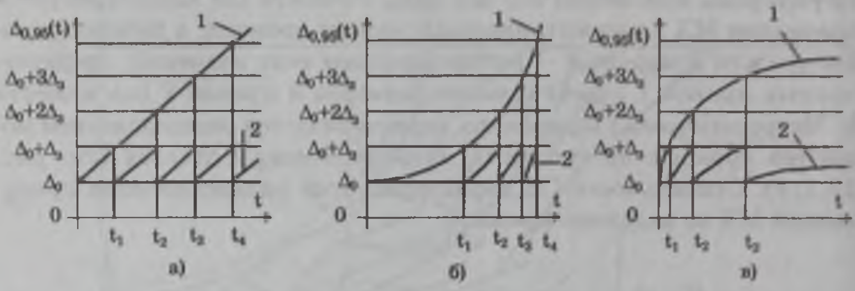


Рис. 13.2. Линейный (а) и экспоненциальный (б, в) законы изменения погрешности

метрологическом отказе погрешность $\Delta_{0,95}(t)$ превышает значение $\Delta_{пр}=\Delta_0+\Delta_з$, где $\Delta_з$ — значение запаса нормируемого предела погрешности, необходимого для обеспечения долговременной работоспособности СИ. При каждом таком отказе производится ремонт прибора и его погрешность возвращается к исходному значению Δ_0. По прошествии времени $T_р= t_i-t_{i-1}$ опять происходит отказ (моменты t_1, t_2, t_3 и т.д.), после которого вновь производится ремонт. Следовательно, процесс изменения погрешности СИ описывается ломаной линией 2 на рис. 13.2, *а*, которая может быть представлена уравнением

$$\Delta_{0,95}(t) = \Delta_0 + n\Delta_з , \qquad (13.2)$$

где n — число отказов (или ремонтов) СИ. Если число отказов считать целым, то это уравнение описывает дискретные точки на прямой 1 (рис. 13.2, *а*). Если же условно принять, что n может принимать и дробные значения, то формула (13.2) будет описывать всю прямую 1 изменения погрешности $\Delta_{0,95}(t)$ при отсутствии отказов.

Частота метрологических отказов увеличивается с ростом скорости v. Она столь же сильно зависит от запаса нормируемого значения погрешности $\Delta_з$ по отношению к фактическому значению погрешности средства измерений Δ_0 на момент изготовления или окончания ремонта прибора. Практические возможности воздействия на скорость изменения v и запас погрешности $\Delta_з$ совершенно различны. Скорость старения определяется существующей технологией производства. Запас погрешности для первого межремонтного интервала определяется решениями, принятыми производителем СИ, а для всех последующих межремонтных интервалов — уровнем культуры ремонтной службы пользователя.

Если метрологическая служба предприятия обеспечивает при ремонте погрешность СИ, равную погрешности Δ_0 на момент изготовления, то частота метрологических отказов будет малой. Если же при ремонте лишь обеспечивается выполнение условия $\Delta_0 \approx (0{,}9\ldots 0{,}95)\Delta_{пр}$, то погрешность может выйти за пределы допустимых значений уже в ближайшие месяцы эксплуатации СИ и большую часть межповерочного интервала оно будет эксплуатироваться с погрешностью, превышающей его класс точности. Поэтому основным практическим средством достижения долговременной метрологической исправности средства измерений является обеспечение достаточно большого запаса $\Delta_з$, нормируемого по отношению к пределу $\Delta_{пр}$.

Постепенное непрерывное расходование этого запаса обеспечивает на некоторый определенный период времени метрологически исправное состояние СИ. Ведущие приборостроительные заводы обеспечивают [5] $\Delta_з = (0{,}4\ldots 0{,}5)\Delta_{пр}$, что при средней скорости старения $v = 0{,}05\Delta_{пр}$/год позволяет получать межремонтный интервал $T_р = \Delta_з/v = 8\ldots 10$ лет и частоту отказов $\omega = 1/T_р = 0{,}1\ldots 0{,}125$ год$^{-1}$.

При изменении погрешности СИ в соответствии с формулой (13.1) все межремонтные интервалы $T_р$ будут равны между собой, а частота метрологических отказов $\omega = 1/T_р$ будет постоянной в течение всего срока эксплуатации. Однако проведенные экспериментальные исследования [5] показали, что на практике это не выполняется.

13.3.2. Экспоненциальная модель изменения погрешности

В реальности для одних приборов межремонтные интервалы уменьшаются, для других — увеличиваются. Это может быть объяснено тем, что погрешность СИ с течением времени экспоненциально возрастает или убывает. При ускоряющемся возрастании погрешности (рис. 13.2,б) каждый последующий межремонтный интервал короче предыдущего, и частота метрологических отказов $\omega(t)$ с течением времени возрастает. При замедленном возрастании погрешности (рис. 13.2,в) каждый последующий межремонтный интервал длиннее предыдущего и частота метрологических отказов $\omega(t)$ с течением времени убывает вплоть до нуля.

Для рассмотренных случаев изменения погрешности во времени описываются на основе экспоненциальной модели. В ней частота метрологических отказов

$$\omega(t) = \omega_0 e^{at}, \tag{13.3}$$

где ω_0 — частота метрологических отказов на момент изготовления средства измерений (т.е. при $t=0$), год$^{-1}$; а — положительное или отрицательное ускорение процесса метрологического старения, год$^{-1}$.

Число отказов $n(t)$ определяется через частоту отказов $\omega(t)$ и при ее экспоненциальном изменении согласно формуле (13.3), рассчитывается как

$$n(t) = \int_0^t \omega(\tau)d\tau = \int_0^t \omega_0 e^{a\tau}d\tau = \frac{\omega_0}{a}\left(e^{at} - 1\right).$$

Тогда изменение во времени погрешности СИ с учетом формулы (13.2) имеет вид

$$\Delta_{0,95}(t) = \Delta_0 + n(t)\Delta_з = \Delta_0 + \Delta_з \frac{\omega_0}{a}\left(e^{at} - 1\right). \tag{13.4}$$

Указанная зависимость показана кривыми 1 на рис. 13.2,б и в.

Практическое использование формулы (13.4) требует знания четырех параметров: начального значения погрешности (Δ_0), абсолютного запаса погрешности ($\Delta_з$), начальной частоты метрологических отказов (ω_0) при $t=0$ и ускорения (а) процесса старения. Уравнения для определения названных параметров, получаемые из (13.4), оказываются трансцендентными, что существенно затрудняет их применение.

С целью упрощения использования уравнения (13.4) необходимо разложить в ряд экспоненциальную функцию и взять три первых члена этого разложения. В результате зависимость погрешности СИ от времени будет представлена в виде

$$\Delta_{0,95}(t) = \Delta_0 + \Delta_з\omega_0 t + \Delta_з\omega_0 a t^2 / 2 = \Delta_0 + vt + a_\Delta t^2 / 2, \tag{13.5}$$

где v — начальная скорость возрастания погрешности, %; a_Δ — абсолютное значение ускорения изменения погрешности, %. В частном случае, когда a = 0, (13.5) превращается в линейное уравнение вида (13.1).

Выражение (13.5) имеет ясный физический смысл и позволяет путем аппроксимации экспериментальных данных о погрешностях СИ за 10–15 лет получить оценки коэффициентов v и a_Δ, а по ним рассчитать параметры уравнения (13.4) в виде $\omega_0 = v/\Delta_з$ и $a = a_\Delta/(\Delta_з\omega_0)$.

Расчет времени наступления метрологического отказа сводится к определению моментов пересечения кривой $\Delta_{0,95}(t)$ постоянных уровней $\Delta_0 + \Delta_з$, $\Delta_0 + 2\Delta_з$, ..., $\Delta_0 + n\Delta_з$. Они могут быть найдены путем совместного решения уравнений (13.2) и (13.4). Момент наступления n-го отказа и соответственно длительность межремонтных периодов можно определить по формулам

$$t_n = \frac{1}{a}\ln\left(\frac{an}{\omega_0}+1\right); \quad T_n = \frac{1}{a}\ln\left(1-\frac{1}{\omega_0/a+n}\right). \qquad (13.6)$$

Срок службы СИ — это календарное время, прошедшее с момента его изготовления до конца эксплуатации. При положительном ускорении процесса старения (см. рис. 13.2,б) частота отказов с увеличением срока службы возрастает и по истечении времени $T_{сл}$ его приходится настолько часто ремонтировать, что эксплуатация становится экономически невыгодной, так как дешевле купить новый прибор. Экономическая целесообразность ремонта определяется отношением средней стоимости одного ремонта $c_р$ к стоимости $c_н$ нового средства измерений, названного [5] относительной глубиной ремонта $c = c_р/c_н$. Срок службы СИ

$$T_{сл} = 1\Big/\sqrt{c\omega_0 a}\,. \qquad (13.7)$$

Решая полученное уравнение совместно с первым выражением из (13.6), можно рассчитать общее число отказов (ремонтов) СИ в течение срока эксплуатации.

Пример 13.1. Для электромеханических измерительных приборов магнитоэлектрической системы класса точности 0,5 глубина ремонта составляет c = 0,3... 0,4; частота метрологических отказов на момент изготовления

СИ $\omega_0 \approx 0{,}11$ год$^{-1}$, ускорение процесса старения а $\approx 0{,}19$ год$^{-1}$. Определите срок службы таких приборов и общее число отказов.

Срок службы прибора рассчитывается по формуле (13.7):

$$T_{сл} = 1/\sqrt{0{,}3 \cdot 0{,}11 \cdot 0{,}19} = 12{,}63 \text{ года}.$$

Уравнение для расчета общего числа отказов имеет вид

$$n_\Sigma = \frac{\omega_0}{a}\left[\exp(a/\sqrt{ac\omega_0}) - 1\right].$$

Подставив в него все числовые данные, получим

$$n_\Sigma = \frac{0{,}11}{0{,}19}[\exp(0{,}19/\sqrt{0{,}19 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}11}) - 1] = 0{,}579(e^{5{,}8} - 1) = 5{,}8 .$$

Данные расчета соответствуют экспериментальным данным, согласно которым средний срок службы рассматриваемых приборов составляет 11–12 лет, в течение которых они имеют по 4–6 ремонтов.

При отрицательном ускорении процесса старения СИ межремонтный период увеличивается. После некоторого числа ремонтов n_Σ он становится бесконечным, метрологические отказы не возникают и СИ работает до тех пор, пока морально не устареет. В этом случае ($a < 0$) число метрологических отказов

$$n_\Sigma = n_\infty = \lim_{t\to\infty} n(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{\omega_0}{a}\left(e^{at} - 1\right) = -\frac{\omega_0}{a}.$$

Погрешность СИ стремится к пределу, равному, согласно (13.4),

$$\Delta_{0,95}(\infty) = \Delta_0 - \frac{\omega_0}{a}\Delta_з = \Delta_0 + n_\infty \Delta_з . \qquad (13.8)$$

Экспоненциальная модель процесса старения позволяет описать изменения погрешности СИ при увеличении его возраста от года и практически до бесконечности. Однако данная модель имеет ряд недостатков. Для СИ с отрицательным ускорением процесса старения она прогнозирует при $t \to \infty$ стремление погрешности к предельному значению (13.8). В то же время для СИ с положительным ускорением модель прогнозирует неограниченное возрастание погрешности с течением времени, что противоречит практике.

13.3.3. Логистическая модель изменения погрешности

Некоторые из недостатков экспоненциальной модели старения удается устранить при использовании так называемой [5] *логистической модели.* Кривые, описывающие процесс изменения погрешности СИ и частоты отказов, приведены на рис. 13.3. В области малых значений погрешности (0,2–1%) зависимость $\Delta_{0,95}(t)$ экспоненциально ускоряется, а в области больших значений — экспоненциально замедляется и при очень больших значениях времени выходит на некоторый предельный уровень, выше которого погрешность не возрастает. Кривая частоты метрологических отказов (см. рис. 13.3) при малых значениях времени возрастает, достигая своего максимума при некотором значении T_c, после которого начинается спад до нуля. Участки кривой $\Delta_{0,95}(t)$, соответствующие диапазонам 1 и 2 изменения времени, не обязательно должны быть симметричны относительно точки (Δ_c, T_c). Ускорения процесса старения a_1 и a_2, как правило, имеют разные значения.

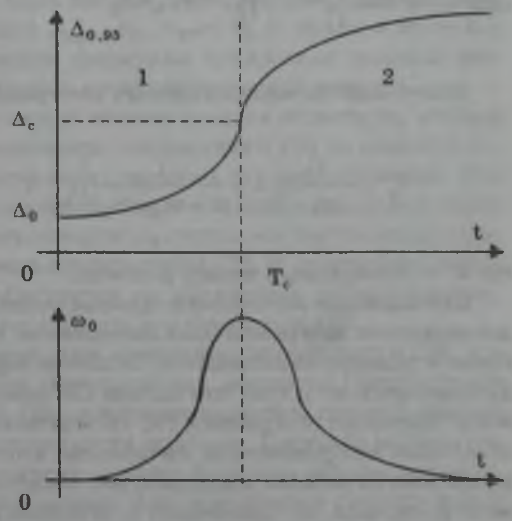


Рис. 13.3. Логистическая модель временного изменения погрешности

Частота метрологических отказов на участках 1 и 2 соответственно равна

$$\omega_1(t) = \omega_{01}e^{a_1 t}; \quad \omega_2(t) = \omega_{02}e^{a_2 t}, \tag{13.9}$$

где ω_{01}, ω_{02} — начальные частоты метрологических отказов на участках 1 и 2. Абсцисса точки, разделяющей два участка,

$$T_c = \frac{\ln(\omega_{02}/\omega_{01})}{a_1 - a_2}. \tag{13.10}$$

Используя параметры логистической модели процесса старения, можно обоснованно прогнозировать моменты наступления метрологических отказов t_n и изменение с возрастом наработки на отказ T_n. Момент наступления n-го метрологического отказа при $t < T_c$ и $t > T_c$ определяется соответственно по формулам:

$$t_n = \frac{1}{a_1}\ln\left(1 + \frac{a_1}{\omega_{01}}n\right); \qquad t_n = \frac{1}{a_2}\ln\frac{a_2(n - n_\infty)}{\omega_{02}}$$

при $n_\infty = \frac{\omega_{01}}{a_1}\left(e^{a_1 T_c} - 1\right) - \frac{\omega_{02}}{a_2}e^{a_2 T_c}$.

Длительность межремонтных интервалов при $t < T_c$ и $t > T_c$:

$$T_n = -\frac{1}{a_1}\ln\left(1 - \frac{1}{n - \omega_{01}/a_1}\right); \qquad T_n = \frac{1}{a_1}\ln\frac{n_\infty - n}{n_\infty - n + 1},$$

где n — порядковый номер ремонта.

Проведенные экспериментальные исследования [5] показали, что длительность межремонтных интервалов, начиная со второго, монотонно и ускоренно возрастает. Отличие первого интервала от последующих состоит в том, что на нем СИ работает с запасом нормируемого значения погрешности, обеспеченным изготовителем. На остальных межремонтных интервалах этот запас обеспечивается ремонтными службами предприятия. Многократное превышение первого интервала по сравнению с остальными указывает на то, что ремонтные запасы погрешности $\Delta_р$ предусматриваются во много раз меньшими, чем заводские запасы $\Delta_з$.

Кривая изменения погрешности $\Delta_{0,95}(t)$ в случае использования логистической модели при $t < T_c$ и $t > T_c$ имеет соответственно вид

$$\Delta_{0,95}(t) = \Delta_0 + \Delta_з \frac{\omega_{01}}{a_1}\left(e^{a_1 t} - 1\right);$$

$$\Delta_{0,95}(t) = \Delta_0 + \Delta_з \frac{\omega_{01}}{a_1}\left(e^{a_1 T_c} - 1\right) + \Delta_p\left[n(t) - n(T_c)\right],$$

где $n(t) = n_\infty - \dfrac{\omega_{02}}{a_2} e^{a_2 t}$.

При практическом использовании приведенных в этом разделе формул необходимо помнить, что входящие в них параметры являются оценками, которые должны быть получены на основе обработки экспериментальных данных для достаточно представительных выборок однотипных СИ. Поэтому сами оценки параметров имеют определенный разброс, поскольку представляют собой некоторые средние оценки обследованной группы приборов, у отдельных экземпляров которых могут быть весьма существенные индивидуальные отклонения постоянных $\Delta_{0,95}$, $\Delta_з$, ω_{0i} и a_i. В связи с этим все рассчитанные по приведенным формулам показатели должны рассматриваться лишь как средние прогнозируемые величины.

К недостаткам логистической модели следует отнести то, что она не позволяет описывать изменение погрешности СИ от момента изготовления прибора до нескольких месяцев его эксплуатации. Это связано с тем, что как в линейной, так и в экспоненциальной модели значение начальной погрешности Δ_0 считалось постоянной величиной, неизменной с момента изготовления СИ. В действительности указанная погрешность образуется из различных составляющих, возникающих на начальных стадиях эксплуатации СИ.

Одним из вариантов описания изменения погрешности СИ, начиная с первых секунд его эксплуатации, является спектральное описание погрешности [5]. Оно позволяет подробно описать многие особенности изменения погрешности прибора. Главный недостаток спектрального описания состоит в очень большом объеме экспериментальных данных, необходимых для построения спектральных кривых.

Рассмотренные выше модели являются разновидностями модели нестационарного монотонного процесса изменения погрешности во времени. Их общий недостаток — идеализация случайных процессов изменения МХ средства измерений, которые представляются монотонными. При этом не учитываются флуктуационные, обратимые процессы изменения параметров и характеристик приборов. Данный недостаток в той или иной степени устранен в полиномиальной и диффузионной марковской моделях, а также в модели на основе процессов авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего [96–99].

13.4. Показатели метрологической надежности средств измерений

В технике используется большое число показателей надежности, которые приведены в стандарте ГОСТ 27.002–89 "Надежность в технике. Термины и определения". Рассмотрим основные из них, нашедшие применение в теории метрологической надежности. Знание показателей метрологической надежности позволяет потребителю оптимально использовать СИ, планировать мощности ремонтных участков, размер резервного фонда приборов, обоснованно назначать межповерочные интервалы и грамотно проводить мероприятия по техническому обслуживанию СИ.

Стабильность СИ характеризуется плотностью распределения приращения погрешности $\Delta[\Delta(t)] = \Delta_{0,95}(t) - \Delta_0$.

Среди показателей безотказности наибольшее распространение получили вероятность безотказной работы, средняя и гамма-процентная наработки до отказа и интенсивность отказов. *Вероятность безотказной работы* СИ P(t) — это вероятность того, что в течение времени t нормированные МХ не выйдут за допускаемые пределы, т.е. не наступит метрологический отказ. *Наработкой* называется продолжительность работы СИ, а *наработкой до отказа* — продолжительность работы от начала эксплуатации до возникновения первого отказа.

Вероятность P(t) является функцией времени и задается аналитически либо таблицей или графиком (см. рис. 13.1,в). Например, если вероятность безотказной работы в течение 1000 ч составляет P(t) = 0,97, то это означает, что в среднем из большого числа СИ данного типа около 97% проработают более 1000 ч. Вероятность P(t) изменяется от нуля до единицы. Чем она ближе к единице, тем выше безотказность работы СИ. На практике допустимым считается значение $P(t) \geq 0,9$. Вероятность безотказной работы СИ в интервале от 0 до t определяется по формуле

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t p_н(t)\,dt = \int_t^{\infty} p_н(t)\,dt,$$

где $F(t)$, $p_н(t)$ — интегральная и дифференциальная функции распределения наработки на отказ; $Q(t)$ — вероятность отказа.

Средней наработкой до отказа называется математическое ожидание наработки СИ до первого отказа:

$$t_{ср} = \int_0^{\infty} t p_н(t) dt.$$

Гамма-процентная наработка до отказа t_γ — это наработка, в течение которой отказ объекта не возникает с вероятностью γ, выраженной в процентах. Она определяется из уравнения

$$P(t_\gamma) = 1 - F(t_\gamma) = 1 - \int_0^{t_\gamma} p_н(t) dt = \gamma / 100.$$

При γ = 100% гамма-процентная наработка называется установленной безотказной наработкой, а при γ = 50% — медианной наработкой.

Частота (интенсивность) отказов $\omega(t)$ определяется как условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого СИ, которая находится для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник:

$$\omega(t) = -\frac{1}{P(t)}\frac{dP(t)}{dt} = \frac{p_н(t)}{P(t)} = p_н(t) \Big/ \int_t^{\infty} p_н(t) dt. \qquad (13.11)$$

Вероятность того, что СИ, проработавшее безотказно в течение времени t, откажет в последующий малый промежуток времени dt, равна $\omega(t)dt$. Вероятность безотказной работы выражается через интенсивность отказов следующим образом:

$$P(t) = \exp(-\int_0^t \omega(t)dt).$$

Из теории надежности известно [96, 99], что при постепенных отказах, к которым относятся и метрологические отказы, плотность распределения наработки на отказ распределяется в основном по одному из четырех законов: экспоненциальному, нормальному, логнормальному и закону Вейбулла [96]. Выбор того или иного закона должен производиться только на основе экспериментальных исследований. При нормальном законе

$$p_н(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(t - T_{ср}\right)^2 / \left(2\sigma^2\right)\right],$$

где $T_{ср}$, σ — параметры распределения. В этом случае

$$P(t) = 1 - \Phi[(t - T_{ср}) / \sigma],$$

где $\Phi(z)$ — функция Лапласа.

Интенсивность отказов описывается выражением, полученным с использованием формулы (13.11)

$$\omega(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\left(t - T_{ср}\right)^2 / \left(2\sigma^2\right)\right] \Big/ \left\{1 - \Phi\left[(t - T_{ср}) / \sigma\right]\right\}.$$

Для использования этих формул необходимо знать средний срок службы $T_{ср}$ и его СКО σ, которые находятся экспериментально при испытаниях СИ на надежность.

Основными показателями долговечности являются средние и гамма-процентные сроки службы и ресурсы. *Срок службы* — это календарная продолжительность работы СИ от начала его эксплуатации до перехода в предельное состояние. Он измеряется в годах или месяцах. *Средним сроком службы* называется математическое ожидание срока службы

$$\overline{T}_{сл} = \int_0^\infty t f_{сл}(t)dt,$$

где $f_{сл}(t)$ — плотность распределения срока службы для совокупности СИ данного типа.

Гамма-процентный срок службы — это календарная продолжительность от начала эксплуатации СИ, в течение которой оно не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах. Он определяется из уравнения

$$P(T_{сл\gamma}) = 1 - \int_0^{T_{сл\gamma}} f_{сл\gamma}(t)dt = \frac{\gamma}{100}.$$

Ресурсом называется наработка СИ от начала его эксплуатации до перехода в предельное состояние. Ресурс представляет собой запас возможной наработки СИ. *Средним ресурсом* называется математическое ожидание ресурса

$$\overline{T}_p = \int_0^{\infty} tf_p(t)dt,$$

где $f_p(t)$ — плотность распределения ресурса для совокупности СИ данного типа.

Гамма-процентный ресурс — это наработка, в течение которой средство измерений не достигнет своего предельного состояния с заданной вероятностью γ, выраженной в процентах. Он определяется из уравнения

$$P(T_{p\gamma}) = 1 - \int_0^{T_{p\gamma}} f_p(t)dt = \frac{\gamma}{100}.$$

Срок службы (средний или гамма-процентный) акцентирует внимание на календарной продолжительности эксплуатации, включая в себя, помимо времени непосредственной работы СИ, время хранения его на складе, нахождения в выключенном состоянии, транспортировку, ремонт и т.д. При нормировании он задается в годах. Ресурс (средний или гамма-процентный) представляет собой чистую наработку изделия, находящегося во включенном состоянии, и нормируется в часах.

В табл. 13.1 приведены показатели безотказности и долговечности некоторых электронных СИ по данным заводов-изготовите-

Таблица 13.1

Параметры, характеризующие безотказность и долговечность электронных СИ

Средство измерений	Средняя наработка на отказ, ч (год)	Средний (и гамма-процентный) ресурс, ч	Средний (и гамма-процентный) срок службы, год
Установка для поверки вольтметров В1-9	8250 (0,942)	15000	10
Вольтметр универсальный В7-16	1000 (0,114)	500	7
Генератор низкочастотный Г3-109	8000 (0,913)	10000 (γ=90%)	—
Генератор высокочастотный Г4-153	6000 (0,685)	5000	10
Генератор импульсов Г5-75	5000 (0,571)	10000	10
Измеритель иммитанса Е7-14	7000 (0,799)	10000 (γ=90%)	15 (γ=90%)
Осциллограф С1-114/1	5000 (0,571)	10000 (γ=95%)	10 (γ=80%)
Осциллограф запоминающий С8-17	—	1000	10
Осциллограф цифровой запоминающий С9-8	6000 (0,685)	—	—
Прибор для измерения параметров АЧХ Х1-40	1000 (0,114)	—	—
Частотомер Ч3-32	1500 (0,171)	5000	7
Частотомер Ч3-57	3000 (0,342)	10000	10

лей. При анализе этих данных следует помнить, что они характеризуют суммарную надежность (метрологическую и неметрологическую). Однако метрологические отказы при эксплуатации СИ составляют [5] более 60% на третьем году эксплуатации и достигают 96% при работе более четырех лет. Поэтому приведенные данные в значительной степени относятся к метрологической надежности.

В качестве показателей ремонтопригодности используются вероятность и среднее время восстановления работоспособности СИ. *Вероятностью восстановления работоспособного состояния* называется вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния СИ не превысит заданное значение. Она представляет собой значение функции распределения времени восстановления при $t = T_{зад}$, где $T_{зад}$ — заданное время восстановления. *Средним временем восстановления* работоспособного состояния называется математическое ожидание времени восстановления, определяемое по его функции распределения.

Таблица 13.2

Параметры, характеризующие сохраняемость электронных средств измерений

Средства измерений	Срок сохраняемости в отапливаемых (неотапливаемых) помещениях, лет
Источник питания постоянного тока Б5-47	13 (5) при γ=90%
Генератор низкочастотный Г3-109	10 при γ=80%
Измеритель иммитанса Е7-14	10 (5) при γ=90%
Осциллограф С1-114/1	10 (5) при γ=80%

Сохраняемость СИ характеризуется *сроком сохраняемости* — календарной продолжительностью его хранения и (или) транспортирования, в течение и после которого значения показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности сохраняются в установленных пределах. Показателями сохраняемости являются *средний срок сохраняемости* — математическое ожидание, определяемое по функции распределения сроков сохраняемости совокупности СИ одного типа, и *гамма-процентный срок сохраняемости*.

В табл. 13.2 приведены данные, характеризующие сохраняемость некоторых электронных СИ.

13.5. Метрологическая надежность и межповерочные интервалы

Одной из основных форм поддержания СИ в метрологически исправном состоянии является его периодическая поверка. Она проводится метрологическими службами согласно правилам, изложенным в специальной нормативно-технической документации. Периодичность поверки должна быть согласована с требованиями к надежности СИ. Поверку необходимо проводить через оптимально выбранные интервалы времени, называемые *межповерочными интервалами* (МПИ).

Момент наступления метрологического отказа может выявить только поверка СИ, результаты которой позволят утверждать, что отказ произошел в период времени между двумя последними поверками. Величина МПИ должна быть оптимальной, поскольку частые поверки приводят к материальным и трудовым затратам на их организацию и проведение, а редкие — могут привести к повышению погрешности измерений из-за метрологических отказов.

Межповерочные интервалы устанавливаются в календарном времени для СИ, изменение метрологических характеристик которых обусловлено старением и не зависит от интенсивности эксплуатации. Значения МПИ рекомендуется выбирать из следующего ряда: 0,25; 0,5; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 9; 12; 6K месяцев, где K — целое положительное число. Для СИ, у которых изменение МХ является следствием износа его элементов, зависящего от интенсивности эксплуатации, МПИ назначаются в значениях наработки.

При нахождении МПИ выбирается МХ, определяющая состояние метрологической исправности средства измерений. В качестве таких характеристик, как правило, используются основная погрешность, СКО случайной составляющей погрешности и некоторые другие. Если состояние метрологической исправности определяют несколько МХ, то из них выбирается та, по которой обеспечивается наибольший процент брака при поверках.

Вопросу обоснованного выбора продолжительности МПИ посвящено большое число работ, обзор которых дан в [96]. В настоящее время существуют три основных пути их определения:

- на основе статистики отказов;
- на основе экономического критерия;
- произвольное назначение первоначального МПИ с последующей корректировкой в течение всего срока службы СИ.

Выбор конкретного метода определения продолжительности МПИ зависит от наличия исходной информации о надежности и стабильности СИ. Первый способ является эффективным при условии, что известны показатели метрологической надежности. Наиболее полная информация такого рода содержится в моделях, описывающих изменение во времени МХ средств измерений. Эти модели рассмотрены в разд. 13.3. При известных параметрах моделей МПИ определяется моментом выхода погрешности за нормируемый для данного СИ допуск. Однако большой разброс параметров и характеристик процессов старения СИ приводит к большой погрешности расчета МПИ с помощью таких моделей.

Применение методов расчета МПИ, основанных на статистике скрытых и явных отказов, требует наличия большого количества экспериментальных данных по процессам изменения во времени МХ средств измерений различных типов. Такого рода исследования весьма трудоемки и занимают значительное время. Этим объясняется тот факт, что опубликованных статистических данных о процессах старения приборов различных типов крайне мало. В технических описаниях СИ, как правило, приводится средняя наработка до отказа, средний или гамма-процентный ресурс и срок службы. Этого явно недостаточно для расчета МПИ.

Определение межповерочного интервала по экономическому критерию состоит в решении задачи по выбору такого интервала, при котором можно минимизировать расходы на эксплуатацию СИ и устранять последствия от возможных ошибок, вызванных погрешностями измерения. Исходной информацией для определения МПИ служат данные о стоимости поверки и ремонта СИ, а также об ущербе от изъятия его из эксплуатации и от использования метрологически неисправного прибора. Основная сложность применения этого метода состоит в следующем. Затраты на ремонт и поверку СИ достаточно легко определяются по нормативным документам. В отличие от них потери из-за использования приборов со скрытым метрологическим отказом на практике, как правило, неизвестны. Приходится прибегать к приближенным моделям, описывающим затраты на эксплуатацию СИ со скрытыми метрологическими отказами в виде функции потерь того или иного вида [9, 56, 96].

Один из вариантов определения МПИ по экономическому критерию приведен в рекомендации МИ 2187–92 "ГСИ. Методы определения межповерочных и межкалибровочных интервалов средств измерений".

Наиболее универсальным является метод, состоящий в произвольном назначении МПИ с последующей корректировкой его величины. В этом случае при минимальной исходной информации назначается первоначальный интервал, а результаты последующих поверок являются исходными данными для его корректировки.

Основной трудностью данного метода является назначение первого МПИ. Преодолеть ее возможно тремя путями [96]. Во-первых, для определения протяженности первого МПИ могут быть использованы показатели метрологической надежности поверяемого СИ. Во-вторых, длительность первого интервала может быть оценена исходя из анализа данных по эксплуатации аналогичных поверяемому по конструкции и технологии производства СИ. В-третьих, первый МПИ выбирается в соответствии с рекомендациями нормативных документов государственных и ведомственных метрологических служб.

Последующие значения МПИ определяются путем корректировки первого интервала с учетом результатов проведенных поверок большого числа однотипных СИ.

Данный метод рассмотрен в рекомендации МИ 1872-88 "ГСИ. Межповерочные интервалы образцовых средств измерений. Методика определения и корректировки" и в международном стандарте ИСО 10012-1 "Требования, гарантирующие качество измерительного оборудования".

Контрольные вопросы

1. Что такое отказ? Чем отличается метрологический отказ от неметрологического?
2. Сформулируйте определение метрологической исправности средства измерений.
3. Что такое метрологическая надежность средства измерений?
4. Сформулируйте определение стабильности, безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемости средств измерений.
5. Чем вызвано изменение во времени метрологических характеристик средств измерений? Каким образом могут быть математически описаны эти изменения?
6. Что такое линейная модель изменения погрешности во времени?
7. Что такое экспоненциальная модель изменения погрешности во времени?
8. Что такое логистическая модель изменения погрешности во времени?
9. Назовите основные показатели безотказности, долговечности, ремонтопригодности и сохраняемости средств измерений.
10. Что называется межповерочным интервалом?
11. Какие способы выбора межповерочных интервалов существуют?
12. Назовите нормативные документы, в которых рассматриваются вопросы выбора межповерочных интервалов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ограниченный объем книги не позволил рассмотреть ряд тем теоретической метрологии. Степень их важности различна. Некоторые из них находятся в области, граничащей с разделами прикладной и законодательной метрологии. Ниже указаны литературные источники, где, по мнению авторов, эти вопросы рассмотрены наиболее полно или удачно освещены те или иные их аспекты.

В учебном пособии весьма кратко рассмотрены вопросы истории развития метрологии. Более подробную информацию об этом можно найти в [100, 101].

Вопрос о предельно достижимой точности измерений, которая, как известно, зависит от накопленных знаний в области фундаментальных наук, также остался за рамками данной книги. Эти вопросы в той или иной степени рассмотрены в [56, 78].

Весьма важным для практической деятельности является корректная разработка методики выполнения измерения искомой физической величины и составляющих ее отдельных операций: выбор метода и средства измерений, планирования измерительного эксперимента и т.д. При необходимости информацию по данным вопросам можно найти в [7, 9, 12, 13, 102], а также в рекомендациях МИ 1967-89.

Вопросы поверки средств измерений, их метрологической аттестации, калибровки и градуировки изучаются в основном в прикладной метрологии, поэтому в настоящем пособии им было уделено относительно немного внимания. При необходимости детальное рассмотрение этих вопросов можно найти в [9, 12, 70, 103–105].

Важным и перспективным направлением развития теории построения СИ является разработка различных методов повышения их точности. Эти вопросы больше относятся к областям специальных измерений [106–110]. В связи с этим они не вошли в данное пособие по теоретической метрологии.

В последнее время активно развивается теория метрологического обеспечения СИ различных физических величин. Эти большие, во многом самостоятельные темы рассмотрены в [9, 10, 56, 111–116].

Приложение 1. Статистические таблицы

Таблица П1.1

Значения функции Лапласа

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0753
0,2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0,7	2580	2611	2642	2673	2703	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4429	4441
1,6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2,0	4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4813	4817
2,1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2,2	4861	4864	4868	4871	4874	4878	4881	4884	4887	4890
2,3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2,4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	4936
2,5	4938	4940	4941	4943	4945	4946	4948	4949	4951	4952
2,6	4953	4955	4956	4957	4959	4960	4961	4962	4963	4964
2,7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4973	4974
2,8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2,9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4886
3,0	4986									
3,5	4998									
4,0	4999									

Таблица П1.2

Значения распределения Стьюдента

n	Доверительная вероятность P				
	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
2	6,31	12,71	31,82	63,68	636,62
3	2,92	4,30	6,97	9,93	31,60
4	2,35	3,18	4,54	5,84	12,92
5	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
6	2,02	2,57	3,37	4,06	6,87
7	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
8	1,90	2,37	3,00	3,50	5,41
9	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
10	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
11	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
12	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
13	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
14	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
15	1,76	2,15	2,62	2,98	4,14
16	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
17	1,75	2,12	2,58	2,92	4,02
18	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
19	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
20	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
∞	1,65	1,96	2,33	2,58	3,29

Таблица П1.3

Значения критерия Фишера для различных уровней значимости

k_2	F_c при k_1, равном									
	1	2	3	4	5	6	8	12	16	∞
	q=0,05									
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,43	19,50
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,84	5,63
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,92	3,67
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,20	2,93
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,82	2,54
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,60	2,30
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,44	2,13
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,33	2,01
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,25	1,92
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,18	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,99	1,62
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,64	1,00
	q=0,01									
2	98,49	99,00	99,17	99,25	99,30	99,33	99,36	99,42	99,44	99,50
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,80	14,37	14,15	13,46
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,10	7,72	7,52	6,88
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,03	5,67	5,48	4,86
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,06	4,71	4,52	3,91
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,50	4,16	3,98	3,36
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,14	3,80	3,62	3,00
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	3,89	3,55	3,37	2,75
18	8,28	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,71	3.37	3,20	2,57
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,56	3,23	3,05	2,42
30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,17	2,84	2,66	2,01
∞	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,80	2,51	2,18	1,99	1,00

Примечание: k_1 — число степеней свободы большей дисперсии; k_2 — число степеней свободы меньшей дисперсии.

Приложение 2. Список основных государственных стандартов и нормативных документов в области метрологии

П2.1. Государственные стандарты

ГОСТ 8.009–84 ГСИ. Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.

ГОСТ 8.016–81 ГСИ. Государственный первичный эталон и государственная поверочная схема для средств измерения плоского угла.

ГОСТ 8.019–85 ГСИ. Государственный специальный эталон и государственная поверочная схема для средств измерений тангенса угла потерь.

ГОСТ 8.021–84 ГСИ. Государственный первичный эталон и государственная первичная схема для средств измерения массы.

ГОСТ 8.022–91 ГСИ. Государственный первичный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений силы постоянного электрического тока в диапазоне $1 \cdot 10^{-16}$–30 А.

ГОСТ 8.023–90 ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений световых величин непрерывного и импульсного излучения.

ГОСТ 8.027–89 ГСИ. Государственный первичный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений электродвижущей силы и постоянного напряжения.

ГОСТ 8.028–86 ГСИ. Государственный первичный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений электрического сопротивления.

ГОСТ 8.029–80 ГСИ. Государственный первичный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений индуктивности.

ГОСТ 8.050–73 ГСИ. Нормальные условия выполнения линейных и угловых измерений.

ГОСТ 8.057–80 ГСИ. Эталоны единиц физических величин. Основные положения.

ГОСТ 8.061–80 ГСИ. Поверочные схемы. Содержание и построение.

ГОСТ 8.065–85 ГСИ. Государственный первичный эталон и государственная поверочная схема для средств измерений силы.

ГОСТ 8.109–83 ГСИ. Государственный первичный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений коэффициента амплитудной модуляции высокочастотных колебаний.

ГОСТ 8.132–74 ГСИ. Государственный первичный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений силы тока 0,04–300 А в диапазоне частот 0,1–300 МГц.

ГОСТ 8.144–75 ГСИ. Государственный специальный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений магнитной индукции в диапазоне 0,05–2 Тл.

ГОСТ 8.157–75 ГСИ. Шкалы температурные практические.

ГОСТ 8.188–85 ГСИ. Государственный первичный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений магнитной индукции в диапазоне 0,1–10 Тл.

ГОСТ 8.207–76 ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения.

ГОСТ 8.256–77 ГСИ. Нормирование и определение динамических характеристик аналоговых средств измерения. Основные положения.

ГОСТ 8.268–77 ГСИ. Методика выполнения измерений при определении статических магнитных характеристик магнитотвердых материалов.

ГОСТ 8.310–90 ГСИ. Государственная служба стандартных справочных данных. Основные положения.

ГОСТ 8.315–97 ГСИ. Стандартные образцы состава и свойств веществ и материалов. Основные положения.

ГОСТ 8.371–80 ГСИ. Государственный первичный эталон и общесоюзная поверочная схема для средств измерений электрической емкости.

ГОСТ 8.372–80 ГСИ. Эталоны единиц физических величин. Порядок разработки, утверждения, регистрации, хранения и применения.

ГОСТ 8.377–80 ГСИ. Материалы магнитомягкие. Методики выполнения измерений при определении статических магнитных характеристик.

ГОСТ 8.381–80 ГСИ. Эталоны. Способы выражения погрешностей.

ГОСТ 8.395–80 ГСИ. Нормальные условия измерений при поверке. Общие требования.

ГОСТ 8.401–80 ГСИ. Классы точности средств измерений. Общие требования.

ГОСТ 8.417–82 ГСИ. Единицы физических величин.

ГОСТ 8.498–83 ГСИ. Государственный эталон и государственная поверочная схема для средств измерений электрической добротности.

ГОСТ 8.508–84 ГСИ. Метрологические характеристики средств измерений и точностные характеристики средств автоматизации ГСП. Общие методы оценки и контроля.

ГОСТ 8.558–93 ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерения температуры.

ГОСТ Р 8.563–96 ГСИ. Методики выполнения измерений.

ГОСТ Р 8.568–97 ГСИ. Аттестация испытательного оборудования.

ГОСТ 1954–82 Меры электродвижущей силы. Элементы нормальные. Общие технические условия.

ГОСТ 2575–88. Меры плоского угла призматические. Общие технические условия.

ГОСТ 9038–90. Меры длины концевые плоскопараллельные. Технические условия.

ГОСТ 12119–80. Сталь электротехническая. Методы определения магнитных и электрических свойств.

ГОСТ 12635–67. Материалы магнитомягкие высокочастотные. Методы испытаний в диапазоне частот от 10 кГц до 1МГц.

ГОСТ 12636–67. Материалы магнитомягкие высокочастотные. Методы испытаний в диапазоне частот от 1 до 200 МГц.

ГОСТ 12637–67. Материалы магнитомягкие высокочастотные. Методы испытаний в диапазоне частот от 200 до 2000 МГц.

ГОСТ 12997–84. Изделия ГСП. Общие технические условия.

ГОСТ 13033–84. ГСП. Приборы и средства автоматизации электрические аналоговые. Общие технические условия.

ГОСТ 14014–91. Приборы и преобразователи измерительные цифровые напряжения, тока, сопротивления. Общие технические требования и методы испытаний.

ГОСТ 16263–70. ГСИ. Метрология. Термины и определения.

ГОСТ 16465–70. Сигналы радиотехнические измерительные. Термины и определения

ГОСТ 16504–81. Система государственных испытаний продукции. Испытание и контроль качества продукции. Основные термины и определения.

ГОСТ 18242–72. Статистический приемочный контроль по альтернативному признаку. Планы контроля.

ГОСТ 18353–79. Контроль неразрушающий. Классификация видов и методов.

ГОСТ 20504–81. Система унифицированных типовых конструкций агрегатных комплексов ГСП. Типы и основные размеры.

ГОСТ 20906–75. Средства измерений магнитных величин. Термины и определения.

ГОСТ 22261–94. Средства измерения электрических и магнитных величин. Общие технические условия.

ГОСТ 23217–78. Приборы электроизмерительные аналоговые с непосредственным отсчетом. Наносимые условные обозначения.

ГОСТ 24026–80. Исследовательские испытания. Планирование эксперимента. Термины и определения.

ГОСТ 24289–80. Контроль неразрушающий вихретоковый. Термины и определения.

ГОСТ 24450–80. Контроль неразрушающий магнитный. Термины и определения.

ГОСТ 24555–81. Система государственных испытаний продукции. Порядок аттестации испытательного оборудования. Основные положения.

ГОСТ 24855–81. Преобразователи измерительные тока, напряжения, мощности, частоты, сопротивления аналоговые. Общие технические условия.

П2.2. Рекомендации по метрологии

МИ 81–76. Методика планирования наблюдений и оценки показателей надежности.

МИ 83–76. Методика определения параметров поверочных схем.

МИ 187–86. Методика. Критерии качества поверки средств измерений.

МИ 188–86. Методика установления допускаемой погрешности поверки средств измерений.

МИ 222–80. Методика расчета метрологических характеристик измерительных каналов информационно-измерительных систем по метрологическим характеристикам компонентов.

МИ 641–84. Расчет значений критериев качества поверки средств измерений методами программного моделирования.

МИ 1202-86 ГСП. Приборы и преобразователи измерительные напряжения, тока и сопротивления цифровые. Общие требования к методике поверки.

МИ 1317-86. Результаты и характеристики погрешностей измерений. Форма представления. Способы использования при испытании образцов продукции и контроля их параметров.

МИ 1428-86. Нормируемые метрологические характеристики стандартных образцов магнитных свойств.

МИ 1552-86 ГСИ. Измерения прямые однократные. Оценивание погрешностей результатов измерений.

МИ 1604-87 ГСИ. Меры длины концевые плоскопараллельные. Общие требования к методикам поверки.

МИ 1872-88 ГСИ. Межповерочные интервалы образцовых средств измерений. Методика определения и корректировки.

МИ 1888-88 ГСИ. Нормальные условия измерений в гибких производственных системах.

МИ 1918-88. Магнитные характеристики образцов магнитомягких сплавов. Методика выполнения измерений в диапазоне частот 50 Гц–20 кГц.

МИ 1935-88 ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений электрического напряжения до 1000 В в диапазоне частот $1 \cdot 10^{-2}$–$3 \cdot 10^{9}$ Гц.

МИ 1949-88 ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений угла фазового сдвига между двумя электрическими напряжениями в диапазоне частот $1 \cdot 10^{-2}$–$2 \cdot 10^{7}$ Гц.

МИ 1951-89 ГСИ. Динамические измерения. Термины и определения.

МИ 1967-89 ГСИ. Выбор методов и средств измерений при разработке методик выполнения измерений. Общие положения.

МИ 2005-89 ГСИ. Порядок проведения работ по взаимному признанию государственных испытаний и поверки средств измерений.

МИ 2060-90 ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерения длины в диапазоне $1 \cdot 10^{-6}$–50 м и длин волн в диапазоне 0,2–50 мкм.

МИ 2083-90 ГСИ. Измерения косвенные. Определение результатов измерений и оценивание их погрешностей.

МИ 2090-99 ГСИ. Определение динамических характеристик линейных аналоговых средств измерений с сосредоточенными параметрами. Общие положения.

МИ 2091–90 ГСИ. Измерения физических величин. Общие требования.

МИ 2097–90 ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений электрической емкости в диапазоне частот 1–100 МГц.

МИ 2168–91 ГСИ. ИИС. Методика расчета метрологических характеристик измерительных каналов по метрологическим характеристикам линейных аналоговых компонентов.

МИ 2174–91 ГСИ. Аттестация алгоритмов и программ обработки данных при измерениях. Основные положения.

МИ 2175–91 ГСИ. Градуировочные характеристики средств измерений. Методы построения, оценивание погрешностей.

МИ 2177–91 Измерения и измерительный контроль. Сведения о погрешностях измерений в конструкторской и технической документации.

МИ 2187–92 ГСИ. Межповерочные и межкалибровочные интервалы средств измерений. Методика определения.

МИ 2230–92 ГСИ. Методика количественного обоснования поверочных схем при их разработке.

МИ 2232–92 ГСИ. Обеспечение эффективности измерений при управлении технологическими процессами. Оценивание погрешности измерений при ограниченной исходной информации.

МИ 2233–92 ГСИ. Обеспечение эффективности измерений при управлении технологическими процессами. Основные положения.

МИ 2246–93 ГСИ. Погрешности измерений. Обозначения.

МИ 2258–93 ГСИ. Стандартные образцы. Оценивание метрологических характеристик с использованием эталонов и образцовых средств измерений.

МИ 2301–94 ГСИ. Обеспечение эффективности измерений при управлении технологическими процессами. Методы и способы повышения точности измерений.

МИ 2307–94 ГСИ. Программа и методика ускоренных испытаний с целью подтверждения межповерочных интервалов.

МИ 2365–96 ГСИ. Шкалы измерений. Основные положения. Термины и определения.

МИ 2377–96 ГСИ. Разработка и аттестация методик выполнения измерений.

МИ 2378–96 ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений магнитных потерь в магнитомягких материалах в диапазоне частот от 50 до $2 \cdot 10^5$ Гц.

П2.3. Руководящие документы

РД 50-160–79. Внедрение и применение ГОСТ 8.417–81 "ГСИ. Единицы физических величин".

РД 50-206–80. Нормирование и определение метрологических характеристик измерительных преобразователей кода в постоянное напряжение и ток.

РД 50-453–84. Характеристики погрешности средств измерений в реальных условиях эксплуатации. Методы расчета.

РД 50-489–84. Образцовые 3-го разряда меры магнитного потока (стандартные образцы) и рабочие установки для измерений параметров магнитомягких и слабомагнитных материалов. Методы и средства поверки.

РД 50-660–88 ГСИ. Документы на методики средств измерений.

П2.4. Правила по метрологии

ПР 50.2.002–94 ГСИ. Порядок осуществления государственного метрологического надзора за выпуском, состоянием и применением средств измерений, аттестованных методиками выполнения измерений, эталонами и соблюдением метрологических правил и норм.

ПР 50.2.006–94 ГСИ. Поверка средств измерений. Организация и порядок проведения.

ПР 50.2.016–94 ГСИ. Российская система калибровки. Требования к выполнению калибровочных работ.

ПР 50.2.017–94 ГСИ. Положение о Российской системе калибровки.

ПР РСК 002–95 ГСИ. Калибровочные клейма.

П2.5. Правила по межгосударственной стандартизации

ПМГ 02–93. Типовое положение о межгосударственном техническом комитете по стандартизации.

ПМГ 18–96 — Межгосударственная поверочная схема для средств измерений времени и частоты.

Более детальную информацию о нормативных документах в области метрологии можно найти в [117].

Приложение 3. Рабочая программа по курсу “Теоретическая метрология” специальности 190800 “Метрология и метрологическое обеспечение”

Введение

В подготовке инженеров-метрологов одной из важнейших научных дисциплин является “Теоретическая метрология”, знание которой необходимо для обеспечения единства и требуемой точности измерений, а также для методически правильного измерения различных физических величин и обработки результатов измерений.

В результате изучения курса “Теоретическая метрология”, студент должен знать: основные представления метрологии, физические величины и единицы измерения, общие законы и правила измерений, принципы построения современных измерительных устройств и их возможности, методы и средства измерения различных величин; уметь правильно выбирать физические величины при решении практических задач; определять погрешности результатов измерений; творчески применять знания по измерениям в процессе обучения.

Настоящий курс базируется на таких дисциплинах, как “Физика”, “Химия”, “Теория вероятностей и математическая статистика”, “Электротехника”.

Программа разработана для дневной формы обучения. Общий объем курса — 85 часов.

Программа составлена на основе Государственного образовательного стандарта для специальности 130800 “Метрология и метрологическое обеспечение”.

Тематический план.
Распределение часов курса “Теоретическая метрология”

№ п/п	Название темы	Всего	Лекции	Практические занятия	Курсовая работа
1	Предмет и задачи метрологии	2	2		
2	Основные представления теоретической метрологии	2	2		
3	Теория воспроизведения единиц физических величин и передачи их размеров	6	4	2	
4	Погрешности измерений	5	2	2	1
5	Систематические погрешности	4	2	1	1
6	Случайные погрешности	11	6	3	2
7	Грубые погрешности и методы их исключения	4	2	1	1
8	Обработка результатов измерений	12	5	2	5
9	Суммирование погрешностей	6	2	2	2
10	Измерительные сигналы	4	4		
11	Средства измерений	5	5		
12	Моделирование средств измерений	9	3	2	4
13	Методы повышения точности средств измерений	2	2		
14	Метрологические характеристики средств измерений	7	4	2	1
15	Выбор средств измерений	2	2		
16	Метрологическая надежность средств измерений	2	2		
17	Метрологическая служба Российской Федерации	2	2		
	Итого	85	51	17	17

Тема 1. Предмет и задачи метрологии

Предмет метрологии и ее место среди других наук. Краткая историческая справка о развитии метрологии. Структура метрологии.

Тема 2. Основные представления теоретической метрологии

2.1. *Физические величины.* Предметы и явления окружающего мира как объекты познания. Их свойства. Классификация физических величин. Свойства, проявляющие себя только в отношении эквивалентности. Понятие счета. Интенсивные величины, удовлетворяющие отношениям эквивалентности и порядка. Понятие величины и контроля. Экстенсивные величины, удовлетворяющие отношениям эквивалентности, порядка и аддитивности. Понятие о единице физической величины и измерении. Шкалы измерений.

2.2. *Понятие об измерении.* Измерительное преобразование. Воспроизведение физической величины заданного размера. Сравнение физической величины с величиной, воспроизводимой мерой. Основные элементы процесса измерения. Основные постулаты теории измерений. Классификация измерений. Понятие об испытании и контроле. Предельные возможности измерений.

Тема 3. Теория воспроизведения единиц физических величин и передачи их размеров (теория единства измерений)

Единицы, размерности и системы физических величин. Международная система единиц (система СИ). Основные принципы построения систем единиц физических величин. Понятие об эталонах. Эталоны единиц системы СИ. Передача размера единиц от эталона к рабочим эталонам и рабочим средствам измерений. Поверочные схемы. Понятие о поверке средств измерений. Способы поверки средств измерений. Стандартные образцы.

Тема 4. Погрешности измерений

Истинные и действительные значения измеряемой величины. Понятие о погрешности. Погрешность как случайный процесс. Математические модели погрешностей. Характеристики и параметры погрешностей. Разделение погрешностей на составляющие по признаку частотного диапазона. Классификация погрешностей. Основные принципы оценивания погрешностей. Правила округления результатов измерений. Понятие о неопределенности результата измерений.

Тема 5. Систематические погрешности

Классификация систематических погрешностей. Способы обнаружения и устранения систематических погрешностей. Графический способ. Способ последовательных разностей. Дисперсный анализ. Критерий Вилкоксона. Исключение систематических погрешностей путем введения поправок.

Тема 6. Случайные погрешности

6.1. Вероятностное описание случайных погрешностей. Интегральный и дифференциальный законы распределения случайных погрешностей. Композиция законов распределения. Числовые параметры законов распределения. Понятие центра распределения. Центральные и начальные моменты распределения. Математическое ожидание и дисперсия. Третий центральный момент. Коэффициент асимметрии. Четвертый центральный момент. Эксцесс и контрэксцесс. Энтропийное значение погрешности.

6.2. Законы распределения случайных погрешностей. Трапецеидальные распределения. Уплощенные распределения. Класс экспоненциальных распределений. Распределение Гаусса. Семейство законов распределения Стьюдента. Распределение Коши. Класс двухмодальных распределений. Дискретное двузначное распределение. Арксинусоидальное распределение. Остро- и кругловершинные двухмодальные распределения. Косые распределения.

6.3. Точечные оценки законов распределения. Оценки математического ожидания и дисперсии. Оценки коэффициента асимметрии, эксцесса и энтропийного коэффициента. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Неравенство Чебышева. Квантильные оценки доверительного интервала. Доверительный интервал для оценок дисперсии и среднеквадратического отклонения. Сравнительная эффективность различных методов определения координаты центра распределения.

Тема 7. Грубые погрешности и методы их исключения

Критерии исключения грубых погрешностей. Критерии Граббса, “трех сигм”, Романовского, Шарлье, Шовенэ. Вариационный критерий Диксона.

Тема 8. Обработка результатов измерений

8.1. Обработка результатов прямых многократных измерений. Обработка результатов прямых многократных равноточных и неравноточных измерений. Идентификация закона распределения результатов измерений. Критерий Пирсона. Составной критерий. Обработка результатов прямых однократных измерений. Технические измерения.

8.2. Обработка результатов косвенных измерений. Обработка результатов косвенных измерений при линейной зависимости между аргументами. Случайные погрешности косвенных измерений. Систематические погрешности косвенных измерений. Обработка результатов косвенных измерений при нелинейной зависимости между аргументами. Метод линеаризации. Обработка результатов косвенных измерений методом приведения. Проблемы нормирования погрешностей косвенных измерений. Вероятностное описание погрешностей косвенных измерений.

8.2. Обработка результатов совместных измерений. Обработка результатов совокупных измерений. Метод наименьших квадратов. Методы обработки результатов измерений при однофакторном эксперименте.

Тема 9. Суммирование погрешностей

Основы теории расчетного суммирования погрешностей. Упрощенные методы определения значения квантильных множителей. Суммирование систематических погрешностей. Суммирование случайных погрешностей коррелированных и некоррелированных величин. Суммирование случайных и систематических погрешностей. Критерий ничтожно малой погрешности.

Тема 10. Измерительные сигналы

Классификация сигналов по различным признакам. Квантование и дискретизация измерительных сигналов. Восстановление сигналов при их дискретизации. Теорема Котельникова. Математические модели измерительных сигналов. Элементарные и сложные измерительные сигналы. Модуляция и детектирование. Интегральные параметры периодических сигналов.

Тема 11. Средства измерений

11.1. Классификация и свойства средств измерений. Понятие о средстве измерений. Обобщенная структурная схема средства измерений. Характеристики и параметры средств измерений в статистическом и динамическом режимах. Классификация средств измерений. Аналоговые и цифровые измерительные приборы. Информационно-измерительные системы и измерительно-вычислительные комплексы.

11.2. Моделирование средств измерений. Математическое моделирование средств измерений.·Измерительная цепь и измерительный канал. Структурные схемы и элементы средств измерений. Структурные схемы прямого и уравновешивающего преобразований. Расчет измерительных каналов средств измерений.

11.3. Методы повышения точности средств измерений. Градуировка и калибровка средств измерений. Методы проверки средств измерений. Методы коррекции погрешностей средств измерений.

11.4. Метрологические характеристики средств измерений. Общие принципы выбора и нормирования метрологических характеристик средств измерений. Комплексы нормируемых метрологических характеристик. Расчет погрешностей средств измерений по метрологическим характеристикам в реальных условиях эксплуатации. Классы точности средств измерений.

11.5. Выбор средств измерений. Основные принципы выбора средств измерений. Критерии выбора средств измерений и их сравнительный анализ. Выбор средств измерений при динамических измерениях.

11.4. Метрологическая надежность средств измерений. Основные понятия теории метрологической надежности. Изменение во времени метрологических характеристик средств измерений. Показатели метрологической надежности средств измерений. Метрологическая надежность и межповерочный интервал.

***Тема 12.* Метрологическая служба Российской Федерации**

Государственная система обеспечения единства измерений. Государственные испытания средств измерений. Государственная система приборов. Система стандартов в области метрологии и другой нормативной метрологической документации. Международные метрологические организации.

Перечень тем практических занятий

1. Физические величины и единицы их измерения.
2. Погрешности измерений.
3. Систематические погрешности.
4. Случайные погрешности.
5. Исключение грубых погрешностей.
6. Обработка результатов измерений.
7. Суммирование погрешностей.
8. Моделирование средств измерений.
9. Метрологические характеристики средств измерений.

Перечень рекомендуемых тем курсовой работы

Назначением курсовой работы является развитие навыков использования методов теоретической метрологии для решения практических задач.

Рекомендуемые темы курсовой работы по теоретической метрологии:

1. Обработка результатов прямых многократных равноточных и неравноточных измерений.
2. Обработка результатов косвенных измерений.
3. Расчет измерительных цепей средств измерений.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сычев Е.И.* Проблемы технических измерений // Измерительная техника. 1995. № 4. С. 15–17.

2. *Квинн Т.Д.* Точные измерения: кто в них нуждается и почему? // Измерительная техника. 1995. № 11. С. 61–64.

3. *Рабинович С.Г.* Погрешности измерений. Л.: Энергия, 1978.

4. *Новицкий П.В., Зограф И.А.* Оценка погрешностей результатов измерений. М.: Энергоатомиздат, 1985.

5. *Новицкий П.В., Зограф И.А., Лабунец В.С.* Динамика погрешностей средств измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1990.

6. *Грановский В.А.* Динамические измерения. Основы метрологического обеспечения. Л.: Энергоатомиздат, 1984.

7. *Земельман М.А.* Метрологические основы технических измерений. М.: Изд-во стандартов, 1991.

8. *Миф Н.П.* Модели погрешностей технических измерений. М.: Изд-во стандартов, 1977.

9. *Сергеев А.Г.* Метрологическое обеспечение эксплуатации технических систем. М.: Изд-во МГОУ А/О "Росвузнаука", 1994.

10. *Сергеев А.Г.* Метрологическое обеспечение автомобильного транспорта. М.: Транспорт, 1988.

11. *Тюрин Н.И.* Введение в метрологию. М.: Изд-во стандартов, 1985.

12. *Бурдун Г.Д., Марков Б.Н.* Основы метрологии. М.: Изд-во стандартов, 1975.

13. *Орнатский П.П.* Теоретические основы информационно-измерительной техники. К.: Вища школа, 1983.

14. *Темников Ф.Е., Афонин В.А., Дмитриев В.И.* Теоретические основы информационной техники. М.: Энергия, 1979.

15. *Шишкин И.Ф.* Теоретическая метрология. М.: Изд-во стандартов, 1990.

16. *Коротков В.П., Тайц Б.А.* Основы метрологии и теории точности измерительных устройств. М.: Изд-во стандартов, 1975.

17. *Маликов М.Ф.* Основы метрологии. М.: Изд-во коммерприбор, 1949.

18. *Исаев Л.К.* О месте метрологии в системе науки и еще раз о ее постулатах// Измерительная техника. 1993. № 8. С. 10–11.

19. *Кедров Б.М.* Классификация наук. М.: Мысль, 1965. Т. 2.

20. *Довбета Л.И., Лянчев В.В.* О соотнесении понятий «измерение» и «измерение физической величины»// Измерительная техника. 1990. № 11. С. 19–20.

21. *Селиванов М.Н.* О соотношении понятий «метрология», «величина» и «измерение» // Измерительная техника. 1992. № 2. С. 12–15.

22. *Селиванов М.Н., Фридман А.Э., Кудряшова Ж.Ф.* Качество измерений: Метрологическая справочная книга. Л.: Лениздат, 1987.

23. *Брянский Л.Н., Дойников А.С., Крупин Б.Н.* Необходимость обновления метрологической парадигмы // Измерительная техника. 1998. № 8. С. 15–21.

24. *Грановский В.А., Сирая Т.Н.* Методы обработки экспериментальных данных. Л.: Энергоатомиздат, 1990.

25. *Фундаментальные* проблемы метрологии. Сборник научных трудов НПО "ВНИИМ им Д.И. Менделеева", 1981.

26. *Рубичев Н.А., Фрумкин В.Д.* Достоверность допускового контроля качества. М.: Изд-во стандартов, 1990.

27. *Сена Л.А.* Единицы физических величин и их размерности. М.: Наука, 1988.

28. *Студенцов Н.В.* Системы единиц и фундаментальные константы // Измерительная техника. 1997. № 3. С. 3–7.

29. *Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. М.: Наука, 1985.

30. *Шаповал Е.А.* Акустический метод измерения универсальной газовой постоянной и постоянной Больцмана // Измерительная техника. 1994. № 8. С. 5–7.

31. *Александров Ю.И.* Моль. Мифы и реальность // Измерительная техника. 1989. № 1. С. 46–49.

32. *Бурдун Г.Д.* Справочник по международной системе единиц. М.: Изд-во стандартов, 1977.

33. *Янсон Э.Ю.* Новое понятие моля в химии. Рига: Звайгзне, 1977.

34. *Основные* термины в области метрологии. Словарь-справочник / Под ред. Ю.В. Тарбеева. М.: Изд-во стандартов, 1989.

35. *Тарбеев Ю.В.* Эталоны России // Измерительная техника. 1995. № 6. С. 67–69.

36. *Камке Д., Крамер К.* Физические основы единиц измерений. М.: Мир, 1980.

37. *Актуальные* проблемы метрологии в радиоэлектронике/ Под ред. В.К. Коробова. М.: Изд-во стандартов, 1985.

38. *Казаков А.Я., Мостепаненко В.М., Эйдес М.И.* Перспективы децентрализации системы обеспечения единства измерений и квантовая метрология // Измерительная техника. 1992. № 11. С. 3–5.

39. *Documents* concerning the new definition of meter // Metrologia. 1984. Vol. 19, № 6. P. 163.

40. *Совершенствование* государственных эталонов и принципов воспроизведения теплофизических величин / В.Н. Олейник, Ю.И. Александров, А.И. Походун и др. // Измерительная техника. 1992. № 5. С. 39–40.

41. *Международная* практическая температурная шкала 1968 г. (МПТШ-68). М.: Изд-во стандартов, 1976.

42. *Походун А.И.* Новая Международная практическая шкала и проблемы повышения точности измерения температуры // Измерительная техника. 1992. № 5. С. 31–33.

43. *Походун А.И.* Метрологические исследования в области измерений термодинамических величин // Измерительная техника. 1992. № 5. С. 40–42.

44. *Государственный* первичный эталон единицы ЭДС и переход на новый размер вольта / Е.Д. Колтик и др.// Измерительная техника. 1990. № 11. С. 6–7.

45. *Государственный* эталон единицы электрического сопротивления и новое представление ома на основе использования квантового эффекта Холла / Ф.Е. Курочкин и др. // Измерительная техника. 1990. № 12. С. 3–4.

46. *Государственный* первичный эталон единицы постоянного электрического тока — ампера / А.С. Катков и др. // Измерительная техника. 1995. № 1. С. 3–4.

47. *Саприцкий В.И.* Метрологическое обеспечение световых измерений. М.: ВНИИФТРИ, 1986.

48. *Смирнов Н.В., Дудин Барковский И.В.* Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М.: Наука, 1965.

49. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1991.

50. *Исаев Л.К.* О неопределенности результатов измерений // Измерительная техника. 1993. № 8. С. 66–67.

51. *Электрические* измерения / Под ред. В.Н. Малиновского. М.: Энергоатомиздат, 1985.

52. *Новицкий П.В.* Основы информационной теории измерительных устройств. Л.: Энергия, 1968.

53. *Лабутин С.А., Пугин М.В.* Решение некоторых статистических задач для класса экспоненциальных распределений случайных величин // Измерительная техника. 1998. № 8. С. 9–12.

54. *Кукуш В.Д.* Электрорадиоизмерения. М.: Радио и связь, 1987.

55. *Артемьев Б.Г., Голубев С.М.* Справочное пособие для работников метрологических служб. М.: Изд-во стандартов, 1986. Т. 1, 2.

56. *Рейх Н.Н., Тупиченков А.А., Цейтлин В.Г.* Метрологическое обеспечение производства / Под ред. Л.К. Исаева. М.: Изд-во стандартов, 1987.

57. *Кудряшова Ж.Ф., Рабинович С.Г.* Методы обработки результатов наблюдений при косвенных измерениях // Тр. метрологических институтов СССР. Вып. 172 (232). Л.: Энергия, 1975. С. 3–58.

58. *Нормирование* и использование метрологических характеристик средств измерений // Нормативно-технические документы (ГОСТ 8.009–84, методический материал по применению ГОСТ 8.009–84, РД 50-453–84). М.: Изд-во стандартов, 1988.

59. *Спектор С.А.* Электрические измерения физических величин. Методы измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1987.

60. *Аш Ж.* Датчики измерительных систем: В 2 кн. М.: Мир, 1992.

61. *Левшина Е.С., Новицкий П.В.* Электрические измерения физических величин. Измерительные преобразователи. Л.: Энергоатомиздат, 1983.

62. *Основы* метрологии и электрические измерения / Под ред. Е.М. Душина. Л.: Энергоатомиздат, 1987.

63. *Антонов В.Г., Петров Л.М., Щелкин А.П.* Средства измерений магнитных параметров материалов. Л.: Энергоатомиздат, 1986.

64. *Испытание* магнитных материалов и систем / Е.В. Комаров, А.Д. Покровский, В.Г. Сергеев, А.Я. Шихин. Под ред. А.Я. Шихина. М.: Энергоатомиздат, 1984.

65. *Быстродействующие* интегральные микросхемы ЦАП и АЦП и измерение их параметров / А.-Й. К. Марцинкявичюс, Э.-Ф. К. Багданскис, Р.Л. Пошюнас и др.; Под ред А.-Й. К. Марцинкявичюса и Э.-Ф. К. Багданскиса. М.: Радио и связь, 1988.

66. *Гельман М.М.* Аналого-цифровые преобразователи для информационно-измерительных систем. М.: Изд-во стандартов, 1989.

67. *Брагин А.А., Семенюк А.Л.* Основы метрологического обеспечения аналого-цифровых преобразователей электрических сигналов. М.: Изд-во стандартов, 1989.

68. *Федорков Б.Г., Телец В.А., Дегтяренко В.П.* Микроэлектронные цифро-аналоговые и аналого-цифровые преобразователи. М.: Радио и связь, 1984.

69. *Кончаловский В.Ю.* Цифровые измерительные устройства. М.: Энергоатомиздат, 1985.

70. *Вострокнутов Н.Н.* Цифровые измерительные устройства. Теория погрешностей, испытания и поверка. М.: Энергоатомиздат, 1990.

71. *Мирский Г.Я.* Электронные измерения. М.: Радио и связь, 1986.

72. *Аналоговые* электроизмерительные приборы / Е.Г. Бишард, Е.А. Киселева, Г.П. Лебедев и др. М.: Высшая школа, 1991.

73. *Измерения* в электронике / Под ред. В.А. Кузнецова М.: Энергоатомиздат, 1987.

74. *Справочник* по радиоизмерительным приборам / Под ред. В.С. Насонова: В 3 т. М.: Сов. радио, 1976, 1978, 1979.

75. *Справочник* по электроизмерительным приборам / Под ред. К.К. Илюнина. Л.: Энергоатомиздат, 1983.

76. *Электроизмерительные* самопишущие приборы / М.Г. Берогиевский, В.А. Иванцов, Б.А. Папин и др. Л.: Энергоиздат, 1981.

77. *Шкабардня М.С.* Теория и принципы построения быстродействующих самопишущих приборов. М.: Энергоатомиздат, 1984.

78. *Боднер В.А., Алферов А.В.* Измерительные приборы: В 2 т. М.: Изд-во стандартов, 1986.

79. *Завельский Ф.С.* Масса и ее измерение. М.: Атомиздат, 1974.

80. *Богуславский М.Г., Цейтлин Я.М.* Приборы и методы точных измерений длины и углов. М.: Изд-во стандартов, 1976.

81. *Новоселов О.Н., Фомин А.Ф.* Основы теории и расчета информационно-измерительных систем. М.: Машиностроение, 1980.

82. *Цапенко М.П.* Измерительные информационные системы: Структура и алгоритмы, системотехническое проектирование. М.: Энергоатомиздат, 1985.

83. *Заико А.И.* Точность аналоговых линейных измерительнных каналов ИИС. М.: Изд-во стандартов, 1987.

84. *Цветков Э.И.* Процессорные измерительные устройства. Л.: Энергоатомиздат, 1989.

85. *Страхов А.Ф.* Автоматизированные измерительные комплексы. М.: Энергоиздат, 1982.

86. *Новиков В.К., Моисеенко В.В., Крохин В.В., Чернокоз А.Я.* Автоматизированный магнитоизмерительный комплекс АМК-С-03 // Измерительная техника. 1993. № 12. С. 42–45.

87. *Новиков В.К., Крохин В.В.* Итерационные методы формирования заданных режимов перемагничивания магнитных материалов // Измерительная техника. 1993. № 4. С. 58–60.

88. *Баранов Л.А.* Квантование по уровню и временная дискретизация в цифровых системах управления. М.: Энергоатомиздат, 1990.

89. *Фрэнкс Л.* Теория сигналов. М.: Сов. радио, 1974.

90. *Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.У.* Цифровая обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1990.

91. *Пиотровский Я.* Теория измерений для инженеров. М.: Мир, 1989.

92. *Электрические* измерения: Учебник для вузов/ Под ред. А.В. Фремке, Е.М. Душина. Л.: Энергия, 1980.

93. *Ерофеев Ю.Н.* Импульсная техника. М.: Высшая школа, 1984.

94. *Мелик-Шахназаров А.М., Макартун М.Г., Дмитриев В.А.* Измерительные приборы со встроенными микропроцессорами. М.: Энергоатомиздат, 1985.

95. *Крохин В.В., Сущев А.К.* Цифровой компенсационный феррометр // Измерительная техника. 1998. № 3. С. 38–43.

96. *Екимов А.В., Ревяков М.И.* Надежность средств электроизмерительной техники. Л.: Энергоатомиздат, 1986.

97. *Рудзит Я.А., Плуталов В.Н.* Основы метрологии, точность и надежность в приборостроении. М.: Машиностроение, 1991.

98. *Фридман А.Э.* Теория метрологической надежности средств измерений // Измерительная техника. 1991. № 11. С. 3–10.

99. *Фридман А.Э.* Оценка метрологической надежности измерительных приборов и многозначных мер // Измерительная техника. 1993. № 5. С. 7–10.

100. *Шостьин Н.А.* Очерки истории русской метрологии XI — начала XX века. М.: Изд-во стандартов, 1996.

101. *Маркин Н.С.* Практикум по метрологии. М.: Изд-во стандартов, 1994.

102. *Хартман К., Лецкий Э., Шефер В.* Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов. М.: Мир, 1977.

103. *Семенов Л.Н., Сирая Т.Н.* Методы построения градуировочных характеристик средств измерений. М.: Изд-во стандартов, 1986.

104. *Асташенков А.И., Немчинов Ю.В., Лысенко В.Г.* Теория и практика поверки и калибровки. М.: Изд-во стандартов, 1994.

105. *Акнаев Р.Ф., Любимов А.И., Панасюк-Мирович А.М.* Поверка средств измерений электрических и магнитных величин. М.: Изд-во стандартов, 1983.

106. *Алиев Т.М., Сейдель Л.Р.* Автоматическая коррекция погрешностей цифровых измерительных приборов. М.: Энергия, 1975.

107. *Алиев Т.М., Тер-Хачатуров А.А., Шекиханов А.М.* Итерационные методы повышения точности измерений. М.: Энергоатомиздат, 1986.

108. *Бромберг Э.М., Куликовский К.Л.* Тестовые методы повышения точности измерений. М.: Энергия, 1978.

109. *Земельман М.А.* Автоматическая коррекция погрешностей измерительных устройств. М.: Изд-во стандартов, 1972.

110. *Туз Ю.М.* Структурные методы повышения точности измерительных устройств. Киев: Выща школа, 1976.

111. *Метрологическое* обеспечение и эксплуатация измерительной техники / Под ред. В.А. Кузнецова. М.: Радио и связь, 1990.

112. *Сычев Е.И.* Метрологическое обеспечение радиоэлектронной аппаратуры (методы анализа). М.: РИЦ «Татьянин день», 1994.

113. *Метрологическое* обеспечение информационно-измерительных систем. Теория, методы, организация / Е.Т. Удовиченко и др. М.: Изд-во стандартов,1991.

114. *Метрологическое* обеспечение систем передачи / Б.П. Хромой, В.А. Серебрин, А.Л. Сенявский и др.; Под ред. Б.П. Хромого. М.: Радио и связь, 1991.

115. *Рыбаков Н.Н.* Основы точности и метрологического обеспечения радиоэлектронных измерителей. М., 1990.

116. *Семенко Н.Г., Гамазов Ю.А.* Измерительные преобразователи электрических токов и их метрологическое обеспечение. М.: Изд-во стандартов, 1984.

117. *Нормативные* документы в области метрологии (действующие в России по состоянию на 1 января 1998 г.). Указатель. Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы (ВНИИМС). М.: ТОО «ТОТ», 1998.

118. *Метрология,* стандартизация и сертификация в вузах России: Сб. метод. материалов. М.: Изд-во стандартов, 1998.

119. *Методические* указания к практическим занятиям по курсу «Теоретическая метрология» / Под ред. А.Г. Сергеева. Владимир, 1997.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Оглавление

Учебное издание

Сергеев Алексей Георгиевич
Крохин Виктор Васильевич

МЕТРОЛОГИЯ

Учебное пособие

Редактор Е.В. Комарова
Переплет Д.Ю. Коночкина

Изд. лиц. ИД № 01670 от 24.04.2000

Подписано в печать 17.07.2002. Формат 60х88/16
Печать офсетная. Бумага писчая. Гарнитура Школьная
Печ. л. 25,5. Усл. печ. л. 24,7. Тираж 3000 экз. Заказ № 1821

Издательско-книготорговый дом «Логос»
105318, Москва, Измайловское ш., 4

Отпечатано во ФГУП ИПК «Ульяновский Дом печати»
432980, г. Ульяновск, ул. Гончарова, 14